

TD N : 02 Lois Usuelles des Probabilités

(27 Mars 2022 jusqu'à 21 Avril 2022)

Exercice 01:

Une urne contient des boules 12 blanches et des 15 boules noires, 13 boules rouges. La proportion de blanches est p . Les tirages se font avec remise, ainsi la proportion de boules blanches ne changent jamais.

On tire une seule boule de cette urne.

- 1) Soit X la variable aléatoire qui vaut 1, si on tire une boule blanche et 0 sinon.
- a) Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X ?
- b) Calculer l'espérance pour la variable aléatoire X ?
- c) Calculer le moment d'ordre deux pour la variable aléatoire X ?
- d) Calculer la variance pour la variable aléatoire X ?

Exercice 02:

On joue à pile ou face. Si on obtient pile, on gagne 10 Dinars. Si on obtient face, on perd 10 Dinars. On lance la pièce une seule fois.

- 1) Si la pièce est non truquée (la probabilité d'avoir pile et la probabilité d'avoir face est la même):
 - a) Déterminer la loi de probabilité pour cette expérience aléatoire.
 - b) Quelle est l'espérance de gain ?
- 2) Si la pièce est légèrement truquée et tombe sur pile dans 60% des cas.
 - a) Déterminer la loi de probabilité pour cette expérience aléatoire.
 - b) Quelle est l'espérance de gain ?

Exercice 03:

Dans une entreprise, une machine produit des pièces dont les dimensions très précises doivent être respectées. On examine une pièce choisie au hasard et on note X la v.a. représentant le résultat obtenu de pièces défectueuses.

- 1) Après un premier réglage, on constate une proportion de 30% de pièces défectueuses.
- 1) Quelle est la loi de probabilité de la v.a. X ? Calculer son espérance et son écart-type.

Exercice 04:

Déterminer si les fonctions suivantes sont des densités de probabilité et si oui, déterminer la fonction de répartition associée à cette densité.

$$f(x) = \begin{cases} 4e^{-2x} & \text{si } x \geq 0, \\ 0 & \text{si } x < 0. \end{cases}$$

Exercice 05:

On considère la fonction définie par:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4}{3}(1-x)^{\frac{1}{3}} & \text{si } 0 \leq x \leq 1, \\ 0 & \text{si non.} \end{cases}$$

- 1) Montrer que f est bien une densité de probabilité.
- 2) Déterminer sa fonction de répartition F_X .
- 3) Calculer $P(0,488 < X < 1,2)$.

Exercice 06:

La durée de vie en années d'un ordinateur est une v.a. notée X suivant la loi exponentielle de paramètre α .

- 1) Sachant que $P(X > 1) = 0,286$, déterminer la valeur de α .
- 2) Calculer la probabilité qu'un ordinateur ait une durée de vie inférieure à 6 mois.
- 3) Sachant qu'un ordinateur a déjà fonctionné huit années (08), quelle est la probabilité qu'il ait une durée de vie supérieure à 10 ans.

Exercice 07:

La durée de vie d'une ampoule (exprimé en Heure), est une variable aléatoire X qui suit la loi exponentielle de paramètre θ .

- 1) Quel est le paramètre θ sachant que $P(X \geq 800) = 0,2$?
- 2) Calculer la durée de vie moyen pour ce type d'ampoules.