

## 1. Relations générales

### 1.1 Introduction

On appelle pompe une machine destinée à faire mouvoir un liquide (eau, pétrole, ...), d'un point à un autre dans un circuit hydraulique. On distingue deux types de pompes selon la direction de l'écoulement : pompe centrifuge (écoulement radial) ou axiale (écoulement axial). Du point de vue physique, elles consistent toutes deux à transformer l'énergie mécanique qu'elles reçoivent du moteur électrique en énergie hydraulique qui transféré au liquide lui permettant de surmonter les pertes de charge et à son élévation à une certaine hauteur.

### 1.2 Echange d'énergie pompe - fluide

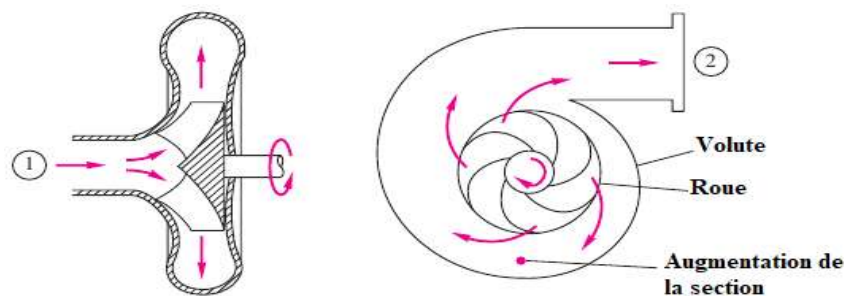


Figure 3.1 Echange d'énergie pompe - fluide

En considérant 1 l'entrée et 2 la sortie de la pompe représentée dans la figure 3.1, l'énergie mécanique apportée au liquide par la pompe est transformé en :

Énergie cinétique :

$$\left( \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} \right) \quad (1)$$

Et énergie potentielle :

$$\left( \frac{P}{\rho g} + z \right)_2 - \left( \frac{P}{\rho g} + z \right)_1 \quad (2)$$

Les pompes sont utilisées dans le transport des liquides d'un réservoir amont vers un réservoir aval, l'énergie mécanique sert à vaincre les pertes de charge, les différences de niveau des réservoirs et de pression. C'est pour cela, l'énergie potentielle est désirée.

On appellera  $W_{th\ 1 \rightarrow 2}$ , le travail théorique fourni par la pompe à l'unité de masse de fluide

lors de son passage de 1 à 2, alors on a :  $W_{th\ 1 \rightarrow 2} = \left( \frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2} + g z \right)_2 - \left( \frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2} + g z \right)_1$  (3)

Lorsque les pertes d'énergie sont considérées, on les notera  $W_{f\ 1 \rightarrow 2}$ , il résulte alors le travail net :

$$W_{n\ 1 \rightarrow 2} = W_{th\ 1 \rightarrow 2} - W_{f\ 1 \rightarrow 2} \quad (4)$$

L'expression de l'énergie en termes de hauteur est définie comme suit :

La hauteur théorique  $H_{th} = \frac{W_{th\ 1 \rightarrow 2}}{g}$  et la hauteur nette  $H_n = \frac{W_{n\ 1 \rightarrow 2}}{g}$ .

### 1.3 Installation d'une pompe

En considérant  $H_a$  la hauteur nette d'aspiration et  $H_r$  la hauteur de refoulement, la hauteur géométrique est égale à :

$$H_g = H_a + H_{ref} + z_s - z_e \quad (5)$$

Où  $z_s$  et  $z_e$  sont les altitudes de la sortie et de l'entrée de la pompe comme indiqué sur la figure 3.2.

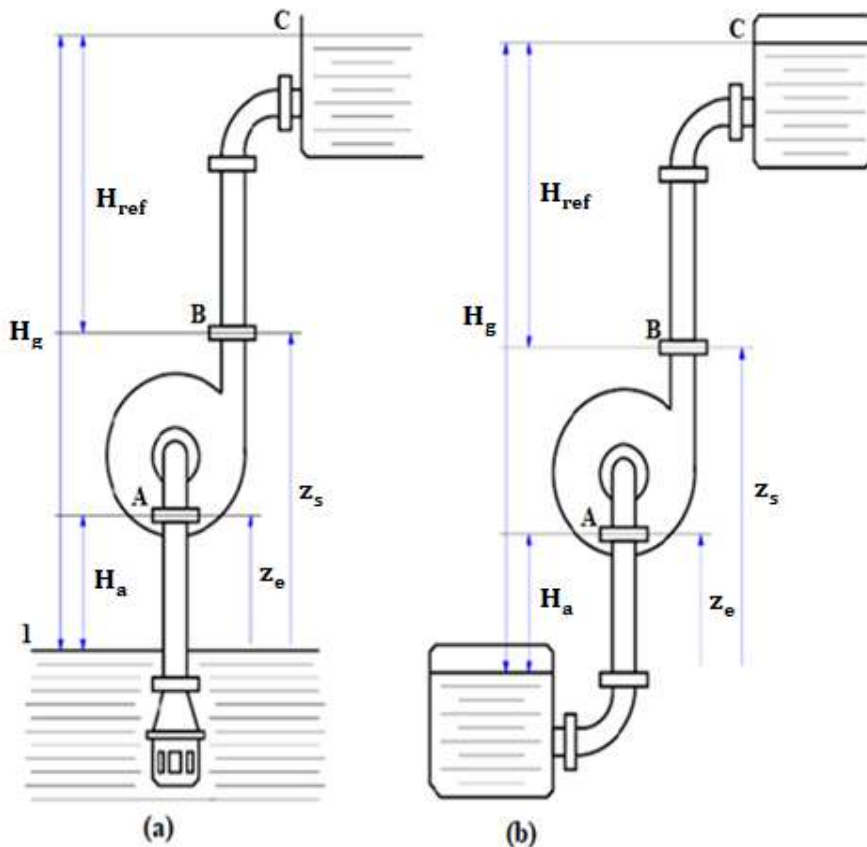


Figure 3.2 Pompage libre et sous-pression [1]

Dans le cas de la figure 3.2 (a), le pompage en espace libre, l'énergie à fournir au fluide est égale à la hauteur géométrique. La hauteur utile de liquide  $H_u$  est égale à  $H_g$ .

Si les réservoirs amont et aval sont sous pression le cas illustré sur la figure 3.2 (b), la pompe doit vaincre la différence de pression et en tenant compte des pertes des charges  $H_{p\ 1 \rightarrow 2}$ , la hauteur utile est alors :

$$H_u = H_g + \frac{P_{\text{aval}} - P_{\text{amont}}}{\rho g} - H_{p\ 1 \rightarrow 2} \quad (6)$$

## 2. Pompe centrifuge

### Descriptions, triangles des vitesses, rendements

Sur la figure 3.3, est représentée l'installation type d'une pompe centrifuge. La machine se raccorde à deux tuyauteries cylindriques : la conduite d'aspiration, qui sert à amener le fluide à l'entrée de la pompe et la conduite de refoulement. La partie active de la machine est constituée par la roue ou rotor qui porte les aubages mobiles et tourne à vitesse constante. L'espace compris entre deux aubages mobiles constitue un canal mobile.

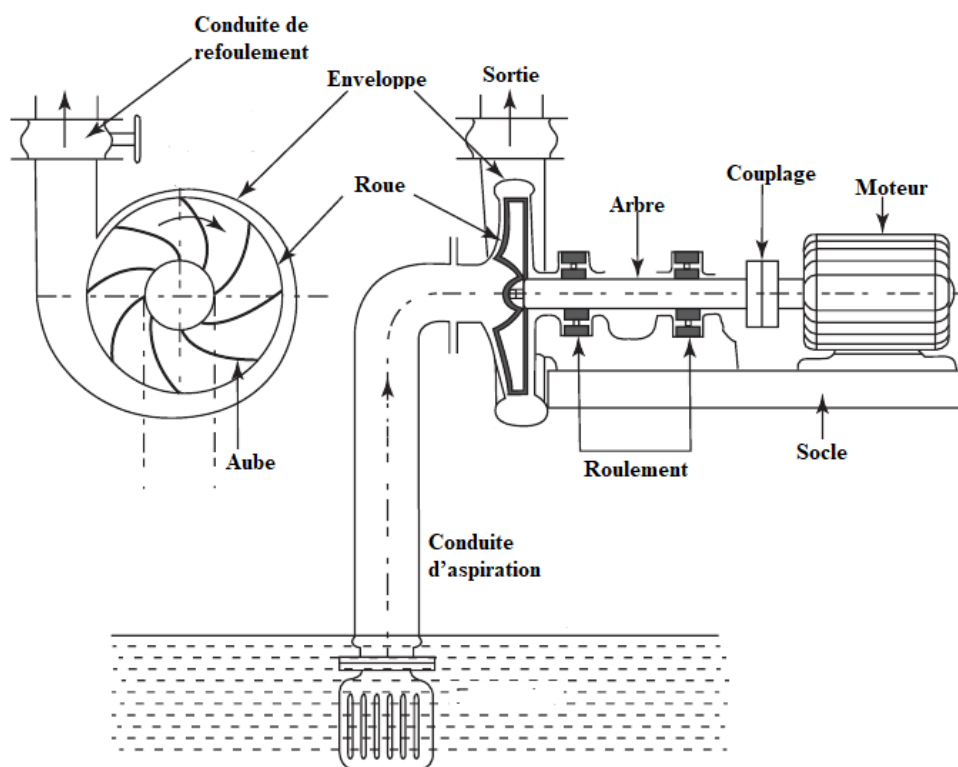


Figure 3.3 Vue schématique d'une installation de pompe centrifuge. [6]

Du fait du mouvement d'entraînement à vitesse angulaire constante imprimée par le rotor dans le sens indiqué par la flèche, les aubes exercent des efforts de pression sur le fluide, qui se traduisent par l'existence d'une surpression le long de leur extrados et d'une dépression sur leur intrados. Le travail de ces efforts demande un apport permanent d'énergie mécanique par l'arbre de la pompe. Ici réside donc le principe essentiel de fonctionnement d'une turbomachine génératrice, puisque cette énergie se trouve communiquée au fluide. A l'intérieur d'un canal mobile l'écoulement est permanent par rapport à un repère mobile solidaire du rotor.

Le stator de la pompe, encore appelé corps ou enveloppe, porte une couronne d'aubages fixes. L'espace compris entre deux aubages constitue un canal fixe. Les différents canaux fixes sont alimentés de manière identique par le rotor et se trouvent parcourus par un écoulement permanent par rapport à un repère absolu fixe. L'énergie reçue par le fluide pendant la

traversée des canaux mobiles se manifeste par une augmentation, d'une part de sa pression et, d'autre part, de son énergie cinétique. En ralentissant le fluide dans la couronne d'aubages fixes, qui porte également le nom de diffuseur, provoque une nouvelle augmentation de pression. Le diffuseur assure donc au sein du fluide une conversion de l'énergie cinétique en énergie piézométrique.

A la sortie du diffuseur, le fluide doit être collecté et conduit vers la tuyauterie de refoulement. Cette dernière fonction est assurée par la volute qui s'enroule autour du diffuseur et qui doit à sa forme géométrique le nom de volute ; dans une certaine mesure cet espace est utilisé à une transformation complémentaire de récupération de l'énergie cinétique en énergie piézométrique.

### - Facteur de glissement

Dans le fonctionnement réel des pompes ou compresseurs centrifuges, l'angle d'inclinaison de la vitesse relative à la sortie n'est pas égal à l'angle  $\beta_2$ , supposé dans la théorie d'Euler mais égale à  $\beta'_2$ , et ceci à cause du phénomène de glissement. En effet la vitesse relative subit une déviation  $\delta$  par rapport à la direction théorique. Cette déviation est habituellement de  $5^\circ$  à  $10^\circ$  et dépend du nombre et de la forme des aubes (angle  $\beta_2$ ). On note alors une diminution de l'énergie échangée par rapport à celle calculée par Euler.

La figure 3.4, montre le triangle de vitesses à la sortie de la roue. L'angle  $\beta'_2$ , est l'angle réel d'inclinaison de la vitesse relative, et  $\beta_2$  est l'angle d'inclinaison théorique, et  $V_{t2}$ ,  $V'_{t2}$ , sont les composantes tangentielles des vitesses absolues correspondantes respectivement aux cas d'angles  $\beta_2$ , et  $\beta'_2$ . Il résulte alors une différence  $\Delta V_t$ , du fait que la composante  $V_{t2}$ , est réduite à  $V'_{t2}$ . Le facteur de glissement est donné par l'expression :

$$\sigma = \frac{V'_{t2}}{V_{t2}} \quad (7)$$

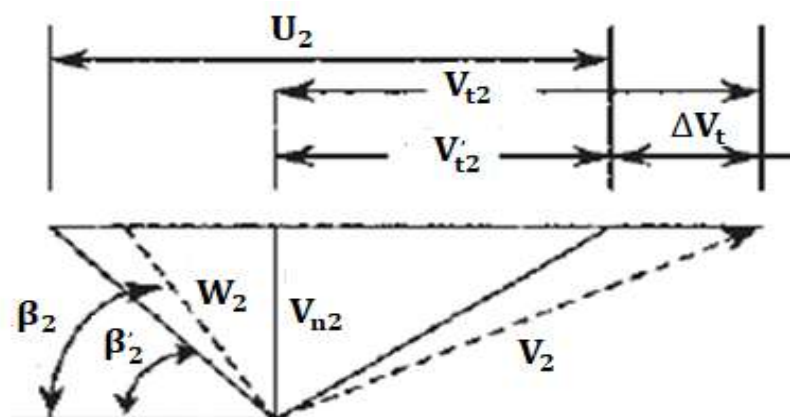


Figure 3.4 Glissement [7]

Selon la théorie de Stodola, le glissement dans les pompes centrifuges et les compresseurs est due à la rotation relative du fluide dans une direction opposée à celle du rotor avec la même vitesse angulaire que celle de la roue. La direction de la vitesse relative est tangente du côté de la face haute pression de l'aube, alors que du côté basse pression de l'aube elle est inclinée et opposée à l'orientation de la vitesse de rotation.

Cette rotation relative du fluide dans l'aubage mobile représentée dans la figure 3.5 est due aux effets suivants :

- la différence des pressions sur les faces actives des aubes intrados et extrados, voir figure 3.6.
- l'effet d'inertie, les particules de fluide dans l'écoulement, ont tendance à garder la direction principale par rapport au repère absolu ; Cet effet produit un tourbillon circulaire, voir figure 3.7.

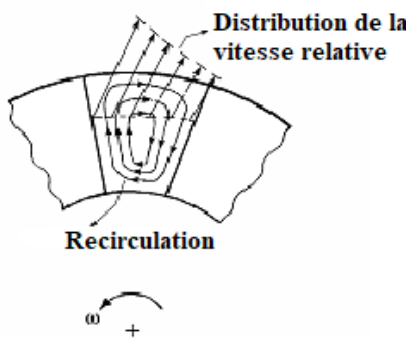


Figure 3.5 Ecoulement tourbillonnaire

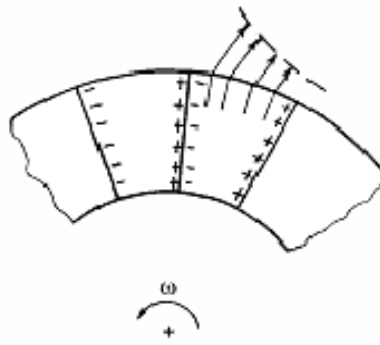


Figure 3.6 Pressions sur les faces d'aubes

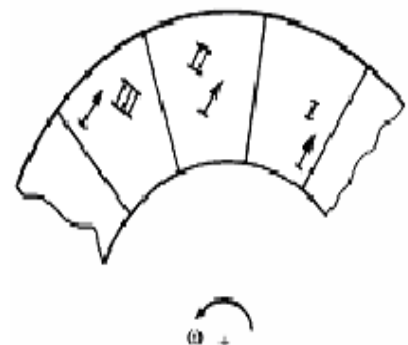


Figure 3.7 Effet d'inertie sur l'écoulement du fluide

### Influence de l'angle d'inclinaison de l'aube

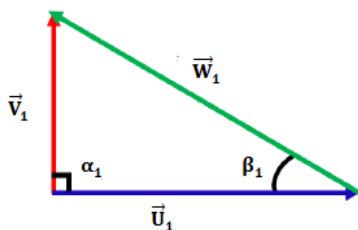


Figure 3.8 Triangle des vitesses (entrée radiale)

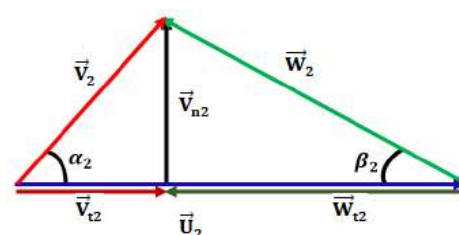


Figure 3.9 Triangles des vitesses à la sortie de l'aubage mobile

Dans le cas général la hauteur manométrique est :

$$H_{th} = \frac{(U_2 V_{t2}) - (U_1 V_{t1})}{g} \quad (8)$$

Cas entrée radiale :  $H_{th} = \frac{(U_2 V_{t2})}{g}$

$$V_{t2} = V_2 \cos \alpha_2 = U_2 - V_{n2} \cot \beta_2 \quad (9)$$

En remplaçant l'expression de  $V_{t2}$ , dans (8), nous obtenons l'équation :

$$H_{th} = \frac{u_2^2}{g} - \frac{U_2 V_{n2} \cot \beta_2}{g} \quad (10)$$

Le débit à la sortie est :

$$Q = \pi D_2 b_2 V_{n2} \quad (11)$$

Où :

$D_2$  = le diamètre extérieur de la roue

$b_2$  = l'épaisseur du passage inter-aubes

$V_{n2}$  = la vitesse débitante du fluide à la sortie de la roue

$$V_{n2} = \frac{Q}{\pi D_2 b_2} \quad (12)$$

En substituant l'expression de  $V_{n2}$ , dans l'équation (12) on a :

$$H_{th} = \left( \frac{U_2^2}{g} \right) - \left( \frac{U_2 \cot \beta_2}{\pi D_2 b_2 g} \right) Q \quad (13)$$

En remplaçant par  $a_1$  et  $a_2$ , les expressions des coefficients dans l'équation (13), nous obtenons une nouvelle forme :

$$H_{th} = a_1 - a_2 Q \quad (14)$$

Remarquons que les coefficients  $a_1$  et  $a_2$ , sont fonctions de la géométrie de la pompe.

$$a_1 = \frac{U_2^2}{g} = \frac{\omega^2 R_2^2}{g} \quad (15)$$

$$a_2 = \frac{U_2 \cot \beta_2}{\pi D_2 b_2 g} = \frac{\omega \cot \beta_2}{2 \pi b_2 g} \quad (16)$$

La constante  $a_1 = \frac{U_2^2}{g}$ , représente la hauteur idéale développée par la pompe pour un débit nul et ceci correspond au cas de la pompe à l'arrêt.

La pente de la courbe de la hauteur  $H$  qui est fonction du débit, dépend du signe et de la valeur du coefficient  $a_2$ . En effet selon le cas considéré on a:

- Aube radiale :  $\beta_2 = 90^\circ$  et  $a_2 = 0$ . La composante tangentielle  $V_{t2}$  de la vitesse absolue à la sortie  $V_2$ , est égale à la vitesse périphérique de rotation  $U_2$  et la hauteur  $H_{th}$ , est constante et indépendante de la vitesse d'écoulement comme elle est représenté sur la figure 3.10.

- Aube courbée en arrière :  $\beta_2 < 90^\circ$  et  $a_2 > 0$ , d'après le triangle de vitesse à la sortie  $V_{t2} > U_2$  et la hauteur  $H_{th}$ , décroît avec le débit comme c'est indiqué sur la figure 3.10.

- Aube courbée en avant :  $\beta_2 > 90^\circ$  et  $a_2 < 0$ , d'après le triangle de vitesse à la sortie  $V_{t2} > U_2$  et la hauteur  $H_{th}$ , croit avec le débit comme le montre la figure 3.10.

En pratique pour avoir un écoulement du fluide plus stable l'angle  $\beta_2$ , de l'aube à la sortie est compris dans l'intervalle 15- 35°. Alors la valeur nominale des angles  $\beta_2$  et  $\beta_1$ , est prise dans l'intervalle :  $20^\circ < \beta_2 < 35^\circ$ , et  $15^\circ < \beta_1 < 50^\circ$ .

En générale les pompes ne sont pas pompes conçues avec des aubes courbés en avant, puisque dans ce cas, l'écoulement a tendance à être instable.

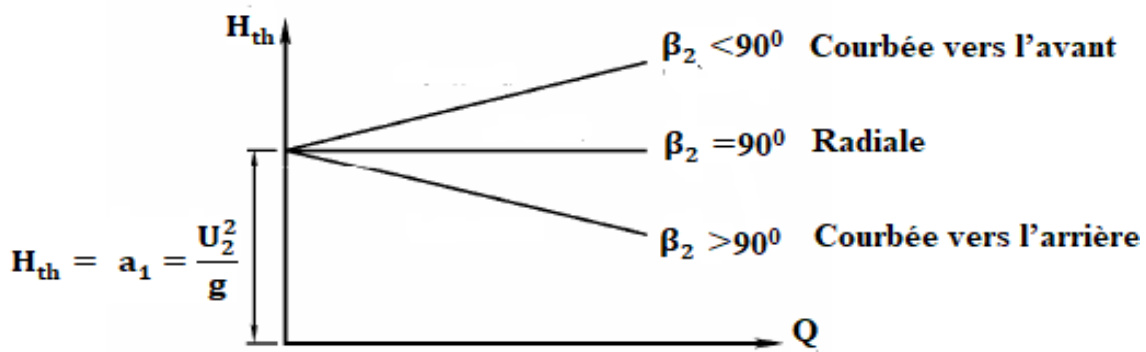


Figure 3.10. Courbe du rendement théorique en fonction du débit

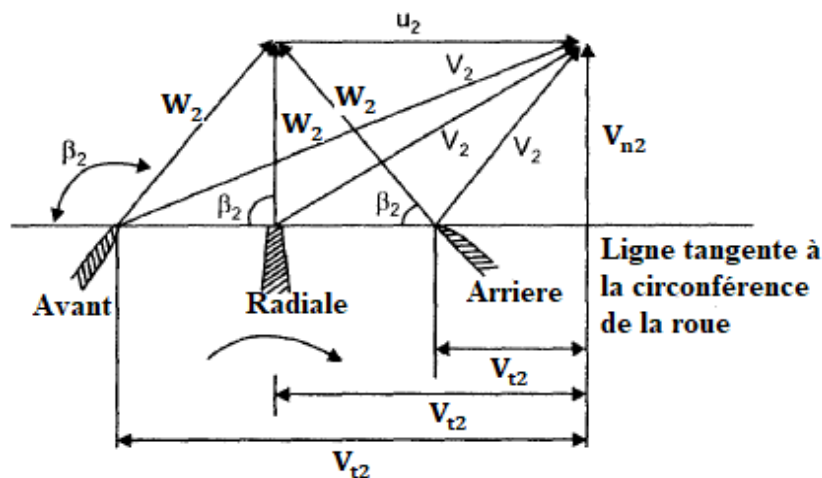


Figure 3.11 Influence de l'angle d'inclinaison à la sortie

La figure 3.11 montre l'influence de l'angle de l'inclinaison de l'aube à la sortie :  $\beta_2$ , sur le triangle des vitesses.

Pour une même vitesse périphérique  $U_2$ , dans le cas  $\beta_2 > 90^\circ$ , la composante tangentielle  $V_{t2} > U_2$ , pour  $\beta_2 < 90^\circ$ ,  $V_{t2} < U_2$ , et dans le cas radiale  $V_{t2} = U_2$ .

### 3. Pompe axiales

- Descriptions, triangles des vitesses, rendements

La pompe axiale est constituée par une roue à aubes (rotor) tournant dans une enveloppe cylindrique. Le fluide s'écoule dans un espace annulaire de révolution contenant également une série d'aubes fixes disposées en couronne (stator) et appelée : distributeur en amont de la roue et redresseur en aval de celle-ci.

La roue est précédée d'un convergent qui uniformise les filets du fluide et est suivie d'un diffuseur. Pour éviter les pertes de charge consécutives aux brusques changements de section, le moyeu est profilé aussi bien vers l'avant que vers l'arrière.

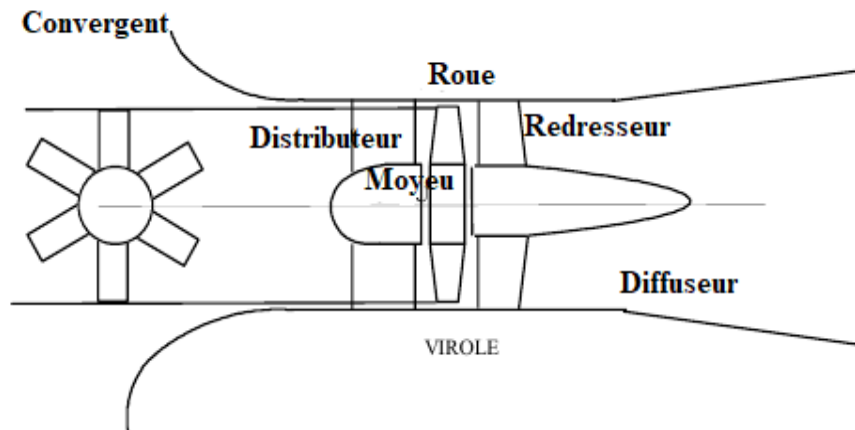


Figure 3.12 Pompe axiale

Par approximation, on peut supposer que chaque particule traverse la machine en restant à la même distance de l'axe. Dans ces conditions on peut écrire : en se plaçant au rayon moyen de la machine

$$r = \frac{r_e + r_i}{2} \quad (17)$$

$$U_1 = U_2 = U = r\omega \quad (18)$$

Et d'après la théorie générale d'Euler, il vient :

$$H = \frac{(V_2^2 - V_1^2) - (W_1^2 - W_2^2)}{2g} \quad (19)$$

$$H = \frac{U}{g} (V_2 \cos \alpha_2 - V_1 \cos \alpha_1) = \frac{U \Delta V_u}{g} \quad (20)$$

Sur la figure 3.13, on a représenté l'augmentation de la charge et de la pression lors du passage dans la roue de la machine axiale. Cette augmentation de charge est directement liée à la variation  $V_u$ , dans l'équation (20), la variation de la vitesse  $u$  n'intervient plus (même rayon de roue à l'entrée et à la sortie). Cette augmentation de la charge est théorique, en fait la charge en sortie de roue est plus faible du fait des pertes de charge (décollements) dans la roue. D'une manière très significative la variation de charge (et donc de pression dans la machine axiale) est plus faible que dans une machine radiale. Le redresseur que nous pouvons voir sur la figure 3.13, permet, en plus de redresser l'écoulement tourbillonnaire à la sortie de la roue, une augmentation (légère) de la charge et donc de la pression à la sortie de la



machine, il ralentit l'écoulement,  $V_2 > V_3$ , (augmentant la pression et ceci par application du théorème de Bernoulli).

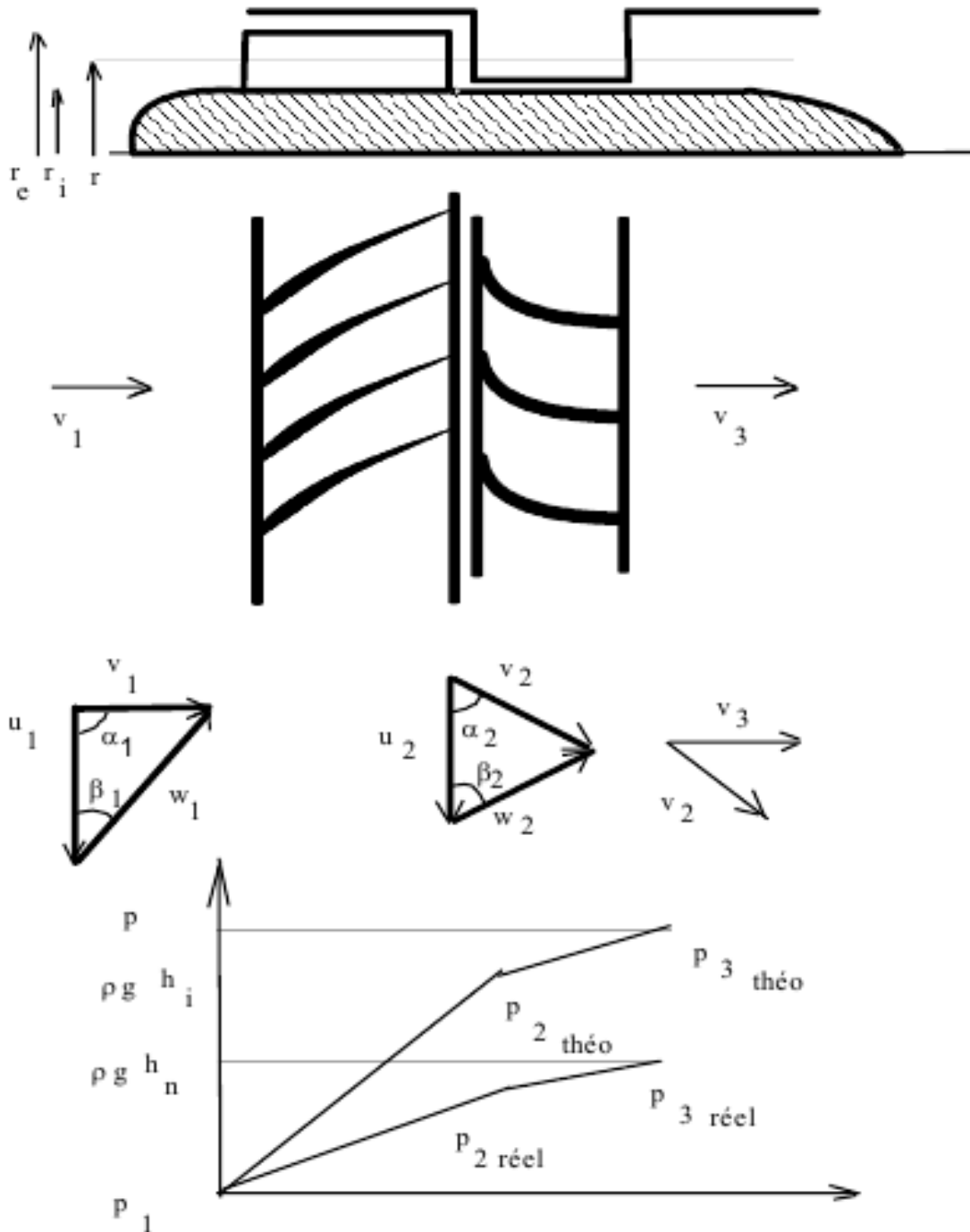


Figure 3.13 Triangle des vitesses et diagramme des pressions dans une pompe axiale équipé d'une roue et d'un redresseur.

En détaillant l'analyse précédente avec la théorie simplifiée des turbomachines (écoulement unidimensionnel, étude sur un rayon constant à la traversée de la machine axiale), nous

pouvons décrire qualitativement (la théorie élémentaire des turbomachines est beaucoup moins précise pour les machines axiales que pour les machines radiales) :

La hauteur nette délivrée par la machine est égale à la hauteur indiquée moins les pertes de charge.

Cette hauteur nette se définit également en écrivant le théorème de Bernoulli entre l'entrée et la sortie de la machine :

$$H_n = \frac{P_3}{\rho g} + \frac{V_3^2}{2g} - \frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_3}{\rho g} - \frac{P_1}{\rho g} = H_i - \Delta H_{1-3}$$

$$= \frac{U_2 V_{u2}}{g} - \frac{U_1 V_{u1}}{g} - \Delta H_{1-3} = \frac{U_2 V_{u2}}{g} - \Delta H_{1-2} \quad (21)$$

Dans la roue, la différence de pression entrée-sortie s'écrit :

$$\frac{P_2 - P_1}{\rho g} = \frac{W_1^2 - W_2^2}{\rho g} - \Delta H_{1-2} \quad (22)$$

On voit donc que l'augmentation de pression dans la roue est uniquement due au ralentissement de l'écoulement relatif.

Dans le diffuseur, il y a également une augmentation de pression suite au ralentissement de l'écoulement absolu :

$$\frac{P_3 - P_2}{\rho g} = \frac{V_2^2 - V_3^2}{\rho g} - \Delta H_{2-3} \quad (23)$$

Le degré de réaction de la machine s'écrit donc par définition :

$$\sigma = \frac{P_2 - P_1}{\rho g H_i} = \frac{W_1^2 - W_2^2}{2 U \Delta V_u} = \frac{W_1^2 - W_2^2}{2 U_2 \Delta V_{u2}} \quad (24)$$