الجمهورية الجزائرية الديموقراطية الشعبية جامعة محمد خيضر بسكرة قسم البيولوجي –الحاجب
السنة الأولى جذع مشترك علوم طبيعية و الحياة مقياس الرياضيات السنة الجامعية 2022-2021

الحل المفصل للإمتحان الأول في مقياس الرياضيات

السنة الأولى جذع مشترك بيولوجي

الأستاذ الدكتور شالة عادل

2022-2021

الحاجب بسكرة

التمرين الأول

لتكن الدالة المعرفة كما يلي

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1-\cos(x)}{x^2}, & si\ x\in\,]0,+\infty[\\[2ex] \dfrac{1+2x}{2}, & x\in\,]-\infty,0[\end{cases}$$

1) ما هي مجموعة التعريف الدالة f ؟
2) أدرس الاستمرارية للدالة f عند النقطة الحرجة 0.
3) أدرس قابلية الدالة f للتمديد بالاستمرار على كل مجموعة الأعداد الحقيقية.

التمرين الثاني

أحسب التكاملات التالية و هذا بتوضيح الطريقة المتبعة في الحساب

$$\int \frac{1}{5}x.\cos\left(\frac{1}{2}x\right)dx. \qquad\qquad \int Ln\left(\frac{4}{3}+\frac{1}{2}x\right)dx,$$

التمرين الثالث

من أجل دراسة مفعول نوع معين من الأسمدة على نمو النباتات, قمنا بإجراء الدراسة الإحصائية التالية, حيث أخذنا مجموعة من النباتات ووضعنا لها نوع معين من الأسمدة و بعد مدة أربعة أشهر قمنا بقياس طول كل نبتة و هذا بالوحدة الدولية, فكانت النتائج كما هو موضح في الجدول التالي

طول النبتة	12	14	16	18	19
عدد النباتات	20	22	30	16	12

1) ما هو حجم العينة المدروسة؟
2) عين المتغير الإحصائي المدروس في هاته التجربة, ثم حدد نوعيته (أو طبيعته).
3) قم بحساب الوسائط التالية (المنوال, الوسيط, الرباعيات, المتوسط, التباين, الانحراف المعياري).
4) أدرس شكل السلسلة الإحصائية (متناظرة, مائلة من جهة اليمين أو مائلة من جهة اليسار).

ملاحظة مهمة كل القيم المحسوبة في هذا التمرين تؤخذ بثلاثة أعداد بعد الفاصلة

الحل المفصل

التمرين الأول

لتكن الدالة المعرفة كما يلي

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1-\cos(x)}{x^2}, & si\ x\in\,]0,+\infty[\\[2mm] \dfrac{1+2x}{2}, & x\in\,]-\infty,0[\end{cases}$$

1) مجموعة التعريف الدالة f ؟

لما تكون $x\in\,]0,+\infty[$ فإن الدالة تأخذ الصيغة $f(x)=\frac{1-\cos(x)}{x^2}$ و هي معرفة على الجزء السالب من الأعداد الحقيقية. بينما إذا كان $x\in\,]-\infty,0[$ فإن الدالة تأخذ الصيغة $\frac{1+2x}{2}$ و هي معرفة على الجزء الموجب من الأعداد الحقيقية . و منه مجموعة التعريف هي $x\in\,]-\infty,0[\,\cup\,]0,+\infty[$..

2) قابلية الدالة f للتمديد بالاستمرار على كل مجموعة الأعداد الحقيقية.

و عليه ندرس قابلية التمديد بالإستمرار عند النقطة 0

لندرس النهاية عند النقطة 0 .

$$\lim_{\substack{>\\ x\to 0}} f(x)=\lim_{\substack{<\\ x\to 0}} f(x).$$

$$\lim_{\substack{>\\ x\to 0}} f(x)=\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos(x)}{x^2}=\frac{1-1}{0}=\frac{0}{0}=\lim_{x\to 0}\frac{(1-\cos(x))'}{(x^2)'}=\lim_{x\to 0}\frac{\sin(x)}{2x}=\frac{1}{2}\lim_{x\to 0}\frac{\sin(x)}{x}=\frac{1}{2}.$$

من جهة أخرى

$$\lim_{\substack{<\\ x\to 0}} f(x)=\lim_{x\to 0}\frac{1+2x}{2}=\frac{1}{2}.$$

بما أن النهاية من اليمين تساوي النهاية من اليسار عند النقطة 0 , فهذا يعني أن الدالة قابلة للتمديد بالإستمرار عند النقطة 0, و منه

$$\widetilde{f(x)}=\begin{cases}f(x) & si\quad]-\infty,0[\,\cup\,]0,+\infty[\\ \dfrac{1}{2} & si\ x=0.\end{cases},$$

و منه مجموعة التعريف للدالة $\tilde{f}$ هي $\mathbb{R}$.

التمرين الثاني

التكاملات التالية و هذا بتوضيح الطريقة المتبعة في الحساب

$$\int Ln\left(\frac{4}{3}+\frac{1}{2}x\right)dx,\qquad .$$

أولا نقوم بتبديل المتغير

$$\frac{4}{3}+\frac{1}{2}x=t,\ \ alors\ x=2\left(t-\frac{4}{3}\right)=\varphi(t).$$

نحسب المشتق

$$\frac{dx}{dt}=2,\ \ alors\ dx=2dt.$$

نعوض في التكامل

$$\int Ln\left(\frac{4}{3}+\frac{1}{2}x\right)dx=\int (Lnt)2dt=2\int Lntdt=2\int 1\times Lntdt$$

بإستخدام طريقة التكامل بالتجزئة نجد

$$f'(t)=1,\ \ alors\ f(t)=t,\quad et\quad g(t)=Lnt,\ \ alors\ g'(t)=\frac{1}{t}.$$

و منه

$$\begin{aligned}\int 1\times Lntdt&=\int f'(t)g(t)=f(t)g(t)-\int f(t)g'(t)\\&=tLnt-\int t\times\frac{1}{t}dt=tLnt-\int 1dt=tLnt-t+c.\end{aligned}$$

و منه

$$\int Ln\left(\frac{4}{3}+\frac{1}{2}x\right)dx=2\left(\frac{4}{3}+\frac{1}{2}x\right)Ln\left(\frac{4}{3}+\frac{1}{2}x\right)-2\left(\frac{4}{3}+\frac{1}{2}x\right)+c.$$

حساب التكامل الثاني

$$\int\frac{1}{5}x.\cos\left(\frac{1}{2}x\right)dx$$

بما أن التكامل عبارة عن جداء دالتين, فإننا سوف نستخدم تكامل بالتجزئة, كما هو مبين

$$f(t)=\frac{1}{5}x,\ \ alors\ f'(t)=\frac{1}{5},\quad et\quad g'(t)=\cos\left(\frac{1}{2}x\right),\ \ alors\ g(t)=2\sin\left(\frac{1}{2}x\right).$$

و منه

$$\begin{aligned}\int\frac{1}{5}x.\cos\left(\frac{1}{2}x\right)dx&=\int f(x)g'(x)dx=f(x)g(x)-\int f'(x)g(x)dx\\&=\frac{1}{5}x\,2\sin\left(\frac{1}{2}x\right)\\&-\int\frac{1}{5}2\sin\left(\frac{1}{2}x\right)dx=\frac{2}{5}x\sin\left(\frac{1}{2}x\right)-\frac{2}{5}\int\sin\left(\frac{1}{2}x\right)dx=\frac{2}{5}x\sin\left(\frac{1}{2}x\right)-\frac{2}{5}2cos\left(\frac{1}{2}x\right)+c.\end{aligned}$$

و منه

$$\int\frac{1}{5}x.\cos\left(\frac{1}{2}x\right)dx=\frac{2}{5}x\sin\left(\frac{1}{2}x\right)-\frac{4}{5}cos\left(\frac{1}{2}x\right)+c.$$

التمرين الثالث

1) حجم العينة المدروسة هو 100 نبتة
2) المتغير الإحصائي المدروس في هاته التجربة هو طول النباتات, نوعيته (أو طبيعته) متغير كمي لأن لديه وحدة يقاس بها.

الطول	التكرار	التكرار النسبي	التكرار المتصاعد التراكمي	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$
12	20	0,200		2,4	28,800
14	22	0,220		3,080	43,120
16	30	0,300		4,8	76,800
18	16	0,160		2,88	51,840
19	12	0,120		2,28	43,320
مجموعة	100	1,000		15,440	243,880

3) حساب الوسائط التالية

المنوال Mo=16

الوسيط

$$Me = N^{-1}\left(\frac{n}{2}\right) = N^{-1}(50) = 16 =$$

الرباعيات

$$Q1 = N^{-1}\left(\frac{n}{4}\right) = N^{-1}(25) = 14 =$$

$$Q2 = N^{-1}\left(2\frac{n}{4}\right) = N^{-1}(50) = 16 =$$

$$Q3 = N^{-1}\left(3\frac{n}{4}\right) = N^{-1}(25) = 18 =$$

المتوسط

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^{5} f_i x_i = 15{,}440$$

التباين,

$$Var(X) = \sum_{i=1}^{5} f_i\, x_i^2 - (\bar{x})^2 = 243{,}880 - (15{,}440)^2 = 243{,}88 - 238{,}393 = 5{,}486.$$

الانحراف المعياري

$$\sigma = \sqrt{Var(X)} = \sqrt{5{,}486} = 2{,}342.$$

4) أدرس شكل السلسلة الإحصائية (متناظرة, مائلة من جهة اليمين أو مائلة من جهة اليسار).

حساب معامل Pearson

$$\delta = \frac{Me - \bar{x}}{\sigma} = \frac{16 - 15{,}440}{2{,}342} = 0{,}239 > 0.$$

و منه السلسلة مائلة من جهة اليمين.

5) معامل التجانس

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{2{,}342}{15{,}440} = 0{,}151\%$$

و منه السلسلة متجانسة