جامعة محمد خيضر بسكرة
كلية العلوم الاقتصادية و التجارية
و علوم التسييـــر

قسم مجال العلوم الاقتصادية والتسيير
و العلوم التجارية *LMD-SEGC*
السنـــة الأولـــى

مُحاضَراتٌ في مِقياسِ

الإحصـَــاءِ الرِّياضِيِّ.

المحور الثالث: مفاهيم أساسية في نظرية الاحتمال (تابع).

الجزء الثاني: قوانين الاحتمالات. (الجمع والضرب).

إعداد الدكتور هاشمي عبابسة.

h.ababsa@univ-biskra.dz

statdesc2018@gmail.com

المحور الثالث: مفاهيم أساسية في نظرية الاحتمال. (تابع)

الجزء الثاني: قوانين الاحتمالات. (الجمع والضرب)

3- قوانين الاحتمالات:

- **قانون الجمع:** إذْ يكون المطلوب هنا: ما هو احتمال تحقق أحد الأحداث المعنية على الأقل، حيث نميز الحالتين الآتيتين:

- **حالة الأحداث المتنافية:** إذا كان A وB حدثان متنافيان، فإن احتمال تحقق A أوB هو:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \quad et \quad P(A \cap B) = P(\emptyset) = 0$$

وفي الحال العامة، إذا كان لدينا مجموعة من الأحداث المتنافية (3 مثلا)، فإن احتمال تحقق أيٍّ منها يساوي:

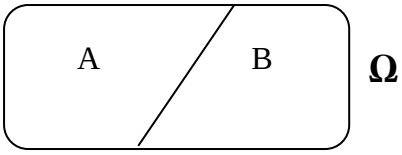
$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) \quad et \quad P(A \cap B \cap C) = P(\emptyset) = 0$$

مثال9: *رمينا قطعة نرد مرة واحدة. نفرض أن A يتحقق بحصولنا على الرقم 3، و B يتحقق بحصولنا على رقم زوجي. أحسب احتمال تحقق A أو B.*

الجواب:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{1}{6} + \frac{3}{6} = \frac{4}{6} = \mathbf{\frac{2}{3}}$$

الشكل رقم 04: جمع الاحتمالات في حالة الأحداث المتنافية.



المصدر: محاضرات الأستاذ بوعبد الله صالح

- **حالة الأحداث المتلائمة:** إذا كان A وB حدثان متلائمان، فإن احتمال تحقق A أوB هو:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad et \quad (A \cap B) \neq (\emptyset)$$

وفي الحال العامة، إذا كان لدينا مجموعة من الأحداث المتلائمة (3 مثلا)، فإن احتمال تحقق أيٍّ منها يساوي:

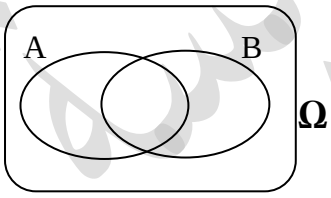
$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

الشكل رقم 05: جمع الاحتمالات في حالة الأحداث المتلائمة.

مثال10: *رمينا قطعة نرد مرة واحدة. نفرض أن A يتحقق بحصولنا على الرقم 2 ، وB يتحقق بحصولنا على رقم زوجي. أحسب احتمال تحقق A أو B.*

الجواب:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{6} + \frac{3}{6} - \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$



المصدر: محاضرات الأستاذ بوعبد الله صالح

- **قانون الضرب: (جداء الاحتمالات)** أين يكون المطلوب هنا: ما هو احتمال تحقق جميع هذه الأحداث، حيث نميز الحالتين الآتيتين:

- **حالة الأحداث المستقلة:** إذا كان A وB حدثان مستقلان، فإن احتمال تحقق A وB معا هو:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

وفي الحال العامة، إذا كان لدينا مجموعة من الأحداث المستقلة (3 مثلا)، فإن احتمال تحققها معا يساوي:

$$P(A \cap B \cap C) = P(A) \times P(B) \times P(C)$$

مثال11: *نرمي حجر نرد وقطعة نقدية معا. ما هو احتمال الحصول على الصورة والرقم 6 ؟*

الجواب: *نلاحظ أن نتيجة مكعب النرد مستقلة عن نتيجة القطعة النقدية، نسمي حدث الحصول على الصورة A وحدث الحصول على الرقم 6 الحدثَ B. نحسب الاحتمال الآن كما يلي:*

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \mathbf{\frac{1}{12}}$$

مثال 12. *نلقي قطعة نقدية مرتين. أحسب احتمال الحصول على صورة في الرمية الأولى وفي الرمية الثانية.*

الجواب: *نلاحظ أن نتيجتي الرميتين مستقلتان، نسمي حدث الحصول على الصورة في الرمية الأولى الحدث A وحدث الحصول على الصورة في الرمية الثانية الحدثَ B. نحسب الاحتمال الآن كما يلي:*

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \mathbf{\frac{1}{4}}$$

- **حالة الأحداث غير المستقلة:** إذا كان A وB حدثان غير مستقلين، فإن احتمال تحقق A وB معا هو:

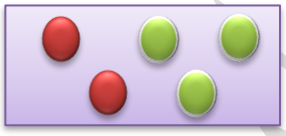
$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B/A) = P(B) \times P(A/B)$$

يسمى $P(B/A)$ الاحتمال الشرطي للحدث B علما أن A محقق.

وفي الحال العامة، إذا كان لدينا مجموعة من الأحداث غير المستقلة (3 مثلا)، فإن احتمال تحققها معا يساوي:

$$P(A \cap B \cap C) = P(A) \times P(B/A) \times P(C/A \cap B)$$

مثال 13. *صندوق به 5 كريات: 2 حمراء و3 خضراء. نسحب كريتين متتاليتين دون إرجاع.*



- *أحسب احتمال الحصول على كريتين حمراوين.*
- *أحسب احتمال الحصول على كرية حمراء وأخرى خضراء.*

الجواب: *نفرض أن A حدث يتحقق بالحصول على كرة حمراء في السحبة الأولى، و B حدث يتحقق بالحصول على كرة حمراء في السحبة الثانية، و C حدث يتحقق بالحصول على كرة خضراء في السحبة الثانية.*

- *حساب احتمال الحصول على كريتين حمراوين:*

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B/A) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10} = \mathbf{0.1}$$

- *حساب احتمال الحصول على كرية حمراء وأخرى خضراء:*

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(C/A) = \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10} = \mathbf{0.3}$$