
Série d'exercices N°4

Exercice 1: On jette deux dés équilibrés en même temps (sans distinction de l'ordre d'apparition) et on note par $\{i,j\}$ le résultat ainsi obtenu.

- 1- Déterminer l'espace probabilisé associé à cette expérience.
- 2- On définit maintenant la variable aléatoire $X = |i - j|$.
 - ✓ Déterminer la loi de la variable aléatoire X .
 - ✓ Calculer les moments d'ordre un et deux de X et en déduire sa variance.

Exercice 2: Soit X une v.a. de densité de probabilité $f(x)$ définie par :

$$f(x) = ax^2 e^{-kx} \quad . k > 0 \text{ et } x \in \mathbb{R}_+$$

- a) Déterminer la valeur de la constante 'a'.
- b) Quelle est la fonction de répartition de la variable aléatoire X .
- c) Calculer la probabilité pour que $X \in \left]0, \frac{1}{k}\right]$.

Exercice 3: Soit $f(x)$ la fonction définie par :

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < -1 \\ x + 1 & \text{si } x \in [-1, 0] \\ -x + 1 & \text{si } x \in [0, 1] \\ 0 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

- a) Montrer que $f(x)$ est la densité de probabilité d'une variable aléatoire X .
- b) Déterminer sa fonction de répartition $F(x)$.
- c) Calculer l'espérance et la variance de la variable aléatoire X .
- d) Montrer que $P(|X| > k) < \frac{1}{6k^2}$

Exercice 4: Soit X une variable aléatoire distribuée sur l'intervalle $[1, e]$ avec la densité :

$$f(x) = \frac{k}{x}$$

- a) Déterminer la valeur de k ainsi que la fonction de répartition de X .
- b) Calculer $E[X^n]$; en déduire l'espérance et la variance de X .