Université Mohamed - KHIDER - BISKRA
Département de Génie Mécanique – MMC - 2021/2022
Responsable du Module : M. HECINI

Travail à domicile

Partie I

Pour un repère donné, les coordonnées cartésiennes sont définis par : x_1 ,x_2 , x_3
Dans la base (O, e_1, e_2, e_3).

On a $P = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = x_1 e_1 + x_2 e_2 + x_3 e_3$

En coordonnées cylindriques : r , θ , x_3 dans la base (O, e_r, e_θ, e_3).

On a $P = \begin{pmatrix} r \\ \theta \\ x_3 \end{pmatrix}$

1°) exprimer les relations entre les coordonnées cartésiennes et les coordonnées cylindriques.
(faite un schéma)

2°) soit φ= φ (r , θ , x_3) une fonction scalaire.
Déterminer le gradient de φ noté grad(φ) tel que : $d\varphi = grad\varphi . dP$

3°) soit $\vec{U} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix}$ une fonction vectorielle telle que :

$u_1 = u_1 (r , \theta , x_3)$ $u_2 = u_2 (r , \theta , x_3)$ $u_3 = u_3 (r , \theta , x_3)$

4°) Déterminer le gradient de U noté grad(U) tel que : $dU = gradU . dP$

5°) Déterminer le divergence de U noté : div(U)

6°) Déterminer le laplacien de φ noté Δ(φ)

Partie II

7°) En coordonnées cylindriques le champ de déplacement définit par :

$$\overrightarrow{P_0P_1} = \vec{U} = \begin{cases} u = u(r, \theta, x_3) \\ v = v(r, \theta, x_3) \\ w = w(r, \theta, x_3) \end{cases}$$

Exprimer en coordonnées cylindriques le tenseur des déformations linéarisé, le tenseur de rotation, et le pseudo-vecteur rotation.

8°) L'équation d'équilibre entre les contraintes et les forces de volume s'écrit

$$\vec{f} + \overrightarrow{div}(\Sigma) = \vec{0}$$

Ecrire les trois équations projetées en coordonnées cylindriques (r , θ , x_3).

Remarque : devoir à écrire à la main (avec stylo).