

### 1. Définition de l'arbre

L'arbre est une pièce de révolution d'une longueur grande en comparaison avec son diamètre, posé sur des paliers et sur lequel sont fixés poulies, roues dentées, embrayage ou autres organes qui s'appellent rotors comme pompes centrifuges, turbines, ventilateur, compresseur, etc. La fonction principale de l'arbre est la transmission du mouvement de rotation et la puissance d'un moteur vers un autre organe de machine.

On appelle poutre, toute pièce sollicitée en flexion. On appelle barre, toute pièce sollicitée en traction ou compression. On appelle arbre, toute pièce subie un mouvement de rotation et sollicitée en torsion, flexion et traction, figure 1.

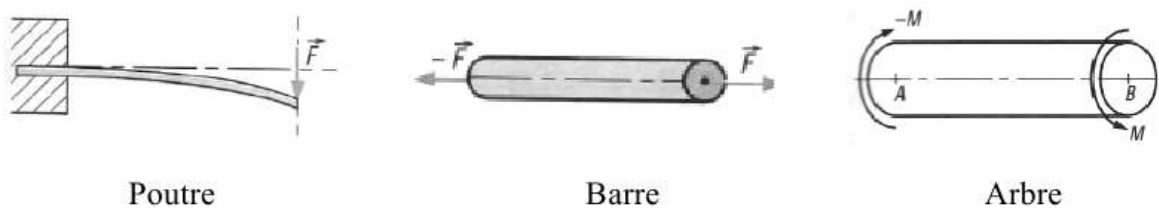


Figure 1 : Poutre, barre et arbre

### 2. Formes de l'arbre

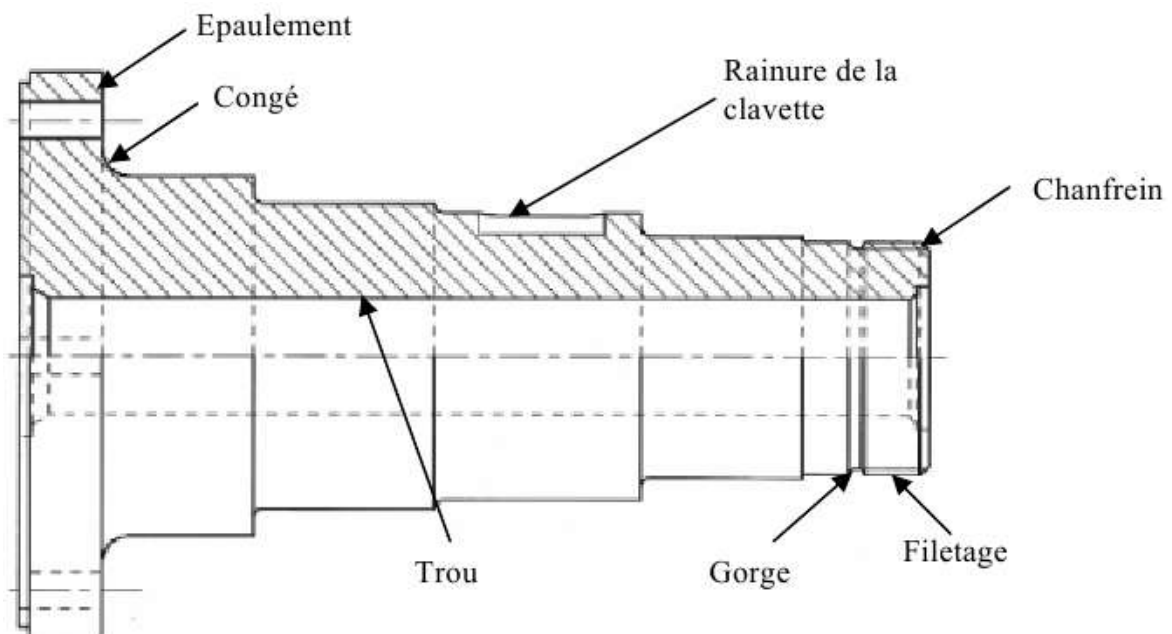


Figure 2 : Formes d'arbre

La grande majorité des arbres ont un profil cylindrique pour des raisons de facilité d'usinage et de symétrie. Exceptionnellement, on trouve des arbres tubulaires qui sont plus légers mais à

résistance égale avec un arbre plein, on trouve aussi des arbres cannelés.

Sur l'arbre de la Figure 34 [32], nous avons une rainure qui permet d'accueillir une clavette, surface d'épaulement pour éliminer la translation d'un roulement par exemple, filetage pour fixer un écrou, gorge fabriquée en raison de l'usinage du filetage, congé pour diminuer la concentration de contrainte.

### 3. Matériaux de l'arbre

Les arbres sont généralement fabriqués en acier forgé, allié ou non allié avec ou sans traitement thermique, suivant la résistance que l'on veut obtenir, les plus utilisés sont décrits dans le Tableau 1 suivant:

Type d'acier	Limite d'élasticité en traction $R_e$ (MPa)	Limite à la rupture $R_r$ (MPa)	Limite d'élasticité en cisaillement $R_{peg}$ (MPa)	Dureté Brinell HB
Acier doux $C < 0,3 \%$	$R_e \leq 270$	$400 \leq R_r \leq 500$	$0,5 R_e$	145
Acier mi-dur $0,3\% < C < 0,5\%$	$320 \leq R_e \leq 500$	$550 \leq R_r \leq 650$	$0,7 R_e$	190
Acier dur $C > 0,5\%$	$600 \leq R_e$	$700 \leq R_r \leq 800$	$0,8 R_e$	236

Tableau 1 : Matériaux des arbres

### 4. Sollicitations appliquées à l'arbre

L'arbre reçoit divers efforts dus à la tension des courroies, efforts des engrenages, l'action de la pesanteur, etc.

#### a) Couple de torsion

Un arbre porté par deux appuis A et B, portant une poulie motrice C entraînée par un moteur M et deux poulies réceptrice D1 et D2 (voir la Figure 3). La poulie C est soumise au couple moteur  $C_m$  et les deux poulies D1 et D2 sont soumises aux couples résistants  $C_{r1}$  et  $C_{r2}$ . Il en résulte une contrainte de torsion dans l'arbre. Au moment du démarrage et ralentissement du moteur, il se produit des accélérations et des décélérations angulaires provoquant une variation dans le moment de torsion.

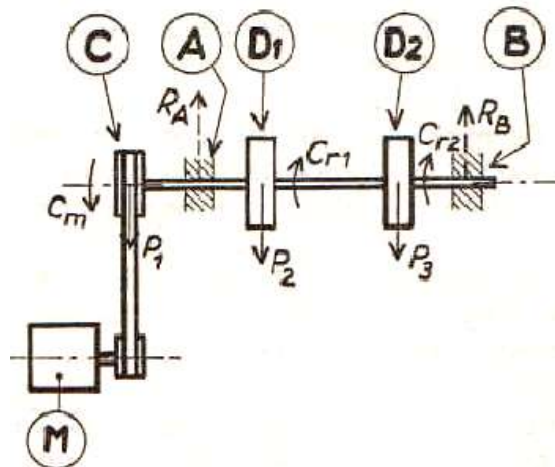


Figure 3 : Arbre soumis aux couples de torsion

### b) Charges axiales

Plusieurs éléments des transmissions (embrayages, engrenages coniques et hélicoïdaux, etc.), ainsi que les dilatations thermiques et d'autres organes mécaniques (ventilateur, pompes...), produisent des charges axiales qui peuvent être très importantes. Des butées doivent alors être installées sur les appuis pour reprendre ces charges axiales. Il résulte de ces charges axiales des contraintes d'extension ou de compression dans l'arbre.

### c) Charges radiales

Les poids des poulies et les tensions des courroies des poulies (Figure 3), ainsi les réactions aux appuis et toutes forces radiales produisent des contraintes de flexion et de cisaillement dans l'arbre.

### d) Vibrations latérales et vibrations de torsion

A certaines vitesses dites vitesses critiques, les arbres deviennent dynamiquement instables, c'est-à-dire que le centre de gravité quitte l'axe de rotation soit par un déséquilibre, soit par une flèche statique élevée. Cette instabilité conduit à un accroissement brusque de l'amplitude des vibrations et produit de fortes vibrations latérales pouvant amener à la rupture de l'arbre. Pendant le fonctionnement, le déséquilibre ou ce qu'on appelle phénomène de balourd ainsi une flèche statique élevée génèrent des forces d'inertie centrifuges, qui augmentent en mouvement la flèche statique maximale (nommée aussi en mouvement flèche dynamique), ces forces centrifuges augmentent aussi les déformations de l'arbre, les contraintes mécaniques dans l'arbre, les réactions au niveau des appuis et génèrent un niveau de vibration élevé. Ceci est dangereux et nécessite un bon équilibre statique et dynamique surtout aux grandes vitesses. Un arbre est parfaitement équilibré lorsque l'axe de centre de gravité est confondu avec l'axe de rotation dans le cas statique (arbre au repos).

Autre type de vibration que subissent les arbres en rotation est la vibration de torsion, la rupture de l'arbre aura lieu quand la vitesse de rotation de l'arbre atteindra une autre vitesse critique de torsion.

**e) Disposition et nombre des paliers**

Il est avantageux de monter les éléments de transmission le plus près possible des supports de l'arbre et ceci pour diminuer le moment fléchissant et donc la contrainte de flexion (figure 4). Pour diminuer les déformations en flexion, on réduit l'écartement (la portée) entre les paliers et on diminue le nombre des paliers pour des raisons d'économie.

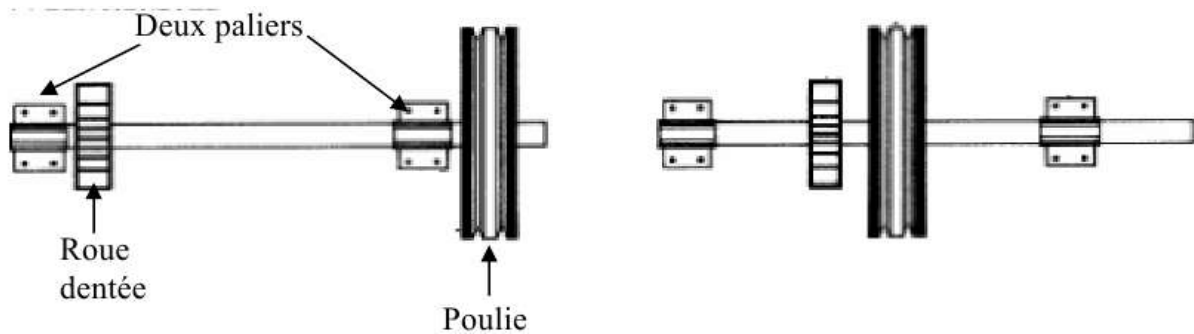


Figure 4 : Meilleur technique de montage des organes mécaniques sur l'arbre

D'autres sollicitations comme la fatigue et les déformations thermiques peuvent être rencontrées dans les applications industrielles des arbres.

**5. Calcul et dimensionnement de l'arbre**

**5.1 Critère de déformation**

**a) Déformation en flexion :**

La flèche de déformation maximale de l'arbre doit être comprise entre 0,15 à 0,8 mm par mètre de portée entre paliers. Une flèche élevée conduit à de nombreux problèmes comme la vibration de l'arbre, la déformation de l'arbre et le risque de rupture des paliers.

L'exemple de la figure 5 montre un arbre de diamètre  $d$  posé sur deux appuis A et B, la longueur de la portée est  $L$ , l'arbre est sollicité au centre par son propre poids  $P$ .

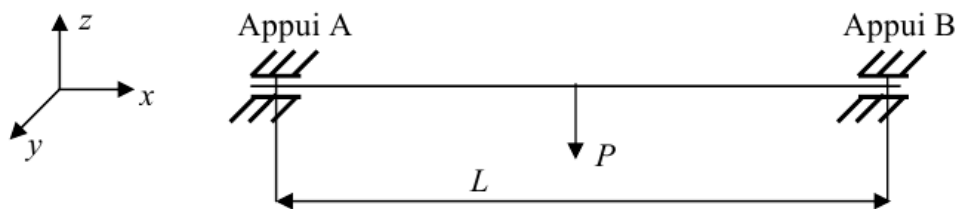


Figure 5 : Arbre sollicité en flexion

Exemple : On devrait vérifier la rigidité ou la flèche de déformation par flexion d'un arbre supportant des engrenages de grande précision afin d'assurer un fonctionnement précis des engrenages.

## b) Déformation en torsion :

L'angle de torsion doit être inférieur à  $1^\circ$  sur une longueur d'arbre égale à 20 fois le diamètre de l'arbre. L'exemple de la figure 6 montre un arbre de diamètre  $d$  et d'une longueur  $L$  subi un moment de torsion  $M_t$ .

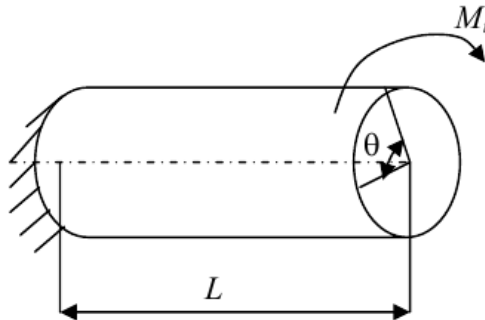


Figure 6 : Arbre sollicité en torsion

La rigidité en torsion  $k_t$  est calculée par la relation suivante :

Le module de cisaillement est égal :

Le moment d'inertie polaire  $I_p$  est calculé par la formule suivante :

L'angle de torsion  $\theta$  est calculé comme ceci :

## 5.3 Guidage

Il est nécessaire de guider tout corps animé d'un mouvement de rotation, l'arbre devra donc être porté par des paliers destinés d'une part à guider le mouvement de rotation et d'autre part à supporter les réactions générées par les diverses charges appliquées sur l'arbre. La lubrification et le graissage permettent de réduire les pertes de puissance par frottement.

## 5.4 Critère de la vitesse de rotation critique

La résonance vibratoire survient lorsque la vitesse de fonctionnement atteint une vitesse critique ou propre du système (vitesse critique de torsion ou de flexion), l'arbre dans ce cas risque de se rompre, car il aura subi des déformations excessives. A cette situation, on doit changer soit la vitesse de fonctionnement, soit le diamètre de l'arbre ou son matériau. Donc, le critère de la vitesse critique est vérifié quand la vitesse de rotation de l'arbre est différente à la vitesse critique ou à ses multiples.