المحاضرة رقم 06:
الانحدار الخطي البسيط

مقدمـــــة

المتغيرات الاحصائية

- المتغير variable: مصطلح علمي يتضمن شيئاً يتغير ويأخذ قيماً مختلفة او صفات متعددة.
- اكثر التصنيفات شيوعاً التصنيف التالي:
- المتغير المستقل variable Independent: هو المتغير الذي يتم بحث اثره في متغير اخر.
- المتغير التابع variable dépendent: هو ذلك المتغير الذي يرغب الباحث في الكشف عن تأثير المتغير المستقل عليه.

الانحدار الخطي

La Regression Linéaire الانحدار الخطي

- الانحدار هو أسلوب يمكن بواسطته تقدير قيمة أحد المتغيرين بمعلومية قيمة المتغير الآخر عن طريق معادلة (دالة) الانحدار.
- الغاويعرف المتغير الأول بالمتغير التابع Dépendent ويرمز له بالحرف Y، في حين يعرف المتغير الآخر بالمتغير المستقل Indépendant ويرمز له بالحرف X.
- ية من استخدام أسلوب تحليل الانحدار الخطي دراسة وتحليل أثر متغير كمي على متغير كمي آخر.
- ويعتمد نموذج الانحدار دائماً على علاقة السببية، بمعنى ان يكون التغير في المتغير المستقل مسبب رئيسي للتغير في المتغير التابع.

الانحدار الخطي

الانحدار الخطي Regression Linéaire

وله أنواع :

الانحدار الخطي البسيط : فكلمة " بسيط " تعني أن المتغير التابع Y يعتمد على متغير مستقل واحد وهو X وكلمة " خطي" تعني أن العلاقة بين المتغيرين (X , Y)علاقة خطية.

الانحدار المتعدد : إذا كان المتغيرY يعتمد على أكثر من متغير مستقل.

الانحدار غير الخطي : إذا كانت العلاقة بين المتغيرالمستقلة Y والمتغيرات غير خطية كأن تكون من الدرجة الثانية أو آسية.

الانحدار الخطي Regression Linéaire

حيث تكون معادلة الانحدار بالشكل التالي:

$$\hat{y} = a + bx$$

حيث a : ثابت الانحدار أو الجزء المقطوع من محور y

b : ميل الخط المستقيم أو معامل انحدار Y على X (أو Y/X)

- وتحسب القيمتان a و b من العلاقتين التاليتين :

حيث:

$$b = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{n\sum x^2 - (\sum x)^2} = \qquad a = \frac{\sum y - b\sum x}{n}$$

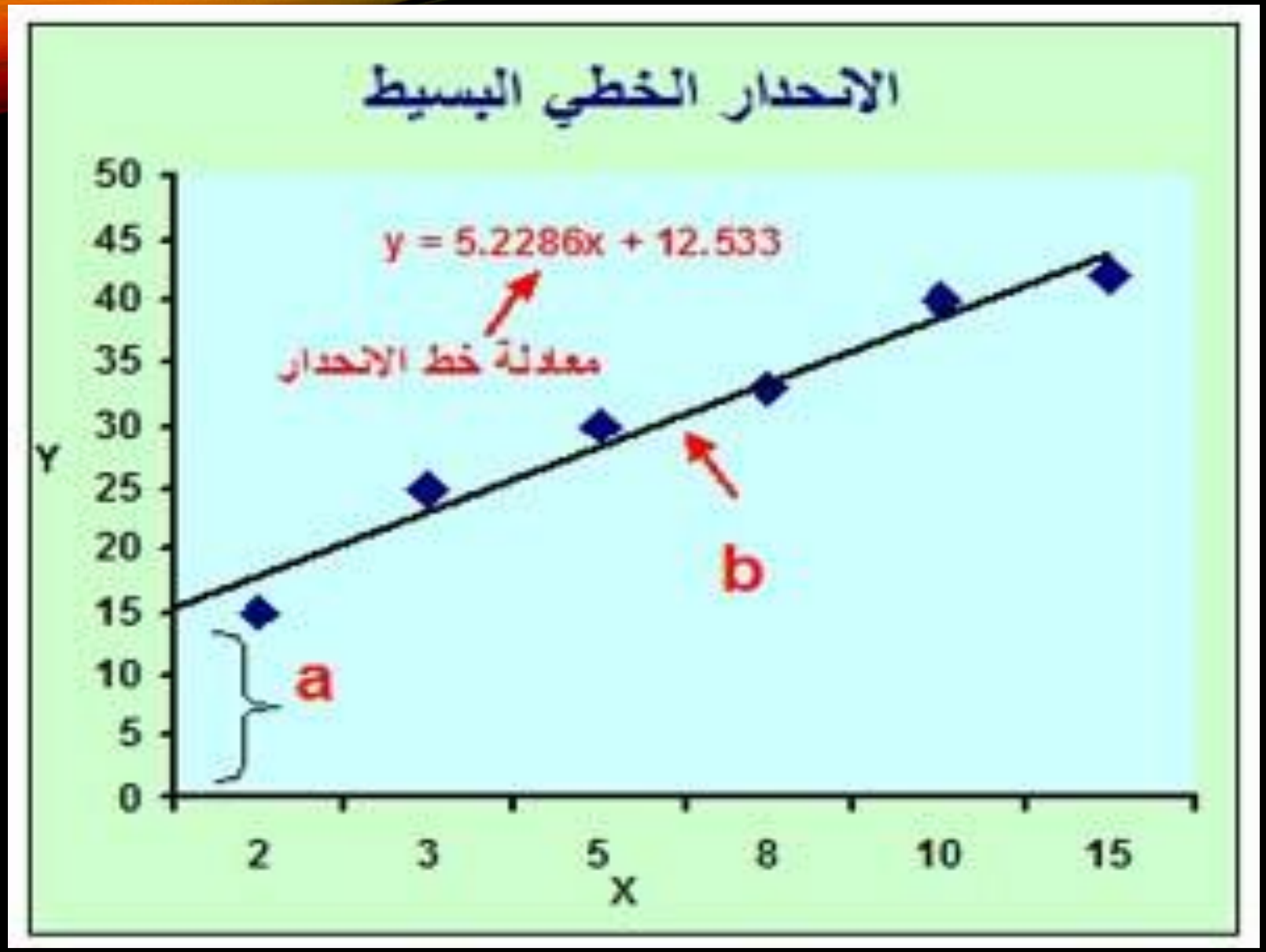
لإيجاد قيمة مقدرة جديدة $\hat{y}_h$ نعوض بقيمة معلومة للمتغير المستقل ولتكن x_h في معادلة تقدير خط الانحدار Y/X

$$\hat{y} = a + bx$$

نعوض

ملاحظة هامة :

إشارة معامل الانحدار b تدل على نوع الارتباط الخطي (طردي أو عكسي)


الانحدار الخطي البسيط
y = 5.2286x + 12.533
معادلة خط الانحدار
b
a
Y
X
50
45
40
35
30
25
20
15
10
5
0
2
3
5
8
10
15

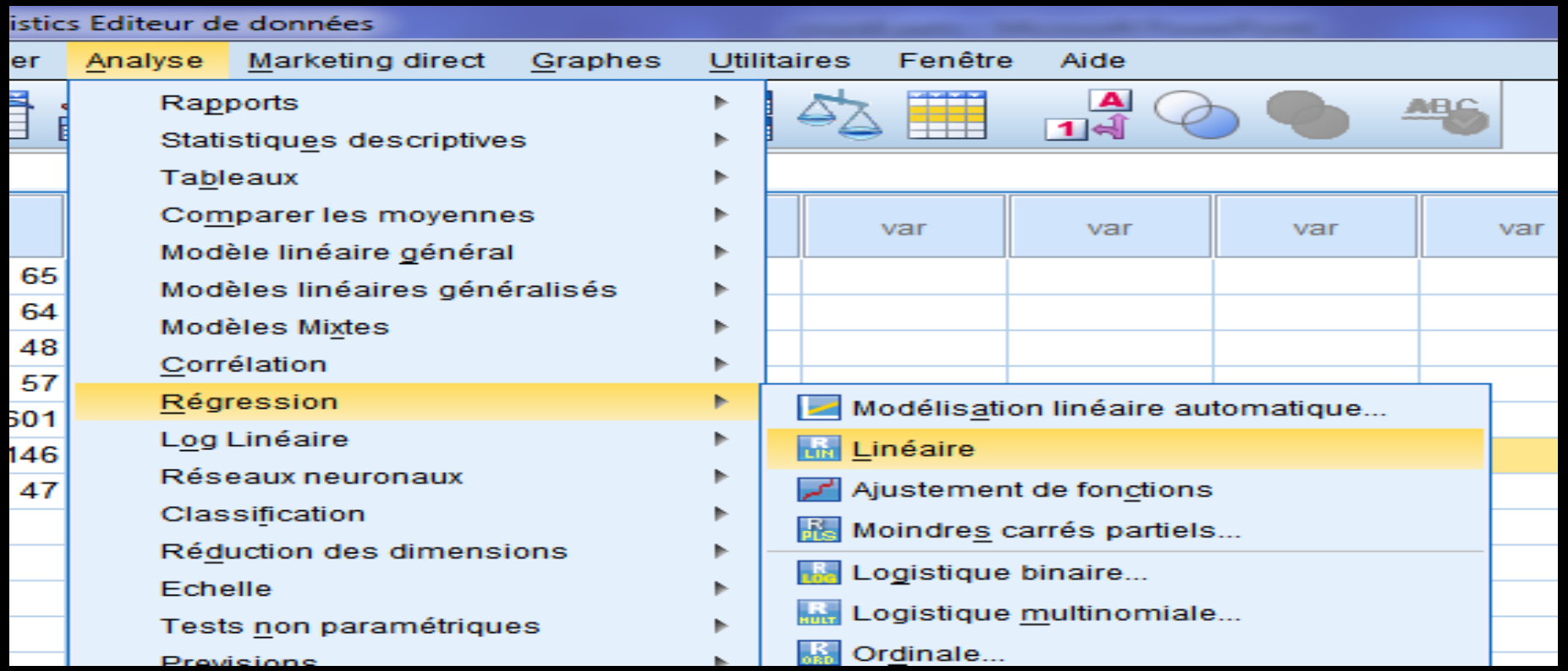
أمثلة

و من الأمثلة على الانحدار الخطي البسيط نذكر:

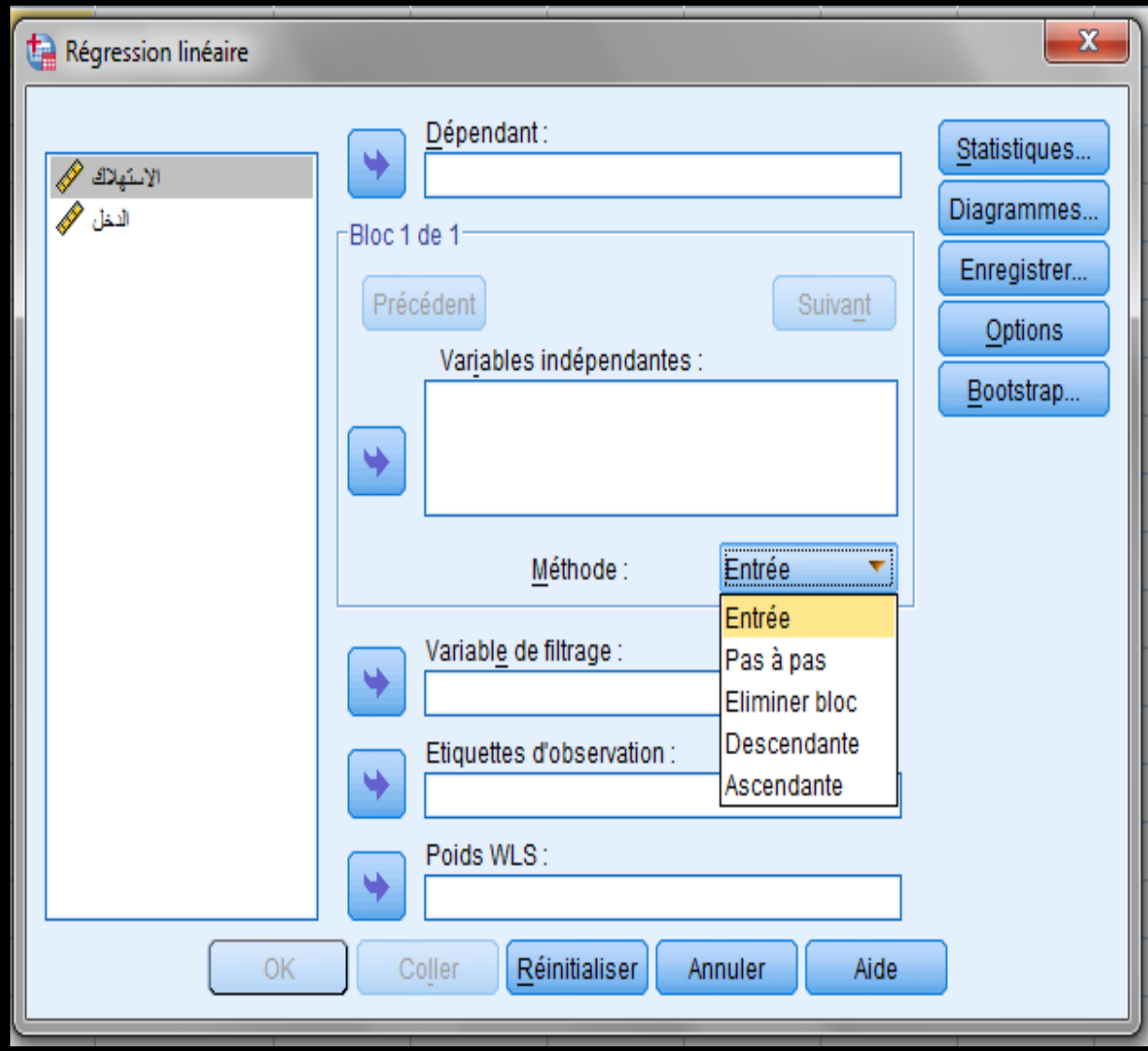
- دراسة اثر التكلفة على الإنتاج .
- اثر الدخل على الإنفاق الاستهلاكي.
- اثر درجات الحرارة على استهلاك المياه.
- .....

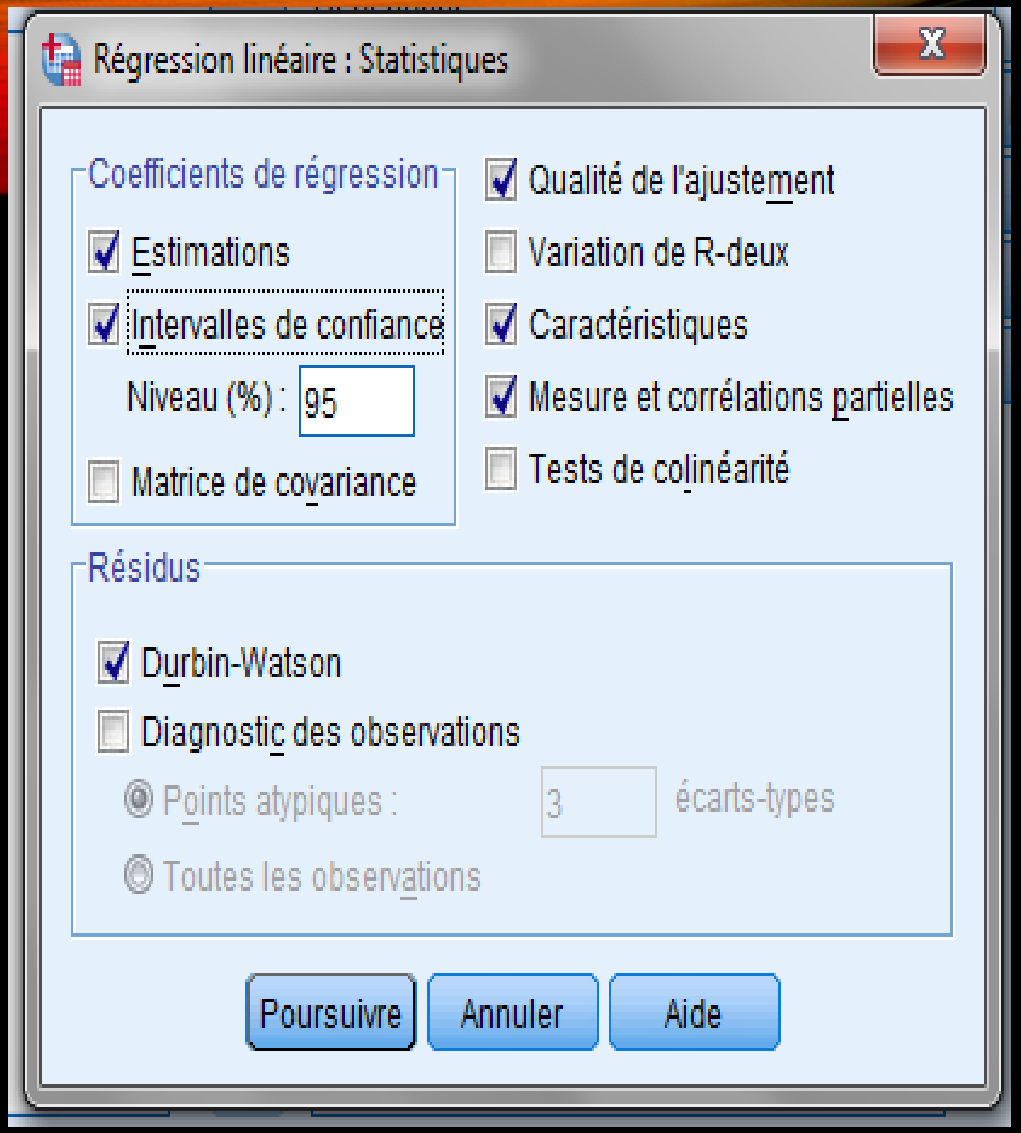
حساب الانحدار الخطي البسيط باستخدام برنامج الـ SPSS :

1- Menu Analyse--> Régression--> Linéaire



بحيث يتم نقل المتغير التابع الى المجال Dependent والمتغير المستقل الى المجال Independent، ويتوفر الزر Method على عدة خيارات خاصة بطريقة التقدير، والطريقة التلقائية للبرنامج هي طريقة المربعات الصغرى العادية المشار اليها بـ Enter.



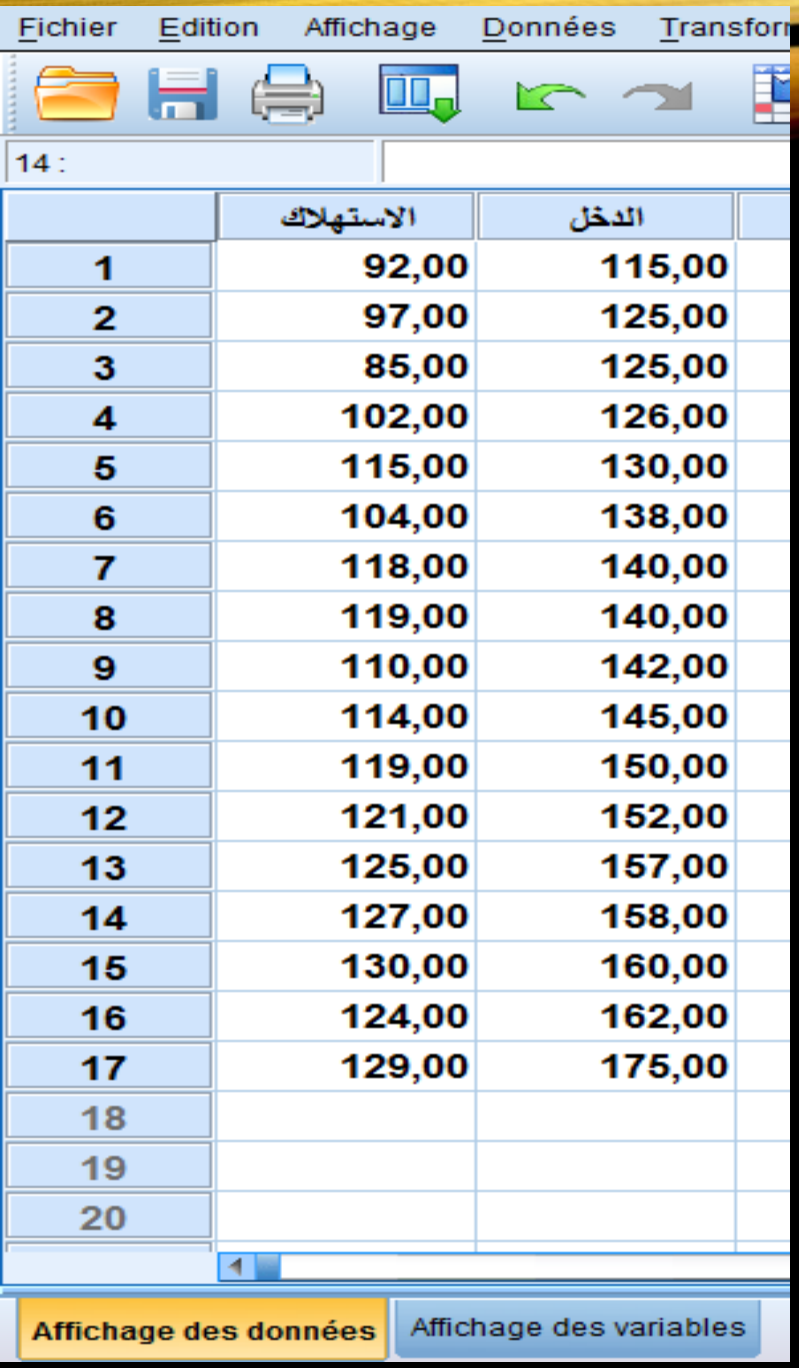


الزر Statistiques

نقوم بتحديد الخيارات التالية:

- ✓**Estimations**: لتقدير معاملات نموذج الانحدار
- ✓**Intervalles de confiance** : لتقدير مجال الثقة 95%
- **Qualité de l'ajustement** : لتقدير جودة النموذج (لعرض جدول تحليل التباين و معامل التحديد).
- ✓**Caractéristiques**: لعرض الإحصاءات الوصفية.
- ✓**Mesure et corrélations partielles**: لحساب معاملات الارتباط البسيط و الجزئي.

Poursuivre ←



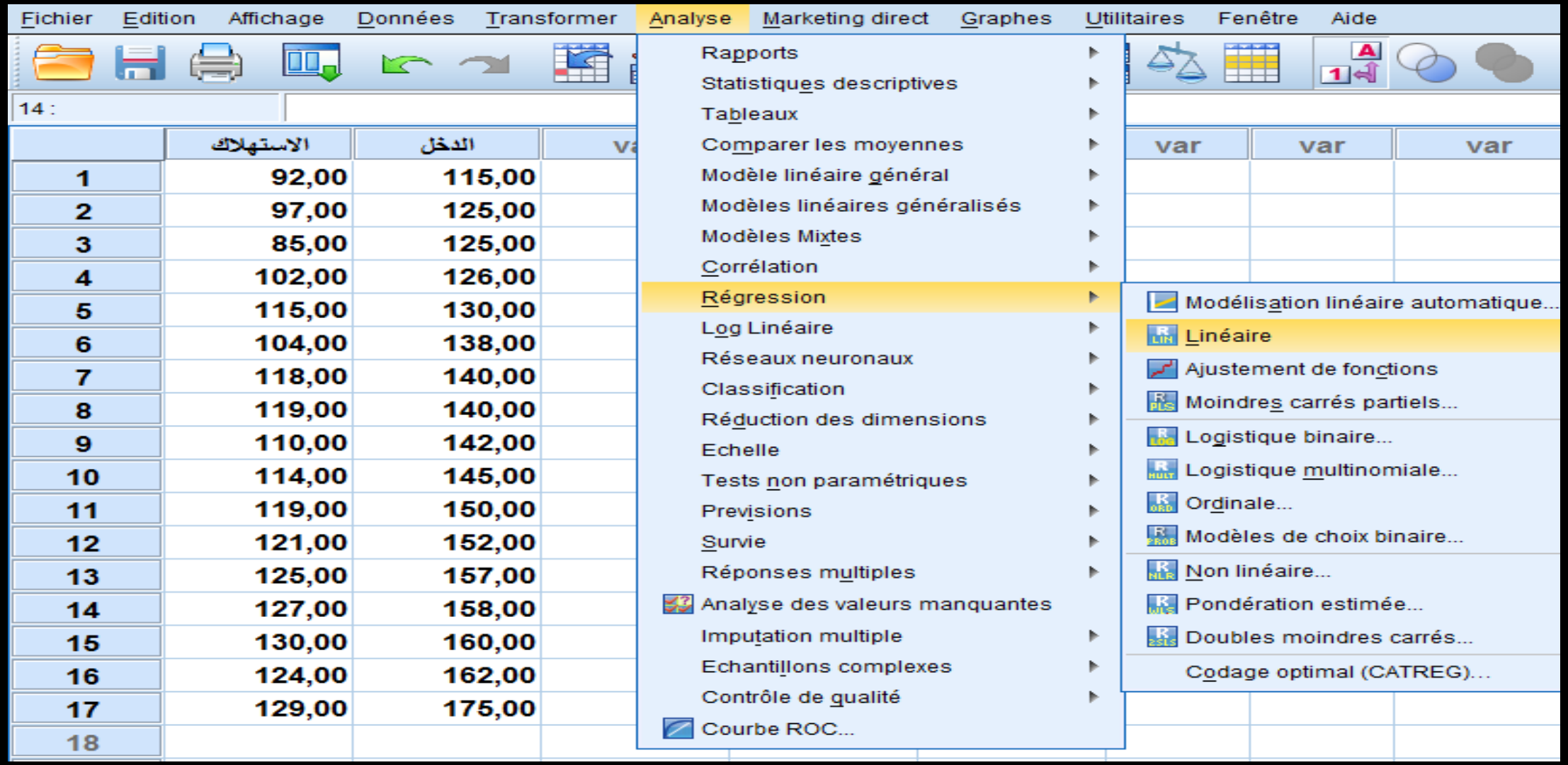
مثـــــــال

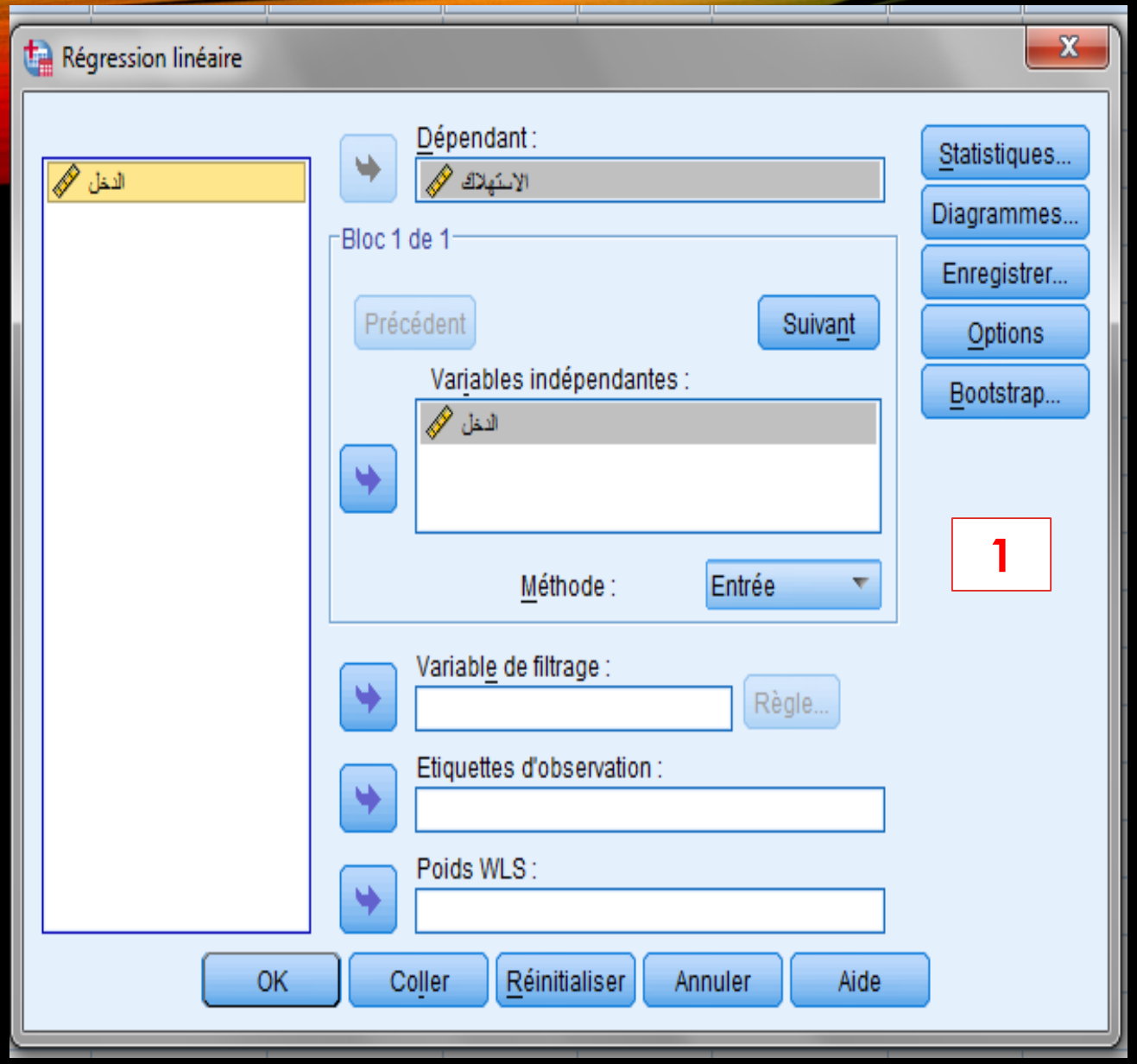
في الجدول التالي، المتغير x هو الدخل والمتغير y الاستهلاك، الوحدة هي (ألف دينار) :

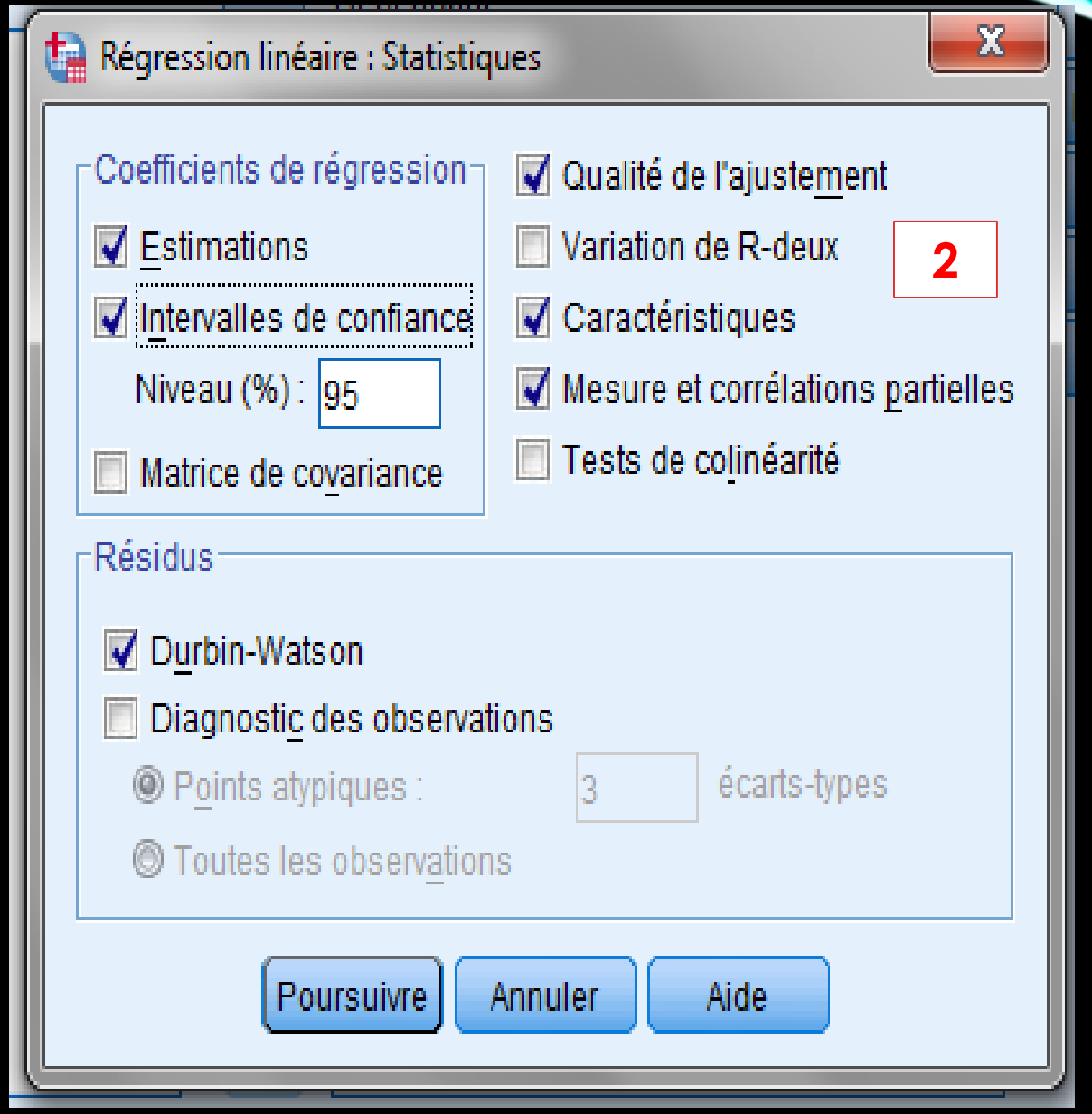
المطلـــوب

✓أوجد معادلة خط الانحدار.

خطـــــــوات الحل




Régression linéaire
الدخل
Dépendant :
الاستهلاك
Bloc 1 de 1
Précédent
Suivant
Variables indépendantes :
الدخل
Méthode :
Entrée
Variable de filtrage :
Règle...
Etiquettes d'observation :
Poids WLS :
Statistiques...
Diagrammes...
Enregistrer...
Options
Bootstrap...
1
OK
Coller
Réinitialiser
Annuler
Aide


Régression linéaire : Statistiques
Coefficients de régression
Estimations
Intervalles de confiance
Niveau (%) : 95
Matrice de covariance
Qualité de l'ajustement
Variation de R-deux
Caractéristiques
Mesure et corrélations partielles
Tests de colinéarité
2
Résidus
Durbin-Watson
Diagnostic des observations
Points atypiques :
3
écarts-types
Toutes les observations
Poursuivre
Annuler
Aide

تحليل النتائـــــــــــج

Statistiques descriptives

	Moyenne	Ecart-type	N
الاستهلاك	113,5882	13,36534	17
الدخل	143,5294	16,12110	17

الجدول الأول: يوضح الإحصاءات الوصفية للمتغيرين حيث يظهر ان المتوسط الحسابي لمتغير الاستهلاك قد بلغ 113.5882بانحراف معياري 13.36534في حين أن المتوسط الحسابي لمتغير التكلفة قد بلغ 143.5294بانحراف معياري 16.12110و بما ان كل البيانات كانت كاملة لكل وحدات العينة فان حجم العينة لم يتغير و هو يساوي 17.

Corrélations

		الاستهلاك	الدخل
Corrélation de Pearson	الاستهلاك	1,000	,886
	الدخل	,886	1,000
Sig. (unilatérale)	الاستهلاك	.	,000
	الدخل	,000	.
N	الاستهلاك	17	17
	الدخل	17	17

الجدول الثاني (جدول الارتباط الخطي): و يظهر نتائج الارتباط البسيط بين المتغيرين حيث يظهر ارتباطا موجب قوي بين متغير الاستهلاك و الدخل و قد بلغ 0.886عند مستوى دلالة 0.05 حيث يظهر أن $Sig < \alpha$ ($0.000 < 0.05$) ومنه نرفض فرضية العدم H_0 مما يدل على أن لمعامل الارتباط دلالة إحصائية عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

Variables introduites/supprimées[b]

Modèle	Variables introduites	Variables supprimées	Méthode
1	الدخل[a]	.	Entrée

a. Toutes variables requises saisies.
b. Variable dépendante : الاستهلاك

الجدول الثالث (جدول نوع الطريقة): و يبين أسلوب الانحدار المستخدم و في هذا المثال هو أسلوب **Entrée** (يعني أن طريقة المربعات الصغرى هي المتبعة في تحليل الانحدار الخطي)، فقد تم ادخال متغير مفسر واحد (مستقل) و هو متغير الدخل باعتبار انه المتغير الوحيد المدرج في النموذج المفسر للانحدار و بأن المتغير التابع هو متغير الاستهلاك.

جدول معامل التحديد :

Récapitulatif des modèles[b]

Modèle	R	R-deux	R-deux ajusté	Erreur standard de l'estimation
1	,886[a]	,785	,771	6,39834

a. Valeurs prédites : (constantes), الدخل
b. Variable dépendante : الاستهلاك

الجدول الرابع(**Récapitulatif des modèles**) : يبين نتيجة حساب معامل الارتباط **R** ويتضمن الجدول أهم مؤشرات نموذج الانحدار و المتمثل في معامل التحديد و الذي يرمز له بالرمز **R2** (**R-deux**) و الذي يعتبر مقياسا لدقة النموذج و هو يساوي **0.785**و تفسير ذلك ان **78.5%** من التغيرات التي تحدث في المتغير التابع تعزي إلى المتغير المستقل (تفسرها العلاقة الخطية أي نموذج الانحدار) و النسبة البقية **21.5%** ترجع إلى عوامل أخرى، و كلما اقتربت قيمة **R2** من **100%** دل ذلك على دقة النموذج و ذلك لان :

$$R=\sqrt{R2}$$

جدول تحليل التباين ANOVA:

ANOVA[b]

Modèle		Somme des carrés	ddl	Moyenne des carrés	D	Sig.
1	Régression	2 244,036	1	2 244,036	54,814	,000[a]
	Résidu	614,082	15	40,939		
	Total	2 858,118	16			

a. Valeurs prédites : (constantes), الدخل
b. Variable dépendante : الاستهلاك

الجدول الخامس (ANOVA): من خلال جدول تحليل التباين نستخلص العلاقة بين Sig و α فعندما تكون Sig < α نستطيع الحكم على تحقق شرط المعنوية الكلية للنموذج.

و في مثالنا تحقق شرط المعنوية الكلية للنموذج.

ويدرس كذلك مدى ملائمة خط انحدار البيانات وفرضيته الصفرية التي تنص على" خط الانحدار لا يلائم البيانات المعطاة ، في مثالنا نجد أن مستوى دلالة الاختبار Sig= . 000 أقل من مستوى دلالة الفرضية الصفرية 0.05 فنرفضها ، والتالي فإن خط الانحدار يلائم البيانات.

جدول معاملات الانحدار:

Coefficients[a]

Modèle		Coefficients non standardisés		Coefficients standardisés	t	Sig.	95,0% % intervalles de confiance pour B	
		A	Erreur standard	Bêta			Borne inférieure	Limite supérieure
1	(Constante)	8,149	14,326		,569	,578	-22,385	38,684
	الدخل	,735	,099	,886	7,404	,000	,523	,946

a. Variable dépendante : الاستهلاك

كما يتضح من الجدول أن قيمة Sigالخاصة بالثابت هي 0.569وهي أكبر من مستوى المعنوية 0.05 مما يدل أن المقدار الثابت في نموذج الانحدار غير معنوي.
بينما نجد قيمة Sigالخاصة بالمتغير الدخل هي 0.000 وهي أقل من 0.05 مما يدل أن قيمة معامل الانحدار bفي نموذج الانحدار معنوي.

حسب الجدول نستنتج معادلة نموذج الانحدار التالية:

y=a+bx و منه y=8.149+0.735x