2021/2022

Résolution de la série N°3
Module structure de machine 1

Exercice 2 :

1. Montrer à l'aide de table de vérité les expressions suivantes :

- A⊕ B = A . $\bar{B}$ + $\bar{A}$. B = (A + B) . ($\bar{A}$+$\bar{B}$) → (1FC et 2FC)

A	B	A⊕ B	$\bar{A}$	$\bar{B}$	A . $\bar{B}$	$\bar{A}$. B	(A . $\bar{B}$ + $\bar{A}$. B)	(A + B)	($\bar{A}$+$\bar{B}$)	(A + B).($\bar{A}$+$\bar{B}$)
0	0	**0**	1	1	0	0	**0**	0	1	**0**
0	1	**1**	1	0	0	1	**1**	1	1	**1**
1	0	**1**	0	1	1	0	**1**	1	1	**1**
1	1	**0**	0	0	0	0	**0**	1	0	**0**

- $\overline{A \oplus B}$ = A.B + $\bar{A}.\bar{B}$ = ($\bar{A}$+ B) . (A + $\bar{B}$) → (1FC et 2FC)

A	B	$\overline{A \oplus B}$	$\bar{A}$	$\bar{B}$	A . B	$\bar{A}$. $\bar{B}$	(A.B) +($\bar{A}.\bar{B}$)	($\bar{A}$ + B)	(A + $\bar{B}$)	($\bar{A}$+ B). (A+$\bar{B}$)
0	0	**1**	1	1	0	1	**1**	1	1	**1**
0	1	**0**	1	0	0	0	**0**	1	0	**0**
1	0	**0**	0	1	0	0	**0**	0	1	**0**
1	1	**1**	0	0	1	0	**1**	1	1	**1**

- A+A.B = A

A	B	A . B	A+A.B
0	0	0	**0**
0	1	0	**0**
1	0	0	**1**
1	1	1	**1**

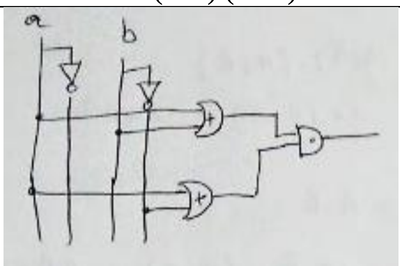
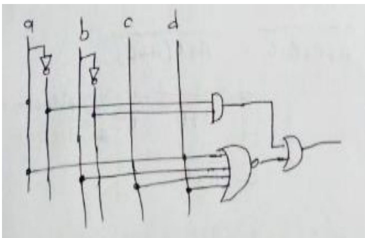
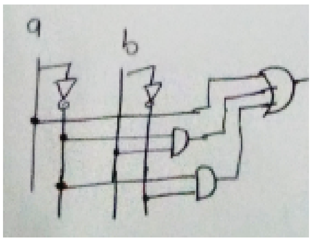
2. Démontrer algébriquement les égalités suivantes :

- A + $\bar{A}$ B = A+B ?
  A + $\bar{A}$ B =(A+$\bar{A}$).(A+B)= 1. (A+B)= A+B

- A ($\bar{A}$ +B) = A . B ?
  A ($\bar{A}$ +B) = A. $\bar{A}$ +(A.B) = 0 + (A.B) = A.B
- $\overline{A+B+B.C}$ = $\bar{A}$. $\bar{B}$?

$\overline{A+B+B.C}$ = $\overline{A+B(1+C)}$ = $\overline{A+B}$ = $\bar{A}$. $\bar{B}$ (Par le théorème de Morgan)

3. Donner les logigrammes des fonctions suivantes

(a+b).(a+$\bar{b}$)	$\bar{a}$.$\bar{b}$ + $\overline{a+b+c+d}$	a + $\bar{a}$ .b + $\bar{a}$. $\bar{b}$
		

Exercice 3 :

1. trouver tous les mintermes pour lesquels F_1=1
   - un minterme est le produit logique de toutes les variables, si v=0 on met la barre sur la variable : $\bar{v}$
   $\bar{A}\cdot\bar{B}\cdot C$, $\bar{A}\cdot B\cdot\bar{C}$, $A\cdot\bar{B}\cdot\bar{C}$, $A\cdot\bar{B}\cdot C\cdot$, $A\cdot B\cdot\bar{C}$

2. donner la 1ère forme canonique (somme de produits) de cette fonction
   - 1FC de F_1 est la somme des mintermes telque F_1=1 :

     $\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C+\overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}+A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}+A\cdot\overline{B}\cdot C+A\cdot B\cdot\overline{C}$
3. trouver tous les maxtermes pour lesquels F_1=0

   - un maxterme est la somme logique de toutes les variables logiques de la fonction, si v=1 on met la barre sur la variable : $\bar{v}$

   $(A+B+C)$, $(A+\overline{B}+\overline{C})$, $(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})$
4. donner la 2ème forme canonique (produit de sommes) de la fonction F_1
   - 2FC de F_1 est le produit des maxtermes tel que F_1=0

   $(A+B+C)\cdot(A+\overline{B}+\overline{C})\cdot(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})$
5. simplifier les deux expressions de F_1à l'aide des règles de l'algèbre de Boole
   - Simplification de la 1FC de F1 :

$$
\begin{aligned}
&\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C+\overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}+A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}+A\cdot\overline{B}\cdot C+A\cdot B\cdot\overline{C}\\
&=\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C+(A+\overline{A})\cdot B\cdot\overline{C}+A\cdot\overline{B}\cdot(C+\overline{C})\\
&=\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C+B\cdot\overline{C}+A\cdot\overline{B}\\
&=(A+\overline{A}\cdot C)\cdot\overline{B}+B\cdot\overline{C}\\
&=(A+C)\cdot\overline{B}+B\cdot\overline{C}\\
&=A\cdot\overline{B}+B\cdot\overline{C}+\overline{B}\cdot C
\end{aligned}
$$

   - Simplification de la 2FC de F1 :

$$
\begin{aligned}
&(A+B+C)\cdot(A+\overline{B}+\overline{C})\cdot(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})\\
&=(A\cdot A+A\cdot\overline{B}+A\cdot\overline{C}+B\cdot A+B\cdot\overline{B}+B\cdot\overline{C}+C\cdot A+C\cdot\overline{B}+C\cdot\overline{C})\cdot(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})\\
&=(A+A\cdot B+A\cdot C+A\cdot\overline{B}+A\cdot\overline{C}+B\cdot\overline{C}+\overline{B}\cdot C)\cdot(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})\\
&=A\cdot\overline{A}+A\cdot B\cdot\overline{A}+A\cdot C\cdot\overline{A}+A\cdot\overline{B}\cdot\overline{A}+A\cdot\overline{C}\cdot\overline{A}+B\cdot\overline{C}\cdot\overline{A}+\overline{B}\cdot C\cdot\overline{A}+\\
&\quad A\cdot\overline{B}+A\cdot B\cdot\overline{B}+A\cdot C\cdot\overline{B}+A\cdot\overline{B}\cdot\overline{B}+A\cdot\overline{C}\cdot\overline{B}+B\cdot\overline{C}\cdot\overline{B}+\overline{B}\cdot C\cdot\overline{B}+\\
&\quad A\cdot\overline{C}+A\cdot B\cdot\overline{C}+A\cdot C\cdot\overline{C}+A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}+A\cdot\overline{C}\cdot\overline{C}+B\cdot\overline{C}\cdot\overline{C}+\overline{B}\cdot C\cdot\overline{C}\\
&=A\cdot B\cdot\overline{C}+A\cdot\overline{B}+A\cdot\overline{B}\cdot C+A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}+A\cdot\overline{C}+\overline{B}\cdot C+B\cdot\overline{C}\\
&=(A\cdot\overline{B})\cdot(1+C+\overline{C})+\overline{B}\cdot C+(A+1)\cdot(B\cdot\overline{C})\\
&=A\cdot\overline{B}+B\cdot\overline{C}+\overline{B}\cdot C
\end{aligned}
$$

6. construire la table de Karnaugh et déterminer l'expression simplifiée de F1

Si on regroupe A et B

C \AB	00	01	11	10
0	0	1	1	1
1	1	0	0	1

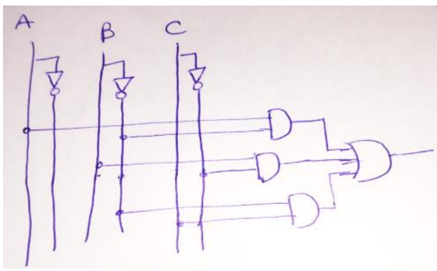
$\overline{B}\cdot C+A\cdot\overline{B}+B\cdot\overline{C}$

Si on regroupe B et C

A \ BC	BC	$\overline{B}C$	$\overline{B}\overline{C}$	$B\overline{C}$
A	0	1	1	1
$\overline{A}$	0	1	0	1

$\overline{B}\cdot C+A\cdot\overline{B}+B\cdot\overline{C}$

7. dessiner le circuit de F_1



8. déduire le complément de F_1 à partir de la table de Karnaugh

   le complément de F_1 = la somme de produit de cases = 0 : $\overline{F1} = BC + \bar{A}\bar{B}\bar{C}$

Exercice 4 :

Considérons la fonction logique suivante:

F3(A,B,D,C)= $AB+\overline{C}\overline{D}+\bar{A}\bar{B}C\overline{D}+\bar{A}BC\overline{D}$

1. La table de vérité

A	B	C	D	F3
0	**0**	**0**	**0**	**1**
0	**0**	**0**	**1**	**0**
0	**0**	**1**	**0**	**1**
0	**0**	**1**	**1**	**0**
0	**1**	**0**	**0**	**1**
0	**1**	**0**	**1**	**0**
0	**1**	**1**	**0**	**1**
0	**1**	**1**	**1**	**0**
1	**0**	**0**	**0**	**1**
1	**0**	**0**	**1**	**0**
1	**0**	**1**	**0**	**0**
1	**0**	**1**	**1**	**0**
1	**1**	**0**	**0**	**1**
1	**1**	**0**	**1**	**1**
1	**1**	**1**	**0**	**1**
1	**1**	**1**	**1**	**1**

2. La simplification de F3

F3(A,B,D,C)= $AB+\overline{C}\overline{D}+\bar{A}\bar{B}C\overline{D}+\bar{A}BC\overline{D}$

$= AB+\overline{C}\overline{D}+\bar{A}C\overline{D}$(B+$\bar{B}$)

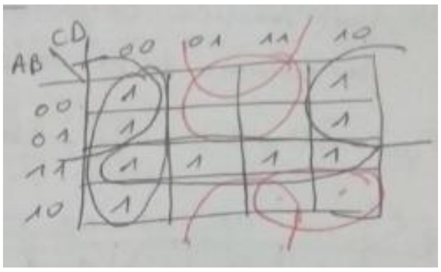
$= AB+\overline{C}\overline{D}+\bar{A}C\overline{D}$

$= AB+ \overline{D}(\overline{C}+\bar{A}C)$

$= AB+ \overline{D}(\overline{C}+\bar{A})\ (\bar{C} + C)$

$= AB+\overline{C}\overline{D}+\bar{A}\overline{D}$

3. la table de Karnaugh



l'expression simplifiée de la fonction de F3 est la somme des produits des cases égal à 1 :F3 $= AB+\overline{C}\overline{D}+\bar{A}\overline{D}$

4. le complément de la fonction à partir de la table de Karnaugh :

Le complément de F_3 = la somme de produit de cases = 0 : $\overline{F3} = \bar{A}D + \bar{B}D + A\bar{B}C$

Exercice 5 :