

سلسلة التمارين رقم 2

تمرين 1 : لنن

$$A = \begin{pmatrix} -7 & 2 \\ 0 & -1 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}, D = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ و } E = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 0 \\ -8 & 6 \end{pmatrix}.$$

(A) أحسب كل المجاميع الممكنة لمصفوفتين من هذه المصفوفات.

(B) أحسب كل الجداءات الممكنة لمصفوفتين من هذه المصفوفات.

(C) أحسب $5B - 4EA^T$ و $3A + 2E$

(D) أوجد α حيث $A - \alpha E$ المصفوفة المعروفة.

تمرين 2 : لنن المصفوفات:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \quad E = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 3 \\ -1 & -4 & 0 \\ 0 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

ما هي الجداءات الممكنة؟ حدد المصفوفات المربعة والمصفوفات المتناظرة؟

تمرين 3 :

(1) أحسب الجداءين AB و BA عندما يكون معرف، في كل من الحالات التالية:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 6 \\ -2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (b) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \quad (a)$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad (c)$$

(2) أحسب منقول المصفوفات السابق

تمرين 5 : لنكّن $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ أوجد كل المصفوفات $B = \begin{pmatrix} c & d \\ e & f \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ التي يمكنها أن تتبادل مع A ، يعني $AB = BA$.

تمرين 6 : لنكّن a و b أعداد حقيقيّة غير معدومة و $A = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix}$ أوجد كل المصفوفات $B \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ التي يمكنها أن تتبادل مع A ، أي $AB = BA$.

تمرين 7 : أجد A و B من $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ حيث $AB = 0$ و $BA \neq 0$.

تمرين 8 : لنكّن المصفوفة $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

(1) هل توجد مصفوفة $B \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ حيث $AB = I_3$ ؟ إن كان الجواب بنعم، هات صيغة المصفوفة B .

(2) هل توجد مصفوفة $C \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ حيث $CA = I_2$ ؟ إن كان الجواب بنعم، هات صيغة المصفوفة C .

تمرين 9 : لنكّن المصفوفات التالية :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

أحسب A^2 ، A^3 . ثم استنتج من A^n من أجل كل $n \geq 1$.
أجب على نفس السؤال من أجل المصفوفة B .

تمرين 10 : أحسب بإستعمال طريقة غوس ثم طريقة المصفوفة المرافقة، مقلوب المصفوفة

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$