**CHAPITRE 2 S2: Calcul des pièces sollicitées en compression simple**

**2.1 Définition et domaine d’utilisation**

Un élément est dit comprimé ou en compression pure lorsque ses extrémites sont soumise à des efforts qui impose un racoursissement uniforme à toutes les fibres dans une section quelconque. La résultante des éfforts se reduit à un effort normal appliqué au centre de gravité « G » dirigé vers l’interieur de l’élément. Parfois ils peuvent être, comprimés et fléchis, sollicités en flexion composée.

Dans une construction en charpente métallique on peut rencontrer beaucoup d'éléments qui travaillent à la compression. On cite par exemples: les membrures comprimées d'un système en treillis certaines barres de contreventement ou comme éléments comprimés secondaires ( poteau secondaire (potelet), bracon, contre fiche).

**2.2 Comportement et dimensionnement des éléments comprimés**

L'éffort de compression doit Nsd doit rester inférieur à l'effort résistant de la section:

* **Pour les sections de classe 1, 2 et 3**

**Nsd ≤ Nc,Rd = Npl,Rd = Ab.Fy/ γM0**

**Npl,Rd**: L'effort résistant plastique de la section transversale à la compression.

**Ab**: La section utilisée pour les sections de classe 1, 2 et 3 est la section brute même avec la présence de trous de boulonnage.

* **Pour les sections de classe 4**

**Nsd ≤ Nc,Rd = Neff,Rd = Aeff. Fy/ γm1**

**Neff,Rd**: L'effort résistant de la section efficace à la compression.

**Aeff**: l'aire de la section transversale efficace de la section classe 4.

**2.3 Le flambement simple, aspect théorique**

La plupart des poteaux utilisés dans une construction métallique présentent un élancement important (une hauteur h très grande par rapport à toutes les autres dimensions de la section), ce qui influe beaucoup sur leur comportement à la compression et entraine un phénomène d'instabilité appelé le flambement.

Le flambement est le mode de ruine prépondérant et le plus dangereux, il se traduit par une flexion latérale brutale du composante à partir d’un certain niveau de l’effort ‘Ng’.

Le flambement affecte les éléments simplement comprimés: **flambement simple** ou les éléments comprimés et fléchis: **flambement flexion**.



Lorsque l’effort normal N croît, à partir de zéro, l’état d’équilibre initial évolue vers un état curviligne fléchi.

D’après la loi fondamentale de la flexion, le moment fléchissant s’écrit :

 En posant **α =**√

on obtient l’équation de l’élasticité



La solution générale de cette équation est de la forme : 

Pour le cas d’une poutre bi-articulée, par exemple, les conditions aux limites se traduisent ainsi :

* Pour z = 0, y (0) = 0 donc B = 0.
* Pour z = l0 , y (0) = 0 d’où A sin (α l0 ) = 0 .



##### Figure 2.2 : Poutre bi-articulée soumise a un effort normal

On a donc deux cas :

-Si : **sin (αl0) ≠0**, **A = 0** et **y (z) = 0** quel que soit z. dans ce cas seul l’équilibre rectiligne

est possible.

Si : sin **(α l0) = 0 , α = k π**,

Pour que la poutre reste fléchie, il faut que K soit au moins égale à 1, ce qui conduit à la valeur minimale de N qui vaut :

##### La force critique d’EULER .EI

Soit σ k une contrainte critique correspondant à la force critique d’EULER **N k**

A: étant la section droite de la poutre, on aurait :



Avec : **i=** , rayon de giration minimale correspondant à l’élancement maximal  =



D'où finalement: : **k=**



* + Lorsque σ k < σ e, aucun risque de flambement n’est à craindre et la ruine survient pour σ = σe.
	+ Lorsque σ k >σ e , il y a ruine par flambement dès lors **σ k = σ**. D’une manière générale, selon les conditions aux appuis, la force critique d’EULER vaut :

lo: étant la longueur réelle de la barre. 

En introduisant la longueur de flambement l k, elle s’écrit



Des calculs analogues pour une poutre bi-articulée conduisent à des équations différentielles de déformées, qui se résolvent aisément et qui conduisent à des valeurs de m et de lk récapitulées dans ce tableaux ci-dessous :

**Tableau 2. 1: Longueurs du flambement selon le type d’appui**



**2.4 Aspect réglementaire du flambement**

La théorie d’EULER établie pour des poutres idéales reste insuffisante en raison des imperfections de centrage et de rectitude. Il est donc impératif de prendre en compte ces imperfections.

#####  2.4.1Vérification selon EUROCODE 3 et CCM97

**2.4.1.1Flambement simple**

Le risque de flambement n’est considéré que si

Dans ce cas, la sollicitation N de compression simple doit satisfaire

D’où  **βA=1** : pour les sections transversales de Classe 1,2 ou 3.

: Pour les sections transversales de classe4

χ : Coefficient de flambement pour le mode de flambement à considérer

Pour les éléments à section transversale constantes, sollicités en compression axiale constante,

la valeur de χ pour l’élancement réduit λ‾, peut être déterminée par la formule suivante :



D ou : **α** : Facteur d’imperfection





* **Elancement géométrique:**

E

f Y

* **Elancement de référence:** 1  

235

f Y

1= 93,9  avec  

* **Elancement réduit:** = /1

Et :  (fy : limite élastique en N/mm2)

Avec :

Ncr :est l’effort axial critique élastique pour le mode de flambement approprié

λ : L’élancement pour le mode de flambement à considérer

Le Facteur d’imperfection α correspondant à la courbe appropriée du flambement vaut :

##### Tableau 4.2 : Valeur du facteur d'imperfection



**Tableau 4.3 :**  **Coefficient de réduction χ**





 







**EXERCICE 1:**

**Calculer la résistance au flambement d'un poteau doublement articulé à section en HEA320 en acier S235, de longueur L0= 4.5m et sollicité en compression axiale égale à Nsd= 2500 KN.Les conditions d'appuis sont présentées sur la figure ci-dessous:(Figure1)**

1. **Calculer la charge critique élastique Ncr,y et Ncr,z**
2. **Vérifier la stabilité au flambement du poteau selon EC3, CCM97.**

**Solution exercice1:**

**1/ La charge critique élastique selon l'axe y.y (Ncr,y)**

**Ncr,y= π2.E.Iy/(Lk.y)2 = 23467.7KN**

**Ncr,z= π2.E.Iz/(Lk.z)2 = 14590.8KN**

**2/ Vérification de la stabilité au flambement du poteau selon EC3. CCM97**

* **Longueur de flambement Lf,y,z**

**Lf,y = μ.L0 = 1.4,5= 4,5×103mm**

**Lf,z = μ.L0 = 0,7.4,5= 3,15×103mm**

* **Elancement géométrique λ**

**λ y= μ.L0/iy = 4,5×103/ 13,58×10= 33,13**

**λ z= μ.L0/iz = 3,15×103/ 7,49×10= 42,05**

* **Elancement de référence λ1**

**λ1= 93.9 ×ɛ= 93.9**

* **Elancement réduit λ**

**y= y/1= 33.13/ 93.9= 0.353**

**z= z/1= 42.05/93.9 = 0.447**

**= 0.588**

****

Χ**y= 0.944**

Χ**z= 0.872**

**On prendra la valeur minimale du coefficient de réduction**

Χ**min =** Χ**z= 0.872**

**Calcul de la résistance du poteau**

**Nsd ≤ Nc,Rd=**

**Nc,Rd= 0.872×124.4×102×235/1.1= 2317.45KN**

**Nsd= 2500 KN > Nc,Rd= 2317.45 (CNV) la section du poteau n'est pas suffisante**

**Donc on change les caractéristiques géométriques Ab**

**On propose aucun risque de flambement: Nsd ≤ Nc,Rd = Npl,Rd = Ab.Fy/ γM0**

**Donc Ab= Nsd γM0/Fy= 11 702,127mm2 Donc on adopte HEA340**

**EXERCICE 2:**

**Calculer la résistance au flambement d'un poteau doublement encastré selon (y.y) et doublement articulé selon (z.z) à section en HEM450 en acier S235, de longueur L0= 6m et sollicité en compression axiale égale à Nsd= 3000 KN.**

1. **Vérifier la stabilité au flambement du poteau selon EC3, CCM97.**

**Solution exercice2:**

**Vérification de la stabilité au flambement du poteau selon EC3. CCM97**

* **Longueur de flambement Lf,y,z**

**Lf,y = μ.L0 = 0.5.6= 3×103mm**

**Lf,z = μ.L0 = 1.6= 6×103mm**

* **Elancement géométrique λ**

**λ y= μ.L0/iy = 3×103/ 19,80×10= 15,15**

**λ z= μ.L0/iz = 6×103/ 7,59×10= 79,05**

* **Elancement de référence λ1**

**λ1= 93.9 ×ɛ= 93.9**

* **Elancement réduit λ**

**y= y/1= 15.15/ 93.9= 0.161**

**z= z/1= 79.05/93.9 = 0.841**

**= **

Χ**y=**

Χ**z=**

**On prendra la valeur minimale du coefficient de réduction**

Χ**min =** Χ**z= 0.**

**Calcul de la résistance du poteau**

**Nsd ≤ Nc,Rd=**

**Nc,Rd=**

**EXERCICE 3:**

**Quelle est la charge maximale que peut supporter un poteau de 8m de hauteur en HEB240 en acier S235, encastré en tête et en pied selon les deux directions.**

**Solution exercice 3:**

**Condition de résistance à la compression selon EC3. CCM97**

**Nsd ≤ Nc,Rd**

* **Longueur de flambement Lf,y,z**

**Lf,y = Lf,z= μ.L0 = 0.5.8= 4×103mm**

* **Elancement géométrique λ**

**λ y= μ.L0/iy = 4×103/ 10,31×10= 38,79**

**λ z= μ.L0/iy = 4×103/ 6,08×10= 65,79**

* **Elancement de référence λ1**

**λ1= 93.9 ×ɛ= 93.9**

* **Elancement réduit λ**

**y= y/1= 38,79/ 93.9= 0.413**

**z= z/1= 65,79/93.9 = 0.700**

**λmax= λz= 0.700 > 0.2 Donc il ya le risque de flambement on doit vérifier la condition suivante:**

**pour λz = 0.7 Donc** χ**z= 0.7247**

**Nc,Rd= 0.7247×1×106×102×235/ 1.1=1641.11 KN**

**EXERCICE 4:**

**Calculer la résistance au flambement d'un poteau bi-articulé selon y.y et encastré-articulé selon z.z à section en HEB en acier S235, de longueur 8m et sollicité en compression axiale égale à Nsd = 2000KN,**

**Solution exercice 4:**

**Condition de résistance selon RDM à la compression:**

**σc = Nc/Ab ≤ [σ] donc Ab ≥ Nc/ [σ]= 2000×103/235 =85.11 ×102 mm2**

**Ab ≥ 85.11 ×102 mm2 d'après les tableaux en HEB ona Ab= 91×102 mm2 Le type du profilé admet est HEB220.**

* **Longueur de flambement Lf,y,z**

**Lf,y = μ.L0 = 1.8= 8×103mm**

**Lf,z = μ.L0 = 0,7.8= 5,6×103mm**

* **Elancement géométrique λ**

**λ y= μ.L0/iy = 8×103/ 9,43×10= 84,83**

**λ z= μ.L0/iz = 5,6×103/ 5,59×10= 100,17**

* **Elancement de référence λ1**

**λ1= 93.9 ×ɛ= 93.9**

* **Elancement réduit λ**

**y= y/1= 84,83/ 93.9= 0.903**

**z= z/1= 100,17/93.9 = 1.066**

**λmax= λz= 0.700 > 0.2 Donc il ya le risque de flambement**

**Calcul coefficient d'imperfection α:**

**Pour h/b = 220/220 =1 < 1.2 et tf= 16mm < 100mm**

**Donc αy= 0.34 et αz= 0.49**

**= 1.027**

****

Χ**y= 0.659**

**Øz= 1.280 et Χz= 0.502**

**On prendra la valeur minimale du coefficient de réduction**

Χ**min =** Χ**z= 0.502**

**Calcul de la résistance du poteau**

**Nsd ≤ Nc,Rd=**

**Nc,Rd= 0.502×91×102×235/1.1= 975.93KN**

**Nsd= 2000 KN > Nc,Rd= 975.93KN (CNV) la section du poteau n'est pas suffisante. Donc on change les caractéristiques géométriques Ab**

**On propose aucun risque de flambement: Nsd ≤ Nc,Rd = Npl,Rd = Ab.Fy/ γM0**

**Donc Ab= Nsd γM0/Fy= 93,61 ×102 mm2 Donc on adopte HEB 240 et Ab= 106×102 mm2.**