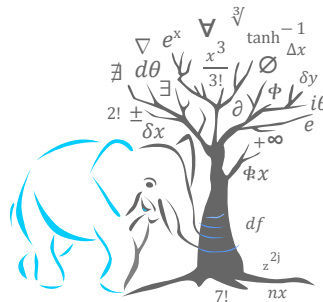


FACULTÉ DES SCIENCES EXACTES - DÉPARTEMENT DES SCIENCES DE LA MATIÈRE  
 MODULE - MÉTHODES NUMÉRIQUES ET PROGRAMMATION  
 DEVOIR À DOMICILE 1<sup>ER</sup> SEMESTRE - L2 CHIMIE

" Le hasard ne favorise que les esprits préparés ..."

Louis Pasteur † Chimiste et Physicien Français du XIX<sup>e</sup> siècle



Il est demandé  
 aux étudiants (es)  
 de "soigner"  
 la copie.  
 L'évaluation prend  
 en compte la  
 qualité de  
 la présentation

**EXO 1** (6 pts)

Considérons l'équation non-linéaire suivante :

$$f(x) = x + e^x + 1 \quad (1)$$

1. Trouver la racine  $x^*$  vérifiant  $f(x = x^*) = 0$  en utilisant les méthodes de *point fixe* et de *Newton*. Prendre  $x_0 = -1/2$  comme valeur initiale, commenter les résultats obtenus. Le critère d'arrêt est :  $|x_{n+1} - x_n| \leq \varepsilon$ , avec  $\varepsilon = 10^{-4}$  est la tolérance considérée.
2. Donner le nombre d'itérations conduisant à la solution approchée.

**EXO 2** (6 pts)

1. Soit l'intégrale définie par :

$$I(f) = \int_0^1 \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx = + 0.85607604618968$$

2. Évaluer numériquement cette intégrale en utilisant les méthodes du *point milieu* et du *trapèze*. Prendre  $n = 6$  sous-intervalles pour chaque méthode. Conclure.
3. Déterminer pour la méthode de *point milieu*, le nombre de sous-intervalles  $n$  permettant d'atteindre une erreur d'intégration *Err* inférieure à  $10^{-6}$ . Nous rappelons l'expression de l'erreur théorique :

$$\text{Err} \leq \frac{1}{2} \frac{(b-a)^2}{n} \max_{x \in [a,b]} |f^{(1)}(x)| \quad (2)$$

**EXO 3** (8 pts)

Considérons le problème de Cauchy suivant :

$$P : \begin{cases} y'(t) - y(t) = e^{2t} & t \in [0, 1] \\ y(0) = 2 \end{cases} \quad (3)$$

La solution analytique (exacte) est donnée par  $y(t) = e^t + e^{2t}$ .

- Résoudre numériquement en utilisant la méthode d'Euler progressive le problème de Cauchy ci-dessus. Faire dix ( $m = 10$ ) itérations pour un pas de discrétisation  $h = 0.1$ .
- Calculer l'erreur  $e_n = |y(t_n) - u_n|$  commise à chaque instant  $t$  entre la solution numérique et la solution analytique. Commenter.