2021/12/08

جـامعة محمد خيضر بسكرة
كلية العلوم والتقنيات
السنة الأولى ST : Maths-1

امتحان قصير المدى (30 د)
A-B

لتكن العلاقة $\mathcal{R}$ المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي:

$$x\mathcal{R}y \Leftrightarrow x - y = \frac{1}{y} - \frac{1}{x}$$

1. بين أنها علاقة تكافؤ.
2. عين صنف تكافؤ أي عدد حقيقي غير معدوم a.

1/ $\mathcal{R}$ علاقة تكافؤ : انعكاسية، تناظرية وتعدية. (2)

• $x \in \mathbb{R}^*$; $x - x = \frac{1}{x} - \frac{1}{x} = 0 \Rightarrow x\mathcal{R}x$;
أي $\mathcal{R}$ انعكاسية (1)

•• $x\mathcal{R}y \Leftrightarrow x - y = \frac{1}{y} - \frac{1}{x} \Leftrightarrow -(x-y) = -\left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x}\right)$
$\Leftrightarrow y - x = \frac{1}{x} - \frac{1}{y} \Rightarrow y\mathcal{R}x$
أي $\mathcal{R}$ تناظرية (1)

∴ $\left.\begin{matrix} x\mathcal{R}y \\ y\mathcal{R}z \end{matrix}\right\} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = \frac{1}{y} - \frac{1}{x} \\ y - z = \frac{1}{z} - \frac{1}{y} \end{cases}$ بالجمع $\Rightarrow x - z = \frac{1}{z} - \frac{1}{x} \Rightarrow x\mathcal{R}z$

أي $\mathcal{R}$ متعدية (1)

1) $\dot{a} = \{x \in \mathbb{R}^* / x\mathcal{R}a\}$ /2

$x\mathcal{R}a \Leftrightarrow x - a = \frac{1}{a} - x$

(1) $\Leftrightarrow x - a = \frac{x-a}{ax}$

(1) $\Leftrightarrow (x-a)\left(1 - \frac{1}{ax}\right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x - a = 0 \\ 1 - \frac{1}{ax} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = a \ (1) \\ x = \frac{1}{a} \ (1) \end{cases}$

(1) $\dot{a} = \{a, \frac{1}{a}\}$ أي و

Scanned by CamScanner

جـامعة محمد خيضر بسكرة
كلية العلوم والتقنيات
السنة الأولى ST : Maths-1

2021/12/07

امتحان قصير المدى (30 د)
C-D

ليكن التطبيق التالي:

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & x & \longmapsto & f(x)=\frac{x}{x^2+1} \end{array}$$

1. عين $f\left(\left\{3,\frac{1}{3}\right\}\right)$. ماذا تستنتج؟

2. عين $f^{-1}\left(\left]\frac{1}{2},+\infty\right[\right)$. ماذا تستنتج؟

1| $f(\{3,\frac{1}{3}\})=\{f(3),f(\frac{1}{3})\}$

(1) $f(3)=\frac{3}{10}$ } $\longrightarrow f(\{3,\frac{1}{3}\})=\{\frac{3}{10}\}$ (1)
(1) $f(\frac{1}{3})=\frac{3}{10}$ }

(1) عددان مختلفان لهما نفس الصورة.
(1) إذن f غير متباين

2| $f^{-1}(]\frac{1}{2},+\infty[)=\{x\in\mathbb{R} \mid f(x)\in]\frac{1}{2},+\infty[\}$ (1)

$f(x)\in]\frac{1}{2},+\infty[\iff \frac{x}{1+x^2}>\frac{1}{2} \iff x^2-2x+1<0$

$\iff (x-1)^2<0$: مستحيل (1)

(1) عناصر $]\frac{1}{2},+\infty[$ ليس لها سوابق
(1) إذن f غير غامر

(1) $f^{-1}(]\frac{1}{2},+\infty[)=\phi$: عاذن

Scanned by CamScanner