convection libre

Application de l'analyse dimensionnelle

le coefficient h depend de 6 paramètres :

$h = f(D, \lambda, \rho, \mu, cp, (g\beta\Delta T))$

g : accelaration de la pesanteur

$g : [L t^{-2}]$

β : Coefficient de dilatation (pour un fluide parfait)

$\Rightarrow \beta = \frac{1}{T} \quad [T^{-1}]$

ΔT : écart de Température du fluide paroi

$\Delta T \; [T] \Rightarrow (g\beta\Delta T) : [L t^{-2}]$

$\pi = D^a \lambda^b \rho^c \mu^d cp^e (g\beta\Delta T)^f h^g$

$[L]^a \cdot \left[\frac{ML}{t^3 T}\right]^b \left[\frac{M}{L^3}\right]^c \left[\frac{M}{tL}\right]^d \left[\frac{L^2}{t^2 T}\right]^e \left[L t^{-2}\right]^f \left[\frac{M}{t^3 T}\right]^g$

L : $a + b - 3c - d + 2e + f = 0$

M : $b + c + d + g = 0$

t : $-3b - d - 2e - 2f - 3g = 0$

T : $-b - e - g = 0$

calcul de h, cp, $(g\beta\Delta T)$

pour le coefficient h $\Rightarrow g = 1$, $e = 0$ et $f = 0$.

aprés la résolution des équations on trouve :

$a = 1$, $b = -1$, $g = 1$, $e = f = c = d = 0$.

$\pi_1 = \frac{h.D}{\lambda}$: Nombre de Nusselt $Nu = \frac{h.D}{\lambda}$

pour $(g\beta\Delta T)$: $f=1$, $e=0$, $g=0$

Après la résolution des équations on trouve :

$a=3$, $c=2$, $d=-2$, $f=1$, $g=e=b=0$.

$$\pi_2 = \frac{(g\beta\Delta T)\cdot \rho^2 \cdot D^3}{\mu^2} \quad : \text{Nombre de Grashof}$$

$$Gr = \frac{(g\beta\Delta T)\cdot \rho^2 \cdot D^2}{\mu^2} = \frac{g\beta\Delta T \cdot D^3}{\nu^2}$$

pour cp : $e=1$, $f=0$ et $g=0$

Après la résolution du système d'équations on trouve :

$a=0$, $c=0$, $b=-1$, $d=1$, $e=1$, $g=f=0$

$$\pi_3 = \frac{\mu\, cp}{\lambda} \quad : \text{nombre de Prandtl}$$

dans la convection naturelle :

$f(Nu, Gr, Pr)=0 \Rightarrow Nu = fct(Gr, Pr)$

- Convection naturelle sur les parois isothermes

pour un gaz quelconque :

$$Nu_f = A\left(Gr_f \cdot Pr_f\right)^m$$

Dans le cas de l'air :

$$Nu_f = B\left(Gr_f\right)^m$$

Remarques :

- L'indice "f" indique que la température du fluide est prise égale à celle du film situé près de la paroi c'est à dire que :

$$T_f = \frac{T_p - T_\infty}{2} = T_m.$$

Géométrie	Ra_f	A	m	B	observation
Plans et cylindres verticaux	laminaire $10^4 - 10^9$	0,59	0,25	0,54	Gr est évalué sur L
Plans : L : Hauteur cylindres L : longueur	turbulent $10^9 - 10^{13}$	0,13	0,33	0,12	
cylindres horizontaux de diamètre D	laminaire $10^4 - 10^9$	0,53	0,25	0,49	Gr évalué sur D
	turbulent $10^9 - 10^{13}$	0,13	0,33	0,12	
surfaces planes horizontales de longueur L dans le sens de l'écoulement	laminaire $10^5 - 2.10^7$	0,59	0,25	0,54	Gr évalué sur L
	turbulent ~~$2.10^7 - 10^{13}$~~ $2.10^7 - 3.10^{10}$	0,13	0,33	0,12	

N.B : $Ra = Gr . Pr$ il remplace le Reynolds dans la convection forcée.

3.2.5 Nombres sans dimensions

Les nombres adimensionnels souvent utilisés en présence du phénomène de convection qu'elle soit naturelle ou forcée sont résumés dans le tableau ci-dessous.

Nom	Symbole	Expression	Signification des paramètres
Reynolds	Re	$\mathrm{Re} = \dfrac{Forces\ d'inertie}{Forces\ de\ viscosité} = \dfrac{U\,L}{\nu}$ Caractérise la nature du régime de l'écoulement (laminaire ou turbulent) en convection forcée.	U: Vitesse caractéristique. L: Longueur caractéristique.
Nüsselt	Nu	$Nu = \dfrac{Q\ échangée\ par\ convection}{Q\ échangée\ par\ conduction}$ $Nu = \dfrac{h\,S\,\Delta T}{k\,\dfrac{S}{L}\,\Delta T} = \dfrac{h\,L}{k}$	
Prandtl	Pr	$\mathrm{Pr} = \dfrac{viscosité\ cinématique}{diffusivité\ thermique}$ $\mathrm{Pr} = \dfrac{\nu}{a} = \dfrac{\mu\,C_p}{k}$ Caractérise la distribution des vitesses relativement à celle des températures c'est-à-dire le milieu où se réalise le transfert.	a: Coefficient de diffusivité thermique.
Grashoff	Gr	$Gr = \dfrac{\beta\,g\,\rho^2\,L^3\,\Delta T}{\mu^2} = \dfrac{\beta\,g\,L^3\,\Delta T}{\nu^2}$	β : Coefficient de dilatation volumique: $\left[\beta = \dfrac{1}{T(K)}\right]$ g: Accélération de la pesanteur ΔT: Différence de température caractéristique.
Rayleigh	Ra	$Ra = \mathrm{Pr}\ .\ Gr$ Remplace le Reynolds en convection naturelle.	