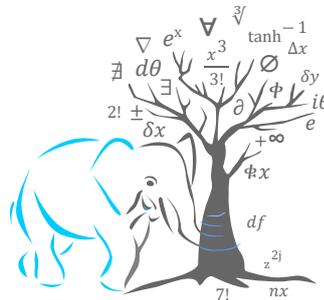


FACULTÉ DES SCIENCES EXACTES - DÉPARTEMENT DES SCIENCES DE LA MATIÈRE
 MODULE - MÉTHODES NUMÉRIQUES ET PROGRAMMATION
 DEVOIR À DOMICILE 1^{ER} SEMESTRE - L2 CHIMIE

" Le hasard ne favorise que les esprits préparés ..."

Louis Pasteur † Chimiste et Physicien Français du XIX^e siècle



Il est demandé
 aux étudiants (es)
 de "soigner"
 la copie.
 L'évaluation prend
 en compte la
 qualité de
 la présentation

EXO 1 (6 pts)

Considérons l'équation non-linéaire suivante :

$$f(x) = x + e^x + 1 \quad (1)$$

1. Trouver la racine x^* vérifiant $f(x = x^*) = 0$ en utilisant les méthodes de *point fixe* et de *Newton*. Prendre $x_0 = -1/2$ comme valeur initiale, commenter les résultats obtenus. Le critère d'arrêt est : $|x_{n+1} - x_n| \leq \varepsilon$, avec $\varepsilon = 10^{-4}$ est la tolérance considérée.
2. Donner le nombre d'itérations conduisant à la solution approchée.

EXO 2 (6 pts)

1. Soit l'intégrale définie par :

$$I(f) = \int_0^1 \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx = + 0.85607604618968$$

2. Évaluer numériquement cette intégrale en utilisant les méthodes du *point milieu* et du *trapèze*. Prendre $n = 6$ sous-intervalles pour chaque méthode. Conclure.
3. Déterminer pour la méthode de *point milieu*, le nombre de sous-intervalles n permettant d'atteindre une erreur d'intégration *Err* inférieure à 10^{-6} . Nous rappelons l'expression de l'erreur théorique :

$$\text{Err} \leq \frac{1}{2} \frac{(b-a)^2}{n} \max_{x \in [a,b]} |f^{(1)}(x)| \quad (2)$$

EXO 3 (8 pts)

Considérons le problème de Cauchy suivant :

$$P : \begin{cases} y'(t) - y(t) = e^{2t} & t \in [0, 1] \\ y(0) = 2 \end{cases} \quad (3)$$

La solution analytique (exacte) est donnée par $y(t) = e^t + e^{2t}$.

- Résoudre numériquement en utilisant la méthode d'Euler progressive le problème de Cauchy ci-dessus. Faire dix ($m = 10$) itérations pour un pas de discrétisation $h = 0.1$.
- Calculer l'erreur $e_n = |y(t_n) - u_n|$ commise à chaque instant t entre la solution numérique et la solution analytique. Commenter.