

سلسلة التمارين رقم 03 في مقياس الاحصاء الوصفي.  
عرض المعطيات: العرض البياني.

التمرين الأول:

فيما يلي البيانات الخام لأربعين ورقة من أوراق نبات الغار قيست أطوالها (الوحدة: ملم):

138	164	150	132	144	125	149	157
146	158	140	147	136	148	152	144
168	126	138	176	163	119	154	165
146	173	142	147	135	153	140	135
161	145	135	142	150	156	145	128

المطلوب:

أولاً:

- 1- كون توزيعاً تكرارياً لهذه البيانات، مستخدماً في ذلك 5 ملم كطول للفئات.
- 2- أحسب مراكز الفئات.
- 3- كون توزيعاً تكرارياً متجمعاً صاعداً وآخر نازلاً.
- 4- ما هو عدد الأوراق التي يزيد طولها عن 138.5 ملم، لكنه لا يتجاوز 163.5 ملم؟
- 5- ما هو عدد الأوراق التي يقل طولها عن 151.5 ملم؟
- 6- حدد الطول الذي تقع دونه أطوال الأوراق الأربع والثلاثين الأولى.
- 7- كون توزيعاً تكرارياً نسبياً وتوزيعاً تكرارياً نسبياً مئوياً.

ثانياً: اعتماداً على إجاباتك السابقة، أرسم كلا من:

- 1- المدرج التكراري والمضلع التكراري لتوزيع أطوال أوراق نبات الغار.
- 2- المضلعين التكراريين المتجمعين الصاعد والنازل.

التمرين الثاني:

أرسم المدرج التكراري للتوزيع التكراري التالي:

$n_i$	الفئات
25	10 - 05
40	15 - 10
60	25 - 15
50	35 - 25
60	50 - 35
40	70 - 50
275	المجموع

التمرين الثالث: يبين التوزيع التكراري التالي عدد العمال الذين يعملون في إحدى المؤسسات حسب تخصصاتهم:

التخصص	A	B	C	D	E	F	G
عدد العمال	77	64	47	44	85	18	28

المطلوب: قم بعرض هذا الجدول بيانيا في شكل:

1- أعمدة مستطيلة.

2- دائرة نسبية.

التمرين الرابع: سحبنا عينة مكونة من 100 عائلة، وسجلنا عدد الأبناء لدى كل عائلة، ثم لخصنا النتائج في الجدول التالي:

عدد الأبناء	0	1	2	3	4	5	6
التكرار	4	10	16	18	25	15	12

المطلوب:

1- أرسم كلا من الأعمدة البسيطة (القضبان) والمدرج التكراري لهذا التوزيع التكراري.

2- حسب رأيك أيهما أحسن تمثيلا لهذا المتغير ولماذا؟

التمرين الخامس: يلخص الجدول التالي أعداد التقنيين والإداريين في ثلاث مؤسسات.

المؤسسة	A	B	C
التقنيون	100	120	165
الإداريون	20	35	55

المطلوب: استخدم الأعمدة المزدوجة لعرض معطيات هذا الجدول بيانيا.

أسرة المقياس.

حلول سلسلة التمارين رقم 03 في مقياس الاحصاء الوصفي.  
عرض المعطيات: العرض البياني.

حل التمرين الأول:

1. تكوين توزيع تكراري لهذه البيانات، باستخدام 5 ملم كطول للفئات: للقيام بذلك نتبع خطوات انشاء توزيع تكراري المبينة في المحاضرة والمفصلة في حلول التمرين الخامس من تمارين السلسلة رقم 02 السابقة (تمرين أجور العمال) وحل هذا السؤال مبين في الأعمدة 1 و 2 و 3 من الجدول أسفله.
2. حساب مراكز الفئات: مركز كل فئة = (حدها الأدنى + حدها الأعلى) تقسيم 2. أنظر المراكز في الجدول أسفله.
3. تكوين توزيع تكراري متجمع صاعد وآخر نازل: شرح ذلك بالتفصيل في حل التمرين الخامس من تمارين السلسلة رقم 02 السابقة (تمرين أجور العمال) وحل هذا السؤال مبين في الأعمدة 5 و 6 (للمتجمع الصاعد) و 7 و 8 (للمتجمع النازل) من الجدول أسفله.

تكرار نسبي منوي % $fi$	تكرار نسبي $fi$	تكرار متجمع نازل		تكرار متجمع صاعد		مراكز الفئات $x_i$	التكرار $n_i$	الفئات (حدود فعلية)	الفئات (حدود ظاهرية)
		$F_{\downarrow}$	ح. دنيا فعلية	$F_{\uparrow}$	ح. عليا فعلية				
2.5	0.025	40	أكثر من 118,5	0	أقل من 118,5	121	1	123,5 - 118,5	123 - 119
7.5	0.075	39	أكثر من 123,5	1	أقل من 123,5	126	3	128,5 - 123,5	128 - 124
2.5	0.025	36	أكثر من 128,5	4	أقل من 128,5	131	1	133,5 - 128,5	133 - 129
15.0	0.150	35	أكثر من 133,5	5	أقل من 133,5	136	6	138,5 - 133,5	138 - 134
10.0	0.100	29	أكثر من 138,5	11	أقل من 138,5	141	4	143,5 - 138,5	143 - 139
22.5	0.225	25	أكثر من 143,5	15	أقل من 143,5	146	9	148,5 - 143,5	148 - 144
12.5	0.125	16	أكثر من 148,5	24	أقل من 148,5	151	5	153,5 - 148,5	153 - 149
10.0	0.100	11	أكثر من 153,5	29	أقل من 153,5	156	4	158,5 - 153,5	158 - 154
5.0	0.050	7	أكثر من 158,5	33	أقل من 158,5	161	2	163,5 - 158,5	163 - 159
7.5	0.075	5	أكثر من 163,5	35	أقل من 163,5	166	3	168,5 - 163,5	168 - 164
2.5	0.025	2	أكثر من 168,5	38	أقل من 168,5	171	1	173,5 - 168,5	173 - 169
2.5	0.025	1	أكثر من 173,5	39	أقل من 173,5	176	1	178,5 - 173,5	178 - 174
100	1.000	0	أكثر من 178,5	40	أقل من 178,5	/	40	المجموع	

4. عدد الأوراق التي يزيد طولها عن 138.5 سم ولا يتجاوز 163.5 سم: هناك عدة طرائق لحساب هذا العدد:  
 ✓ الطريقة الأولى: باستخدام التكرارات المطلقة، وذلك بجمع التكرارات المحصورة بين الفئات من الفئة السابعة (138.5 - 143.5) إلى الفئة التاسعة (158.5 - 163.5).

وعليه... عدد الأوراق = 2 + 4 + 5 + 9 + 4 = 24 ورقة.

✓ الطريقة الثانية: باستخدام التكرارات المتجمعة الصاعدة.

عدد الأوراق = (الأقل من 163.5 سم) - (الأقل من 138.5 سم).

$$= 35 - 11 = 24 \text{ ورقة.}$$

✓ الطريقة الثالثة: عدد الأوراق = (الأكثر من 138.5 سم) - (الأكثر من 163.5 سم).

$$= 29 - 5 = 24 \text{ ورقة.}$$

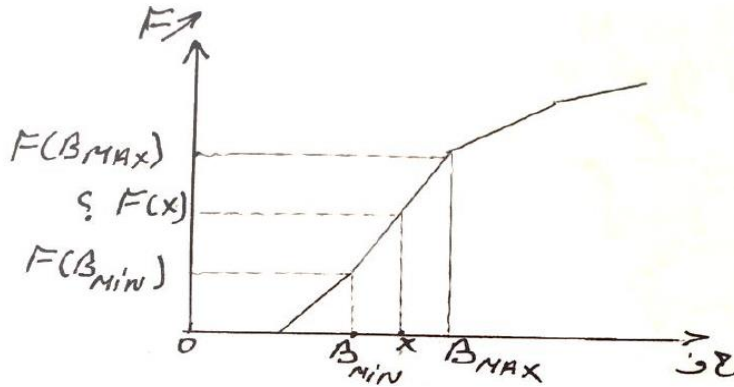
5. عدد الأوراق التي يقل طولها عن 151.5 سم: أي حساب  $F(151.5)$

نلاحظ أولاً أن هذا الطول (151.5 سم) لا هو حد أدنى ولا هو حد أعلى لأي فئة، بل هو قيمة داخل الفئة السابعة (148.5 - 153.5).

لذلك سنفترض أن هذه الأوراق الخمسة موزعة داخل هذه الفئة بانتظام، كي نطبق القاعدة الثلاثية الآتية:

$$[F(B_{max}) - F(B_{min})] \dots \dots \dots [B_{max} - B_{min}]$$

$$[F(x) - F(B_{min})] \dots \dots \dots [x - B_{min}]$$



حيث:

- |  |   |
|--|---|
| $F(B_{min})$ التكرار المتجمع الصاعد للفئة ما قبل الفئة المعنية (أي للفئة السادسة). | $B_{min}$ الحد الأدنى الفعلي للفئة المعنية (السابعة) ويساوي 148.5 سم. |
| $F(B_{max})$ التكرار المتجمع الصاعد للفئة المعنية (أي للفئة السابعة)               | $B_{max}$ الحد الأعلى الفعلي للفئة المعنية (السابعة) ويساوي 153.5 سم. |
| $F(x)$ التكرار المتجمع الصاعد <b>المطلوب</b> (أي عدد الأوراق الأقل من 151.5 سم)    | $x$ الطول الذي نبحث عن عدد الأوراق الأقل منه (151.5 سم)               |

نطبق القاعدة الثلاثية السابقة فنحصل على القانون الآتي:

$$F(x) = F(Bmin) + \left[ (F(Bmax) - F(Bmin)) \times \frac{x - Bmin}{Bmax - Bmin} \right]$$

$$= 24 + \left[ (29 - 24) \times \frac{151.5 - 148.5}{153.5 - 148.5} \right] = 27$$

ومنه عدد الأوراق التي يقل طولها عن 151.5 سم هو 27 ورقة.

6. تحديد الطول الذي تقع دونه أطوال الأوراق الأربع والثلاثين الأولى:

أي تحديد الطول الأكبر للأربع والثلاثين ورقة الأولى... وللقيام بذلك نعود الى تطبيق القاعدة الثلاثية السابقة نفسها اعتمادا على الشكل السابق نفسه، الفرق الوحيد أن المجهول هنا هو الطول  $x$  وليس العدد  $F(x)$ .

$$\begin{aligned} [F(Bmax) - F(Bmin)] & \dots \dots \dots [Bmax - Bmin] \\ [F(x) - F(Bmin)] & \dots \dots \dots [x - Bmin] \end{aligned}$$

$$x = Bmin + \left[ Bmax - Bmin \times \frac{F(x) - F(Bmin)}{F(Bmax) - F(Bmin)} \right]$$

ولتحديد قيم  $Bmin$  و  $Bmax$  لا بد أن نعرف الفئة التي تحوي هذا الطول المجهول  $x$ .. نستدل عليها بالرجوع الى التكرارات المتجمعة الصاعدة (العمود السادس في الجدول السابق) فنجد أن التكرار المتجمع الصاعد  $F(x) = 34$  ورقة موجود بين التكرارين المتجمعين الصاعدين  $F(Bmin) = 33$  ورقة و  $F(Bmax) = 35$  ورقة. وهو ما يوافق الفئة (158.5 - 163.5).

$$x = 158.5 + \left[ 163.5 - 158.5 \times \frac{34 - 33}{35 - 33} \right] = 161 \text{ cm}$$

إذن الطول الذي تقع دونه أطوال الأربع والثلاثين ورقة الأولى هو 161 سم.

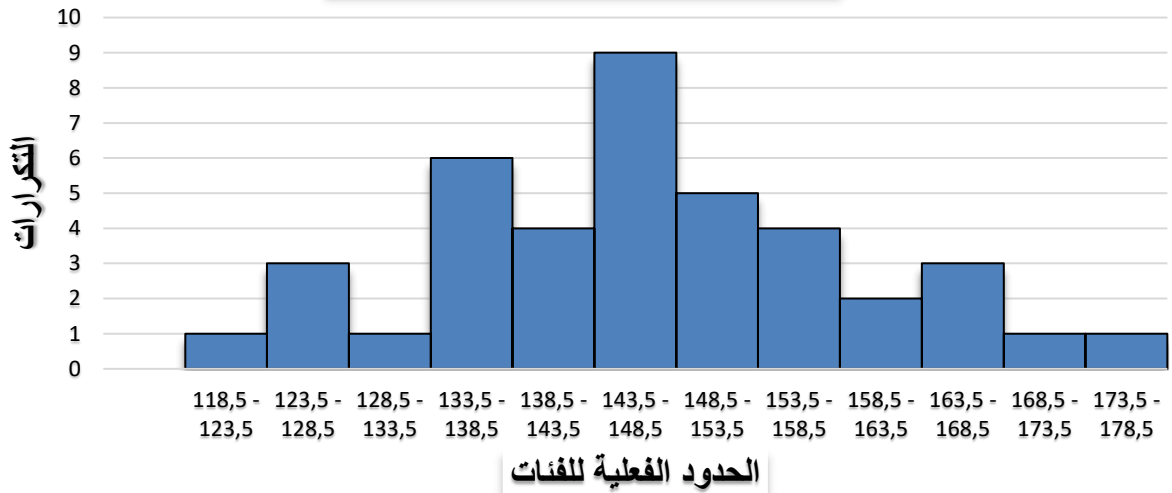
7. تكوين توزيع تكراري نسبي وتوزيع تكراري نسبي مئوي: شرحنا ذلك بالتفصيل في حلول تمارين

السلسلة رقم 02 السابقة وخاصة حل التمرين الخامس (تمرين أجور العمال) وحل هذا السؤال مبين في العمودين الأخيرين من الجدول أعلاه.

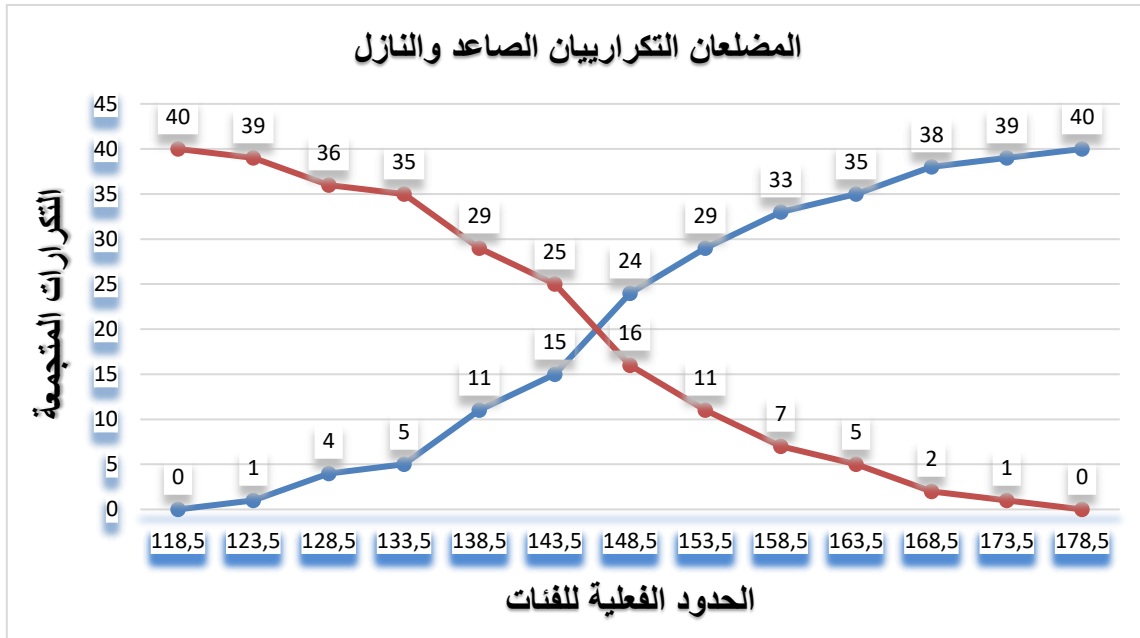
ثانيا: اعتمادا على إجاباتنا السابقة، رسم كل من:

1- المدرج التكراري والمضلع التكراري لتوزيع أطوال أوراق نبات الغار.

## المدرج التكراري لأطوال أوراق نبات الغار



## 2- المضلعين التكراريين المتجمعين الصاعد والنازل:



## حل التمرين الثاني:

رسم المدرج التكراري للتوزيع التكراري التالي:

$n_i$	الفئات
25	10 - 05
40	15 - 10
60	25 - 15
50	35 - 25
60	50 - 35
40	70 - 50
275	المجموع

نلاحظ أن فئات هذا التوزيع غير متساوية الطول، لذا لابد من تعديل "تكرارات" الفئات قبل الشروع في الرسم بما يكفل تحقيق قاعدة التناسب المبينة في المحاضرة.

للقيام بذلك يمكن ان نسلك إحدى الطريقتين الآتيتين:

➤ الطريقة الأولى: باستخراج القاسم المشترك الأكبر لأطوال الفئات.

وذلك باتباع الخطوات الآتية:

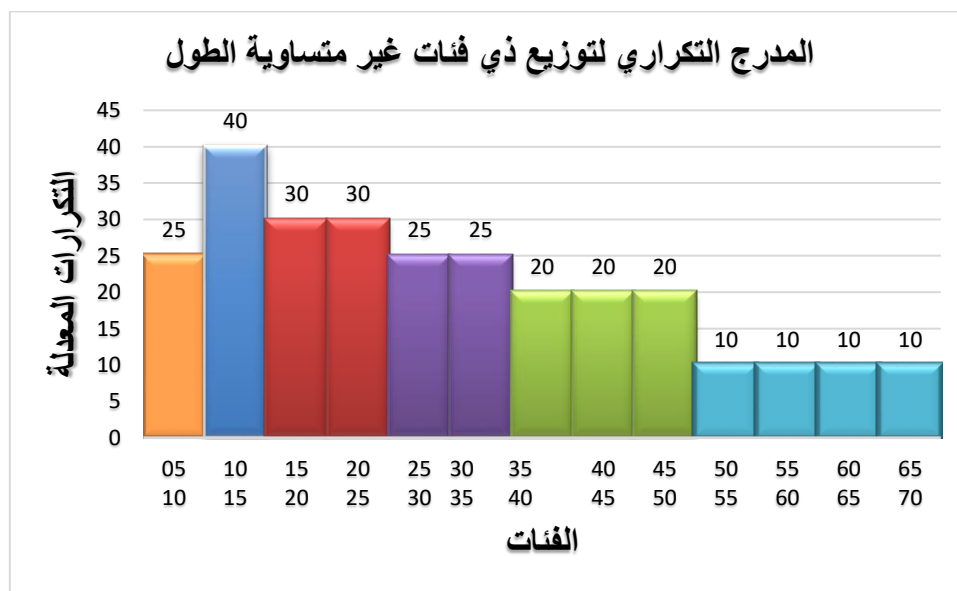
سلسلة التمارين رقم 03 في الإحصاء الوصفي

- ✓ باستخراج القاسم المشترك الأكبر لأطوال الفئات  $PGCD$ : في مثالنا يساوي 5.
- ✓ حساب القيم  $a_i$  لكل فئة من الفئات: وذلك بقسمة طول كل فئة على القاسم المشترك الأكبر (5).
- ✓ حساب التكرار الجديد (المصحح)  $n'_i$ : والذي يساوي التكرار الأصلي  $n_i$  مقسوما على القيمة  $a_i$  لكل فئة.

يمكن نتائج هذه الخطوات في الجدول الآتي:

التكرار المعدل $n'_i = n_i/a_i$	القيم $a_i$ (طول الفئة / $PGCD$ )	أطوال الفئات	التكرار $n_i$	الفئات
25	1	5	25	10-05
40	1	5	40	15-10
30	2	10	60	25-15
25	2	10	50	35-25
20	3	15	60	50-35
10	4	20	40	70-50
/	/	/	275	المجموع

وعلى ذلك يكون المدرج التكراري على النحو الآتي:



ملاحظة هامة: الفئات ذات اللون المشترك هي في الحقيقة فئة واحدة وليست عدة فئات كما يبدو من الشكل، فمثلا الفئات الخضراء الثلاث هي في أصلها فئة واحدة تمتد من 35 الى 50.

➤ الطريقة الثانية: تستخدم كبديل عن الطريقة السابقة، وتظهر أهميتها أكثر فأكثر عندما لا يكون بالإمكان استخراج القاسم المشترك الأكبر لأطوال الفئات... خطواتها بسيطة وهي اثنتان فقط:

- ✓ اختيار أحد أطوال الفئات كطول مرجعي: يستحسن في هذا الاختيار أن يكون الطول المختار هو الأكثر انتشارا ويستحسن أيضا أن يكون الأصغر من بين الأطوال.

✓ تطبيق القانون الآتي:  $n'_i = n_i \times \frac{ls}{l_i}$  حيث:

$ls$  الطول المختار من بين أطوال الفئات.

$l_i$  الطول الأصلي للفئة  $i$

$n'_i$  التكرار المعدل للفئة  $i$

$n_i$  التكرار الأصلي للفئة  $i$

مثلا... نختار طول الفئة الأولى كطول مرجعي.. أي  $ls = 5$  وبالتالي يحسب تكرارها المعدل على النحو الآتي:

$$n'_i = n_i \times \frac{ls}{l_i} = 25 \times \frac{5}{5} = 5$$

وهكذا مع بقية الفئات... ثم نرسم المدرج على أساس التكرارات الجديدة...

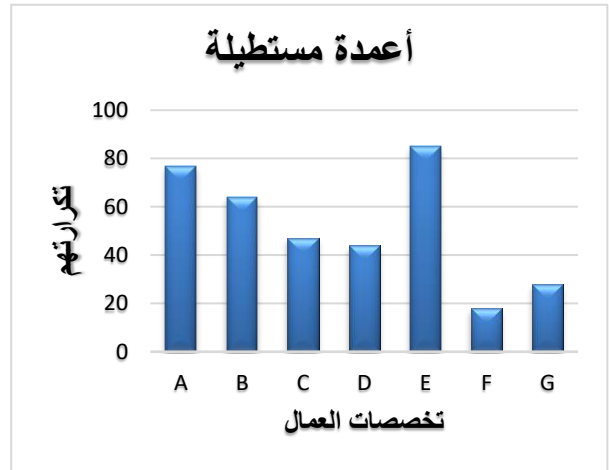
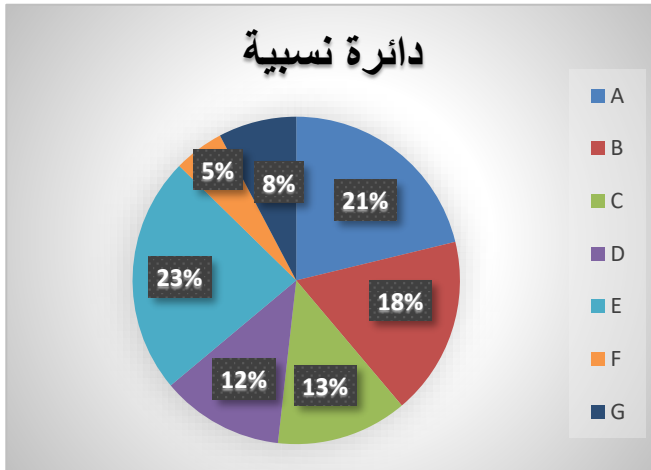
ملاحظات:

- سنحصل هنا على التكرارات المعدلة نفسها وفق الطريقة السابقة، لأن الطول المختار في الطريقة الثانية جاء مطابقا لقيمة  $PGCD$  في الطريقة الأولى.
- يمكننا اختيار 10 مثلا كطول مرجعي... حيث سنحصل على تكرارات معدلة جديدة تختلف عن تلك التي حصلنا عليها عندما اخترنا 5 كطول مرجعي.

حل التمرين الثالث: عرض التوزيع التكراري لعدد العمال بيانيا في شكل:

1- أعمدة مستطيلة.

2- دائرة نسبية.

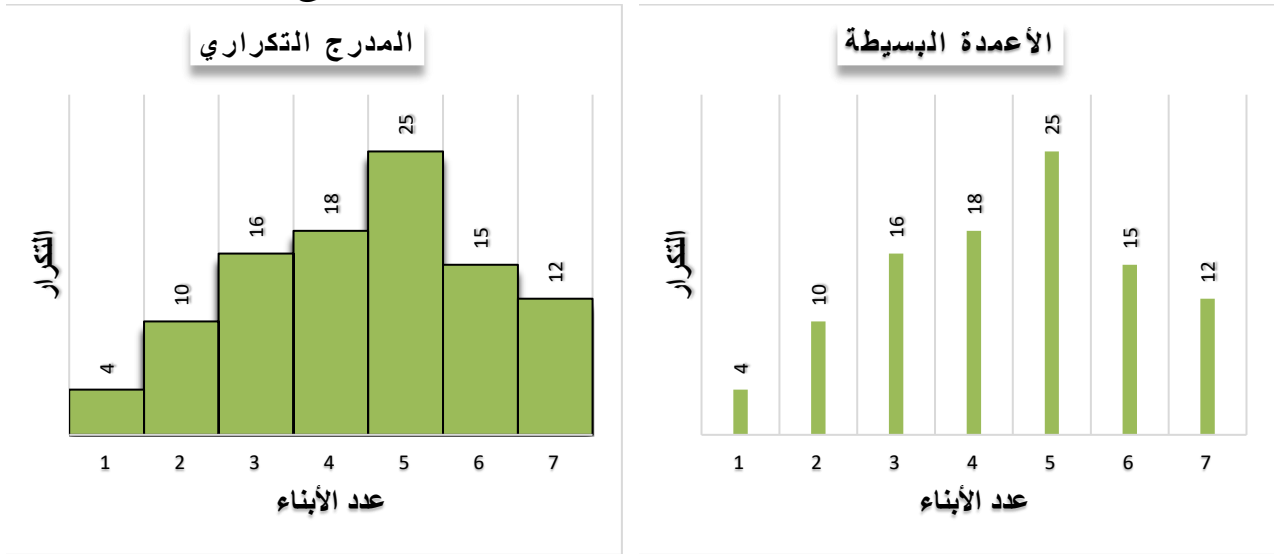


ملاحظة: النسب الموجودة في الدائرة النسبية ليست سوى التكرارات النسبية المئوية لهذه التخصصات.



## حل التمرين الرابع:

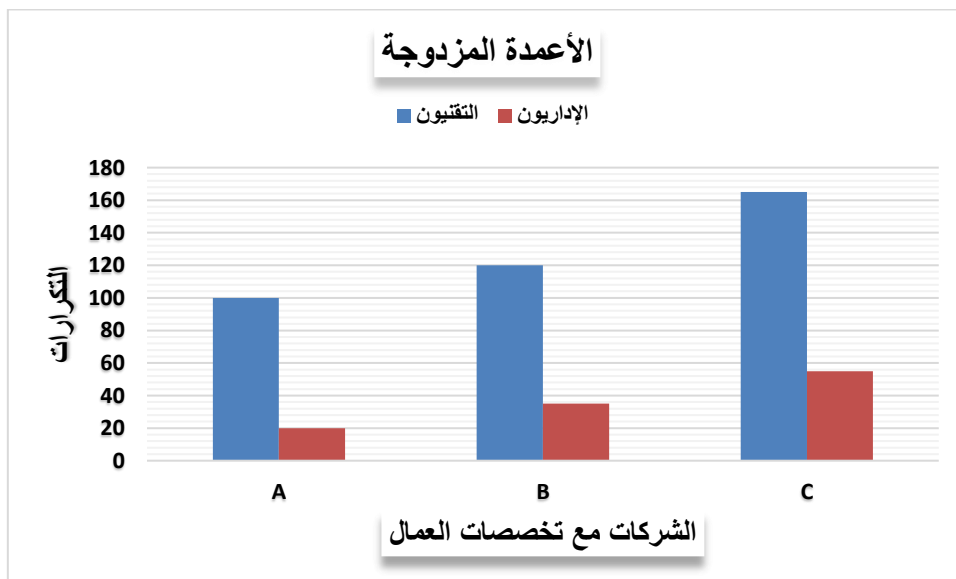
1. رسم كل من الأعمدة البسيطة (القضبان) والمدرج التكراري لهذا التوزيع التكراري.



2. يعتبر التمثيل البياني بالأعمدة البسيطة هو الأنسب نظر لكون المتغير كمي متقطع، والأعمدة البسيطة تجسد الطبيعة المتقطعة للمتغير، بينما يصلح المدرج التكراري لتمثيل متغير مستمر.

حل التمرين الخامس: استخدم الأعمدة المزدوجة لعرض معطيات التقنيين والإداريين بيانياً.

المؤسسة	A	B	C
التقنيون	100	120	165
الإداريون	20	35	55



انتهى حل تمارين السلسلة رقم 03