جامعة محمد خيضر بسكرة
كلية العلوم الاقتصادية و التجارية
و علوم التسييـر

مجال العلوم الاقتصادية والتسيير
و العلوم التجارية LMD-SEGC
السنـــة الأولـــى

حلول سلسلة التمـــارين رقم 06 في الإحصـــاء الوصفي:
مقـــاييس الـتشتت.

التمرين الأول: إليك مجموعتي الأرقام التاليتين:
- المجموعة أ: 5 ، 18 ، 10 ، 15 ، 3 ، 7 ، 6 ، 12.
- المجوعة ب: 18 ، 9 ، 8 ، 9 ، 8 ، 8 ، 3 ، 9.

المطلوب:
1. لكلا المجموعتين احسب كلا من: المدى، الانحراف المتوسط، الانحراف المعياري.

بالاعتماد على هذه المعايير، حدد أي المجموعتين أكثر تشتتا؟

حل التمرين الأول: لكلا المجموعتين حساب كل من: المدى، الانحراف المتوسط، الانحراف المعياري:

المجموعة" أ"

1/ حساب المدى

$$E = x_{max} - x_{min} = 18 - 3 = 15$$

2/ حساب الانحراف المتوسط: EM

$$EM_{أ} = \frac{\sum|xi-\overline{X}|}{N}$$

$$\overline{X}_{أ} = \frac{\sum xi}{N} = \frac{76}{8} = 9.5$$

$$EM_{أ} = \frac{34}{8} = 4.25$$

3 / حساب الانحراف المعياري S :

$$s_{أ} = \sqrt{\frac{\sum(xi-\overline{X})^2}{N}} = \sqrt{\frac{190}{8}} = 4.87$$

المجموعة "ب"

1/حساب المدى:

$$E_{ب} = 18 - 3 = 15$$

2/ حساب الانحراف المتوسط: EM

$$EM_{ب} = \frac{\sum|xi - \overline{X}|}{N}$$

$$\overline{X}_{ب} = \frac{72}{8} = 9$$

$$EM_{ب} = \frac{18}{8} = 2.25.$$

3 / حساب الانحراف المعياري S:

$$S_{ب} = \sqrt{\frac{120}{8}} = 3.87.$$

المقارنة: وفق المدى :

$E_{ب} = E_{أ}$ تشتت أ = تشتت ب.

EM: $EM_{أ} < EM_{ب}$ ـــــــــ تشتت أ< تشتت ب.

S: $s_{أ} < s_{ب}$ ـــــــــــ تشتت أ < تشتت ب.

نلاحظ أن نتيجة المقارنة وفق المدى لا تنسجم ونتيجة المقارنة وفق EM وS وحتى وفق الملاحظة حيث يبدو جليا بالملاحظة فقط، أن تشتت أ < تشتت ب، مدى المجموعة "ب" تأثر بقيمتين متطرفتين في المجموعة هما 18 و3 وعند إستبعادهما يصبح :

$E_{ب}$=8-9=1.

التمرين الثاني: تمثل البيانات الواردة في التوزيع التكراري التالي، الأجور(بالدينار) لعينة قوامها 50 عاملا:

الأجور (دج)	n_i
50-60	15
60-70	20
70-80	10
80-90	5
المجموع	**50**

المطلوب: قياس درجة تشتت الأجور باستخدام المقاييس التالية:
المدى، الانحراف المتوسط، التباين، الانحراف المعياري.

حل التمرين الثاني:

1- ايجاد عدد الرجال المحصورة أطوالهم في المجال $\overline{X} \pm S$

لدينا المساحة في المجال $\overline{X} \pm S$ هي 68,27%

اذن:

75 رجل ⟸ 100 ٪

س ⟸ 68.27 ٪

س = 51.2 = 51 رجل.

2- ايجاد عدد الطلبة المحصورة نقاطهم في المجال $\overline{X} \pm 2S$:

لدينا المساحة في المجال: $\overline{X} \pm 2s$ هي 95.45%

اذن:

30 طالب ــــــــــــــــــــ 100٪

س ــــــــــــــــــــ 95.45٪

س = 29 طالب

3- أيهما أكثر تشتتا: بما أن المجتمعين غير متجانسين فإننا نقوم بحساب معامل الاختلاف CV لكلا التوزيعين من اجل المقارنة: حيث cv= $\frac{S}{\overline{X}}$

اولا: نقوم بحساب كل من الوسط الحسابي والانحراف المعياري

-توزيع1:

S_1= 22.49 $\overline{X}_1$=162.56

$cv_1 = \frac{s1}{\overline{X1}} = \frac{19.23}{163.4}$ = ٪11.67

توزيع2:

$S_{2=}$11.17 $\overline{X}_2$ = 49.16

$cv_{2=} = \frac{s2}{\overline{X2}}$ $\frac{11.17}{49.16}$ = ٪22.72

اذن $cv_1 < cv_2$ التوزيع الثاني اكثر تشتت من التوزيع الاول

التمرين الثالث: لدينا توزيعان تكراريان؛ الأول خاص بأطوال 75 رجلا في إحدى القرى، والثاني خاص بنقاط 30 طالبا في أحد المقاييس.

التوزيع التكراري لأطوال 75 رجلا.

الفئات	129 -115	144 -130	159 -145	174 -160	189 -175	204 -190	المجموع
n_i	4	9	15	26	15	6	**75**

التوزيع التكراري لنقاط 30 طالبا.

الفئات	29 -20	39 -30	49 -40	59 -50	69 -60	79 -70	المجموع
n_i	2	3	9	12	3	1	**30**

المطلوب: بافتراض أن التوزيعين خاضعان للتوزيع الطبيعي:

1- ما هو عدد الرجال المحصورة أطوالهم في المجال $\bar{X} \pm S$ ؟

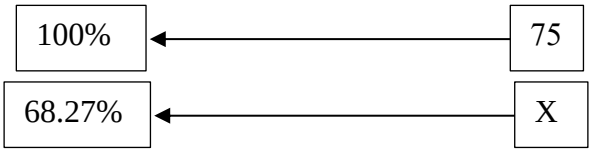
2- ما هو عدد الطلبة المحصورة نقاطهم في المجال $\bar{X} \pm 2S$ ؟

3- ما هو التوزيع الأكثر تشتتا ؟

حل التمرين الثالث:

بما أن التوزيع طبيعي يمكننا استخدام النسب المشهورة في هذا التوزيع:

1. **عدد الرجال المحصورة أطوالهم في المجال $\bar{X} \pm S$:** نطبق القاعدة الثلاثية.



$$X = \frac{75 \times 68.27}{100} = 51.20 \cong 51$$

2. **عدد الطلبة المحصورة نقاطهم في المجال $\bar{X} \pm 2S$:** بالطريقة ذاتها نجد:

$$Y = \frac{30 \times 95.45}{100} = 28.63 \cong 29$$

3. **التوزيع الأكثر تشتتا:** لمعرفة ذلك نحسب CV للتوزيعين، وهو مؤشر تشتت نسبي، لجأنا له لأن الظاهرتين غير متجانستين.

الفئات	n_i	xi	$ni\ xi$	$n_i(x_i - \bar{X}_1)^2$
129 -115	4	122	488	6855,84
144 -130	9	137	1233	6272,64
159 -145	15	152	2280	1949,4
174 -160	26	167	4342	336,96
189 -175	15	182	2730	5189,4
204 -190	6	197	1182	6773,76
المجموع	**75**		**12255**	**27378**

أطوال الرجال:

$$cv_1 = \frac{S_1}{\bar{X}_1}$$

$$S_1 = \sqrt{\frac{\sum n_i(x_i - \bar{X})^2}{n}} = \sqrt{\frac{27378}{75}} = \sqrt{365.04} = 12.78$$

$$\bar{X}_1 = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{12255}{75} = \mathbf{163,4}$$

$$cv_1 = \frac{S_1}{\bar{X}_1} = \frac{12.78}{163,4} = 0.0782 = \mathbf{7.82\%}$$

نقاط الطلبة:

الفئات	n_i	xi	$ni\ xi$	$n_i(x_i-\bar{X}_1)^2$
29 -20	2	24,5	49	1217,2178
39 -30	3	34,5	103,5	645,6267
49 -40	9	44,5	400,5	196,2801
59 -50	12	54,5	654	340,9068
69 -60	3	64,5	193,5	705,0267
79 -70	1	74,5	74,5	641,6089
المجموع	**30**		**1475**	**3746,667**

$$cv_2 = \frac{S_2}{\bar{X}_2}$$

$$S_2 = \sqrt{\frac{\sum n_i(x_i-\bar{X})^2}{n}} = \sqrt{\frac{3746,667}{30}} = \sqrt{124.89} = \mathbf{11.17}$$

$$\bar{X}_2 = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{1475}{30} = \mathbf{49,17}$$

$$cv_2 = \frac{S_2}{\bar{X}_2} = \frac{11.17}{49,17} = 0.2273 = \mathbf{22.73\%}$$

اذن ... جلي أن نقاط الطلبة أكثر تشتتا من اطوال الرجال لان cv_2 أكبر من cv_1

التمرين الرابع:

يبين الجدول الآتي أرباح الشركتين X و Y لفترة ما بملايين الدينار:

الشركة X	10	65	45	50	10
الشركة Y	40	35	30	35	40

المطلوب: حسب رأيك أي الشركتين أكثر استقرارا وجذبا للمستثمرين ؟

حل التمرين الرابع:

تحديد أي الشركتين أكثر استقرارا وجذبا للمستثمرين:

بما ان المجتمعين متجانسين فإننا نقارن على أساس الوسط الحسابي والانحراف المعياري.

حساب الوسط الحسابي لكلا الشركتين:

$$\overline{Y} = 36 = \frac{180}{5} = \overline{x}$$

$$s_x = \sqrt{\frac{\sum(xi-\overline{x})^2}{N}} = 22.23 > \ s_y = 3.74$$

على الرغم من أن متوسطي أرباح الشركتين متساويان خلال الفترة إلا أن أرباح الشركة(y) أقل تشتتا بالتالي فهي أكثر استقرارا من أرباح الشركة (x) وهذا ما يجعل الشركة (y) افضل بالنسبة للمستثمرين

التمرين الخامس

قام أحد الباحثين بدراسة بين فيها أن متوسط دخول عمال وحدة الشرق لمؤسسة ما قبل اقتطاع الضريبة وصل إلى 25000 دج بانحراف معياري قدره 1200دج.

المطلوب:

1. كيف سيتغير متوسط دخل العمال وانحرافه المعياري إذا فُرضت ضريبة موحدة على الجميع قدرها 3000 دج ؟
2. كيف سيتغير متوسط دخل العمال وانحرافه المعياري إذا فُرضت ضريبة على الجميع بمعدل 30% من الدخل ؟
3. إذا علمت أن متوسط دخول عمال وحدة الغرب للمؤسسة نفسها والانحراف المعياري هما على الترتيب: 30000 دج و 4500 دج، وأن عدد عمال هذه الوحدة يمثل ثلثي مجموع عمال المؤسسة ككل، أحسب متوسط دخول كل عمال المؤسسة والانحراف المعياري لهذه الدخول ؟

حل التمرين الخامس:

1. الوسط الحسابي والانحراف المعياري هما على التوالي $\bar{X}_1 = 25000$ و$s_1 = 1200$.

حساب القيمة الجديدة لهما بعد فرض ضريبة بمبلغ ثابت على الجميع:

$$\bar{X}_{\text{الجديد}} = \bar{X}_1 - 3000 = 25000 - 3000 = \mathbf{22000}$$

$S_{\text{الجديد}} = S_1$ (لا يتغير)

2. متوسط الأجر والانحراف المعياري بعد فرض ضريبة 30%.

$$\bar{X}_{\text{الجديد}} = \bar{X}_2 - (0{,}3)\bar{X}_{\text{ق}} = (0{,}7)\bar{X}_{\text{ق}} = (0{,}7) \times 25000 = \mathbf{17500}$$

$$S_{\text{الجديد}} = S_{\text{ق}} - (0{,}3)S_{\text{ق}} = (0{,}7)S_{\text{ق}} = (0{,}7) \times 1200 = \mathbf{840}$$

الفئـات	n_i

2	500 – 100
4	800 – 500
6	900 – 800
18	1000 – 900
15	1100 – 1000
5	1500 – 1100
50	**المجمـوع**