جامعة محمد خيضر بسكرة
كلية العلوم الاقتصادية و التجارية
و علوم التسييـــر

قسم مجال العلوم الاقتصادية والتسيير
و العلوم التجارية *LMD-SEGC*
السنـــة الأولـــى

مُحاضَراتٌ في مِقياسِ

الإحصـَــاءِ الرِّياضِيِّ.

المحور الثالث: مفاهيم أساسية في نظرية الاحتمال (تابع).

الجزء الثالث: قوانين الاحتمالات (تابع)

(الاحتمال الشرطي، الـكلي، السّبي).

إعداد الدكتور هاشمي عبابسة.

h.ababsa@univ-biskra.dz

statdesc2018@gmail.com

المحور الثالث: مفاهيم أساسية في نظرية الاحتمال. (تابع)

الجزء الثالث: قوانين الاحتمالات (الاحتمال الشرطي، الكلي، السبي).

- **قانون الاحتمال الشرطي:** مما سبق يمكن القول أن:

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \qquad P(A) > 0$$

$$P(A \cap B/C) = \frac{P(A \cap B \cap C)}{P(C)} \qquad P(C) > 0$$

$$P(A/B \cap C) = \frac{P(A \cap B \cap C)}{P(B \cap C)} \qquad P(B \cap C) > 0$$

وهكذا....

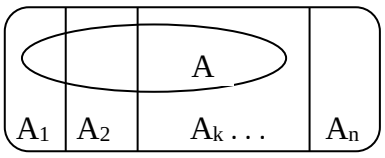
- **قانون الاحتمال الكلي:**

إذا كان A حدثاً[1] ينتج عن أحد أو بعض الأحداث المتنافية. $A_1, A_2, A_3, A_4, \ldots\ldots A_n$ فإن احتمال تحقق الحدث A يعطى كما يلي:

$$P(A) = P(A \cap A_1) + P(A \cap A_2) + P(A \cap A_3) + \ldots + P(A \cap A_n)$$

يسمى هذا القانون "قانون الاحتمال الكلي"

الشكل رقم 06: قانون الاحتمال الكلي.

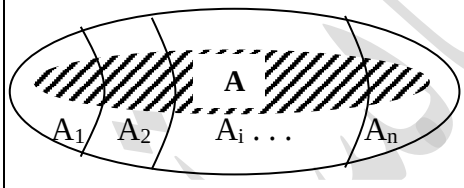


المصدر: محاضرات الأستاذ بوعبد الله صالح

- **قانون الاحتمال السببي أو نظرية "بايز":** *Théorème ou règle de BAYES*

لتكن A_1، A_2، A_3، . . . A_i، . . . A_n أحداثا متنافية فيما بينها حيث اتحادها يشكل المجموعة الكلية (الأساسية) Ω، وليكن A حدثا ما يتحقق عن طريق واحد أو أكثر من الأحداث A_i.

الشكل رقم 07: نظرية بايز.



المصدر: محاضرات الأستاذ بوعبد الله صالح

إذا علمنا أن A تحقق فعلا، فإن احتمال تحققه عن طريق الحدث A_i فقط يعطى كما يلي:

$$P(A_i / A) = \frac{P(A_i)P(A/A_i)}{\sum_{i=1}^{n} P(A_i)P(A/A_i)} = \frac{P(A \cap A_i)}{P(A)}$$

تسمى هذه النظرية نظرية الاحتمال السببي لأنها تمكِّن من حساب احتمال أن يكون حدث ما (A_i) هو السبب في وقوع الحدث (A). وهي عبارة عن قانون الاحتمال الشرطي على قانون الاحتمال الكلي.

[1] جاء "حدثا" منصوبا لأنه خبر كان، واسمها هو اسم العلم A في محل رفع.

مثال14: لدى مصنع ثلاث آلات M_1، M_2، M_3، تنتج على الترتيب 40%، 50%، 10% من انتاج المصنع.
وكانت نسبة الوحدات المنتجة الرديئة لهذه الآلات هي على الترتيب 2%، 4%، 5%.
سحبنا عشوائيا وحدة من إنتاج هذا المصنع فوجدناها رديئة. ماهو احتمال أن تكون من الآلة M_1؟

الجواب: نفرض أن A حدث يتحقق بكون الوحدة المسحوبة رديئة (A محقق فعلا).

الجدول رقم 01: نسب الإنتاج عموما والرديء خصوصا لكل آلة.

الآلات	M_1	M_2	M_3
الانتاج	0.40	0.50	0.10
الرديء	0.02	0.04	0.05

المصدر: معطيات المثال 14.

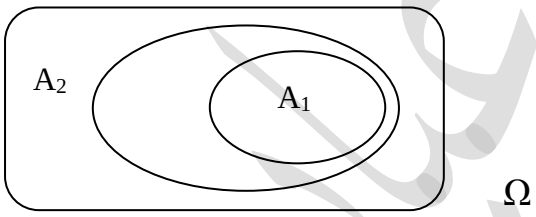
$$P(M_1/A) = \frac{P(M_1) \times P(A/M_1)}{P(M_1) \times P(A/M_1) + P(M_2) \times P(A/M_2) + P(M_3) \times P(A/M_3)}$$

$$= \frac{(0.40)(0.02)}{(0.40)(0.02)+(0.50)(0.04)+(0.10)(0.05)} = \mathbf{0.24}$$

- من أجل $A_1 \subset A_2$ فإن: $P(A_1) \leq P(A_2)$
و $P(A_2 - A_1) = P(A_2) - P(A_1)$

أنظر الشكل رقم 08.

الشكل رقم 08: احتمال حدث محتوى في آخر

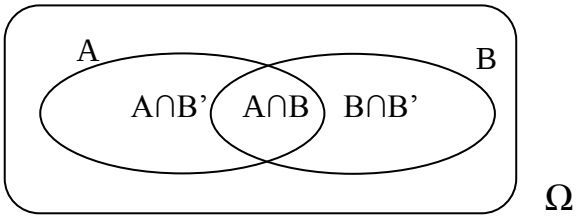


المصدر: محاضرات الأستاذ بوعبد الله صالح

- من أجل A و B حدثان أيا كانا :
$P(A \cap B) + P(A \cap B') = P(A)$

أنظر الشكل رقم 09.

الشكل رقم 09: احتمال حدث بدلالة حدث آخر ومتممه.



المصدر: محاضرات الأستاذ بوعبد الله صالح

نهاية المحور الثالث.