POTEAUX EN COMPRESSION SIMPLE

1. Définition

Une pièce est soumise à la compression simple lorsque les forces agissant sur elle, et situées d'un même coté par rapport à une section droite (B), peuvent être réduites, par rapport au centre de gravité G de (B) a une surface unique de compression N, perpendiculaire a (B) et passant par G.

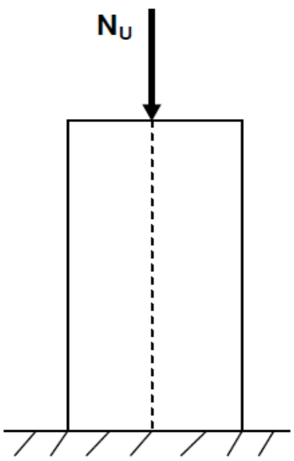
Lorsqu'on soumet une pièce rectiligne assez longue, dont des dimensions de la section transversale est faible par rapport à la longueur, a un effort de compression dirigé suivant son axe, on constate :

_ Tant que l'effort de compression est suffisamment faible, l'axe de la pièce demeure rectiligne et il se produit un raccourcissement élastique proportionnel à l'effort appliqué.

_ Si l'effort de compression augmente ; pour une certaine valeur de cet effort la pièce s'incurve brusquement et elle se rompt sous une charge inférieure à celle qui aurait provoqué la rupture d'une pièce de même section transversale.

*Le phénomène décrit ci-dessus a reçu le nom de flambement, la valeur de l'effort de compression a partir de laquelle se produit le flambement s'appelle : la charge critique d'**EULER.***

Le poteau ainsi constitué de béton et d'armature, à une faible résistance au flambement, c'est pourquoi on introduit des armatures transversales.



2- L'élancement est limité à $\lambda \leq 70$.

2-1- Longueur de flambement et élancement :

- ***a- La longueur de flambement (Lf)*** *: Evaluation de la longueur de flambement ,elle dépend de la longueur de l'élément (L) et du type de la liaison*

-Cas des poteaux isolés :

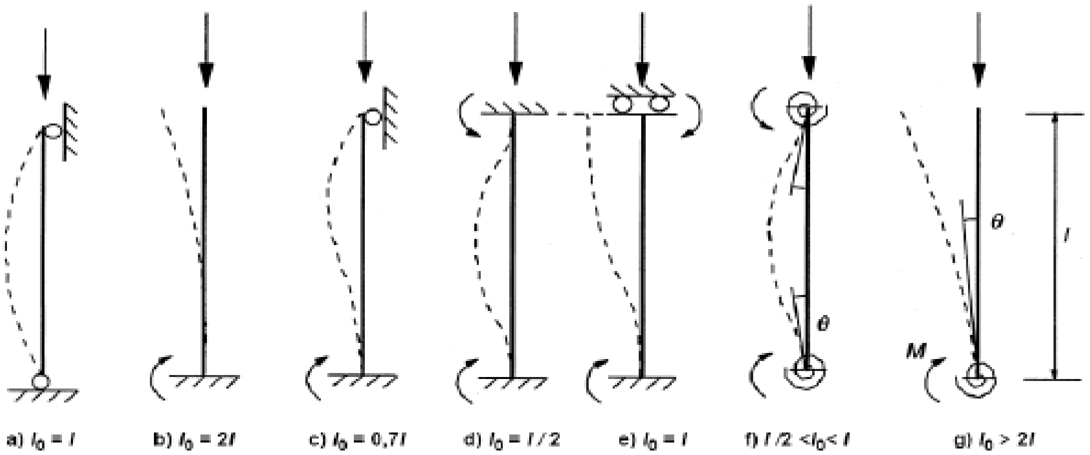


Fig-01- : La longueur de flambement l_0 est la longueur du poteau

-Cas des poteaux dans des bâtiments à étages multiples :

Dans le cas de poteaux de bâtiment, on appelle longueur libre ***l_0*** *la longueur entre faces supérieures de deux planchers consécutifs*

On peut considérer de façon forfaitaire :

L_0= 0,7 l *pour les poteaux à l'intérieur assemblés à des poutres de plancher ayant au moins la même raideur.*

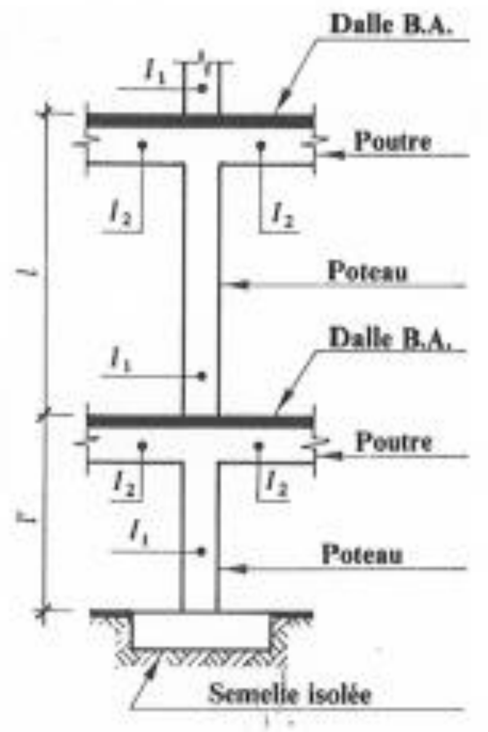


Fig-02-le cas de poteaux de bâtiment

- L'élancement de $\boldsymbol{\lambda}$: $\lambda = \dfrac{L_f}{i_{\min}}$

- *Définition du rayon de giration* $\mathbf{i_{xx}}$: $i_{xx} = \sqrt{\dfrac{I_{xx}}{B}}$

avec : ***B*** *: la section du poteau.*

$\mathbf{I_{xx}}$ *: moment d'inertie de la section transversale dans le plan de flambement*

Pour une section rectangulaire :

$$I_{xx} = \frac{b.a^3}{12} \quad ; \quad \mathrm{I}_{yy} = \frac{a.b^3}{12}$$

$$a < b \Rightarrow I_{xx} < I_{yy} \Rightarrow i_{xx} < i_{yy}$$

$$\text{d'où : } i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{xx}}{B}}$$

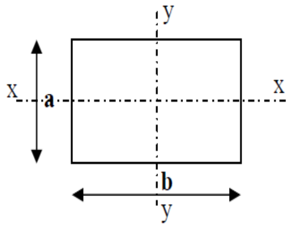


Fig-03-

Pour une section circulaire :

$$I_{xx} = \frac{\pi.\mathrm{D}^4}{64}$$

$$i_x = \sqrt{\frac{\dfrac{\pi.D^4}{64}}{\dfrac{\pi.D^2}{4}}} = \sqrt{\frac{D^2}{16}} \text{ d'où : } i_x = \frac{D}{4}$$

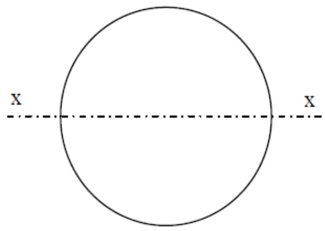


Fig-04-

Pour une section carrée :

$$i_{\min} = \frac{a}{2.\sqrt{3}}$$

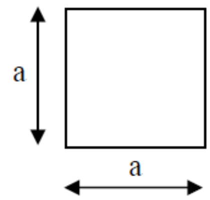
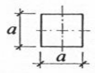
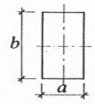
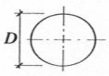
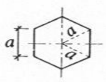


Fig-05-

Tab-01- Tableau des élancements

	Forme de la section	$I_{\min}$	B	$i = \sqrt{\dfrac{I_{\min}}{B}}$	$\lambda = \dfrac{l_f}{i}$	$\lambda \leqslant 50$ si :	$\lambda \leqslant 70$ si :
1		$\dfrac{a^4}{12}$	$a \times a$	$\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$	$\dfrac{2\sqrt{3}\,l_f}{a}$	$\dfrac{l_f}{a} \leqslant 14{,}434$	$\dfrac{l_f}{a} \leqslant 20{,}207$
2		$\dfrac{a^3b}{12}$	$a \times b$	$\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$	id°	id°	id°
3		$\dfrac{\pi D^4}{64}$	$\dfrac{\pi D^2}{4}$	$\dfrac{D}{4}$	$\dfrac{4l_f}{D}$	$\dfrac{l_f}{D} \leqslant 12{,}5$	$\dfrac{l_f}{D} \leqslant 17{,}5$
4		$\dfrac{5}{16}\sqrt{3}a^4$ ou $\approx 0{,}541a^4$	$\dfrac{3}{2}\sqrt{3}a^2$ ou $2{,}598a^2$	$0{,}456a$	$\dfrac{l_f}{0{,}456a}$	$\dfrac{l_f}{a} \leqslant 22{,}8$	$\dfrac{l_f}{a} \leqslant 31{,}92$

***3- Etat limite de service (E.L.S)** : Les règles **C.B.A** n'impose aucune hypothèse.*

4- Etat limite Ultime (E.L.U.R) :

*Soit : **Nu** : La force extérieure de compression.*

*   **B** : La surface de l'élément.*

*   **Fb** : La résistance du béton.*

*   **Fe** : La résistance de l'acier.*

*   **Asc** : La section de l'acier.*

Nous écrivons l'équilibre entre l'action et la résistance comme suit :

$$Nu \leq B.f_b + A_{sc}.\frac{fe}{\gamma_s}$$

$$\Rightarrow Nu \leq B.\frac{0{,}85.f_{c28}}{\gamma_b} + A_{sc}.\frac{fe}{\gamma_s}$$

*Pour plus de sécurité, on minore la résistance pour un coefficient α. Puis on réduit la section en éliminant **1 cm** de chaque bordure.*

*On appelle alors la section réduite. **Br***

$$Br = \frac{\pi.(D-0{,}02)^2}{4}$$

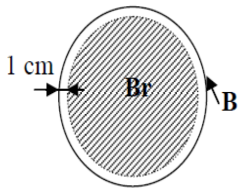


Fig-06-

$$\mathrm{Br} = (\mathrm{a}-0{,}02).(\mathrm{b}-0{,}02)$$

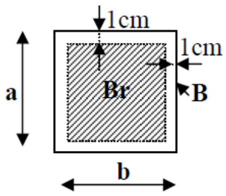


Fig-07-

La loi s'écrit alors :

$$Nu \leq \alpha.\left(Br.\frac{f_{c28}}{0{,}9.\gamma_b} + A_{sc}.\frac{fe}{\gamma_s}\right)$$

- Si $\lambda \leq 50$: $\alpha = \dfrac{0{,}85}{1+0{,}2.\left(\dfrac{\lambda}{35}\right)^2}$

- Si $50 \leq \lambda \leq 70$: $\alpha = 0{,}6.\left(\dfrac{50}{\lambda}\right)^2$

6 - Détermination des armatures :

***a-** <u>Armatures longitudinales :</u>*

$$Nu \leq \alpha \left(Br.\frac{f_{c28}}{0{,}9.\gamma_b} + A_{sc}.\frac{fe}{\gamma_s} \right)$$

$$A_{sc} \geq \left(\frac{Nu}{\alpha} - \frac{Br.f_{c28}}{0{,}9.\gamma_b} \right).\frac{\gamma_s}{fe}$$

Avec :

B_r *en m²*

Nu *en MN*

f_{c28} *en MPa*

γ_s= 1.15 *coefficient de sécurité pour l'acier.*

γ_b= 1.5 *coefficient de sécurité pour le béton*

<u>Pourcentage d'armatures minimum :</u>

*Le **C.B.A** exigé :* A_{CBAmin} *=* ***0,1 %*** *de la section du béton avec Ømin = 12 mm.*

*Le **R.P.A** exigé :* A_{RPAmin} *=* ***0,7 %. B*** $\rightarrow$ *Zone I*

A_{RPAmin} *=* ***0,8 %. B*** $\rightarrow$ *Zone IIa*

A_{RPAmin} *=* ***0,9 %. B*** $\rightarrow$ *Zones IIb et III*

b- *<u>Armatures transversales</u> :*

Elles n'ont aucun rôle de résistance, le rôle principal c'est d'empêcher le flambement des armatures longitudinales.

Le diamètre sera $\phi_t = \frac{\phi_l}{3}$ *:*

entre deux cadre : esp = Min{40cm ; a+10cm ; 15.Ølmin}....C.B.A

<u>Dans la zone nodale :</u>

esp $\leq$ *Min{15cm ; 10Ølmin}* $\rightarrow$ *Zones I et IIa…… R.P.A*

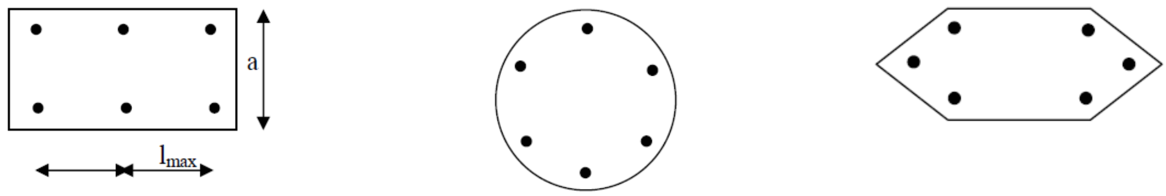
esp $\leq$ *10cm* $\rightarrow$ *Zones IIb et III……R.P.A*

<u>Dans la zone courante :</u>

esp $\leq$ *15Ølmin* $\rightarrow$ *Zones I et IIa…… R.P.A*

esp $\leq$ *{b/2 ; a/2 ; 10Ølmin}* $\rightarrow$ *Zones IIb et III……R.P.A*

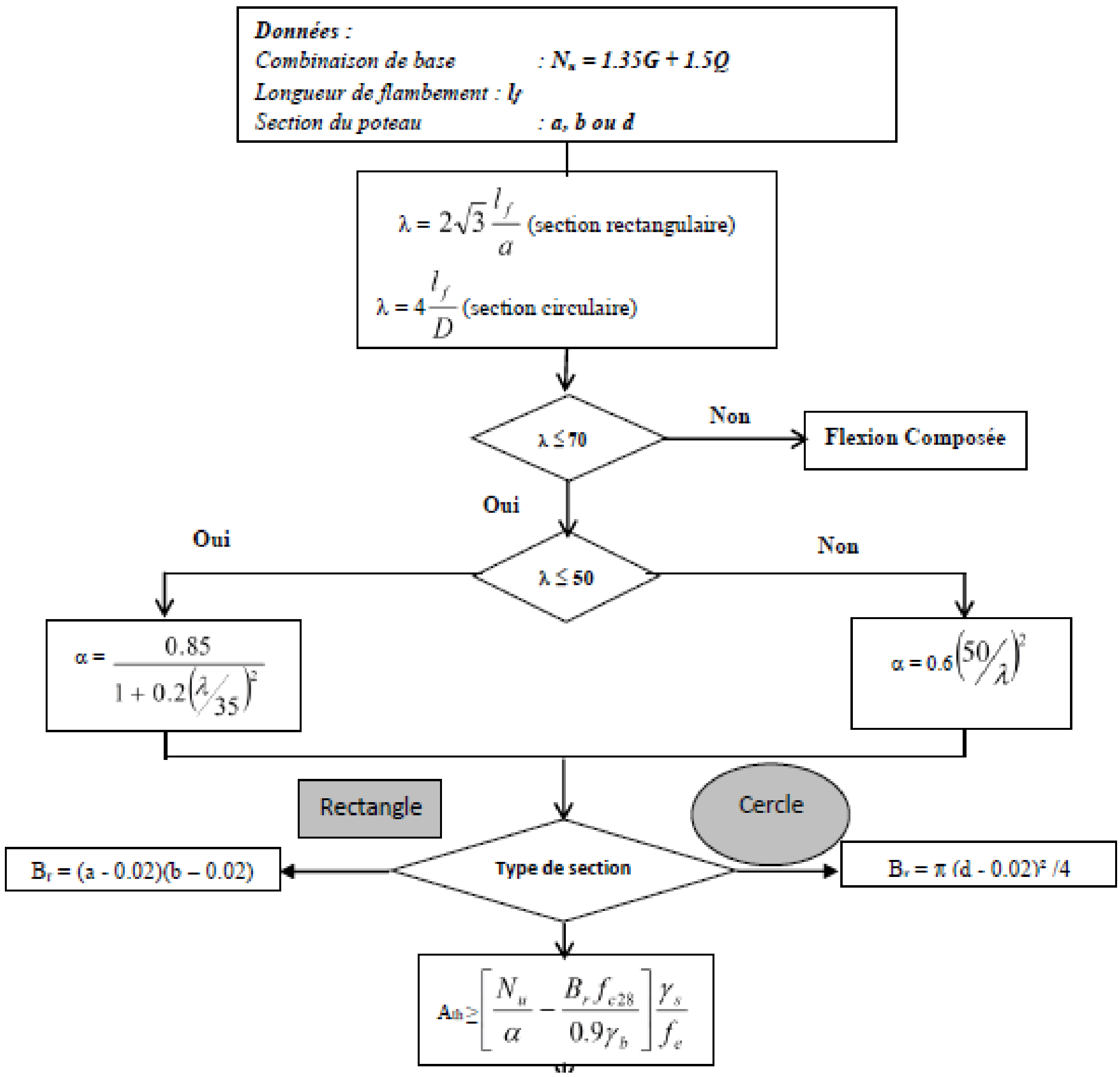
c- ***Dispositions constructives :***



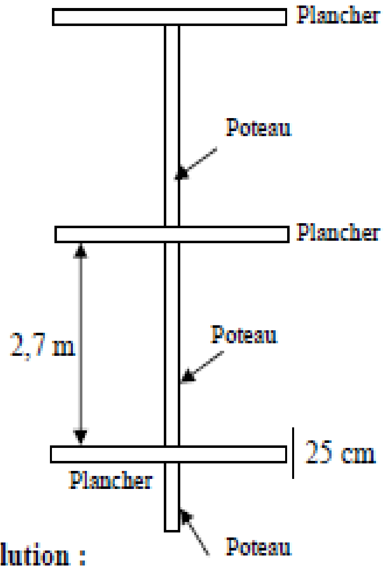
-Section rectangulaire *-Section circulaire* *Section polygonale*

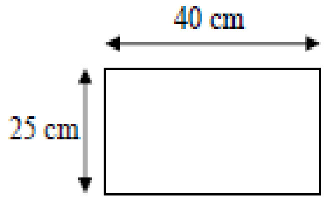
Fig-08-

L'organigramme de calcul



-Application : Soit un bâtiment à étage multiple





La section du poteau

$N_g = 0,7$ MN

$N_q = 0,35$ MN

$f_{c28} = 25$ MPa

FeE400

Solution :

$N_u = 1,35 \,.\, N_g + 1,5 \,.\, N_q \;=\; 1,5 \,.\, 0,7 + 1,5 \,.\, 0,35 = 1,47$ MN.

$L_0 = 2,7 + 0,25 = 2,95$ m.

La longueur de flambement : $L_f = 0,7 \,.\, L_0 = 0,7 \,.\, 2,95 = 2,065$ m.

Le rayon de giration : $i_{min} = \dfrac{a}{2\sqrt{3}} = \dfrac{25}{2\sqrt{3}} = 7,22$ cm

L'élancement : $\lambda = \dfrac{L_f}{i_{min}} = \dfrac{206,5}{7,22} = 28,31$

$$\lambda < 50 \;\Rightarrow\; \alpha = \frac{0,85}{1+0,2\left(\dfrac{\lambda}{35}\right)^2} = \frac{0,85}{1+0,2\left(\dfrac{28,31}{35}\right)^2} = 0,75$$

La section réduite: $Br = (40 - 2) \times (25 - 2) = 874$ cm².

La section d'armature : $A_{sc} \geq \left(\dfrac{Nu}{\alpha} - \dfrac{Br.f_{c28}}{0,9.\gamma_b}\right)\dfrac{\gamma_s}{fe} = \left(\dfrac{1,47}{0,75} - \dfrac{0,0874.25}{0,9.1,5}\right)\dfrac{1,15}{400}$

$A_{sc} \geq 9,81$ cm².