الدرس الأول: نظرية توازن المنتج/ نظرية الإنتاج

أولا: الإنتاج بمتغير واحد[1]:

1- الناتج الكلي والمتوسط والحدي:

إن دالة الإنتاج لأي سلعة هي المعادلة أو الجدول أو الشكل الذي يوضح أعظم كمية من هذه السلعة يمكن أن تنتج في وحدة زمنية معينة، من كل مجموعة من المدخلات المتناوبة باستخدام أفضل تقنيات الإنتاج المتاحة.

ويمكن الحصول على دالة بسيطة للإنتاج الزراعي باستخدام كميات العمل المختلفة المتناوبة في وحدة من الزمن، لزراعة مساحة محددة من الأرض، ثم تسجيل النواتج المتناوبة من السلعة في وحدة من الزمن أيضا. (ونشير لمثل هذه الحالات التي يثبت فيها عنصر انتاجي واحد). أي مدخل واحد على الأقل بأنها الأجل القصير.

- ويعرف متوسط الناتج من العمل (APL): بأنه خارج القسمة الناتج الكلي (PT) على عدد وحدات العمل المستخدمة، أي:

$$APT = \frac{PT}{Ql} = \frac{PT}{L}$$

- أما الناتج الحدي للعمل (MPL): فهو التغير في الناتج الكلي (PT) المناظر لوحدة التغير في كمية العمل المستخدمة. أي:

$$MPL = \frac{\Delta PT}{\Delta Ql} = \frac{\Delta PT}{\Delta L}$$

مثال:

إليك الجدول التالي لدالة انتاج افتراضية قصيرة الأجل للقمح:

المطلوب:

- أوجد الناتج المتوسط والحدي ؟
- مثل بيانيا كل من الناتج الكلي والمتوسط والحدي ؟

[1] دومينيك سلفادور، **مرجع سابق**، ص ص 136، 137.

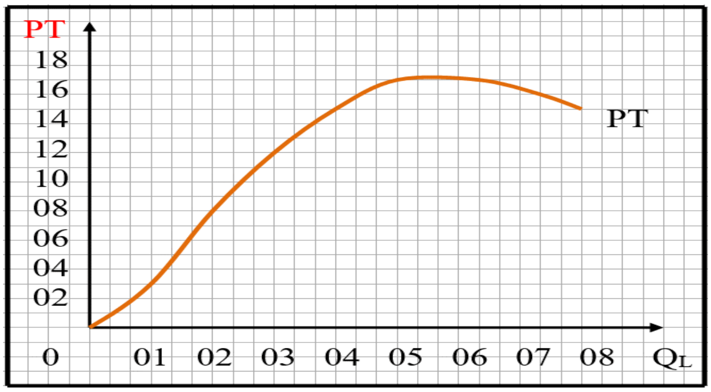
الحل:

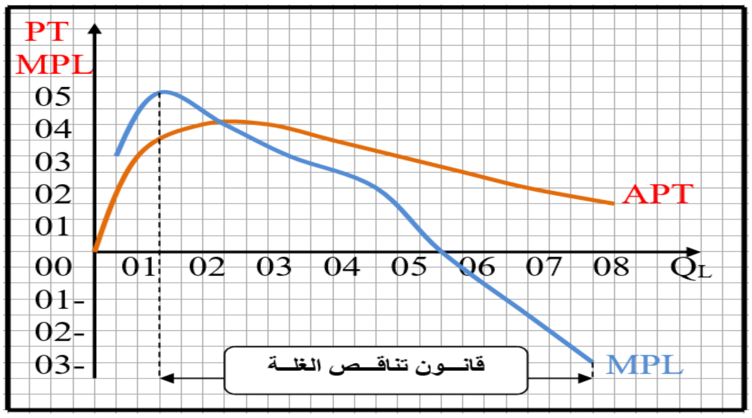
$$APT = \frac{PT}{Ql} = \frac{PT}{L}$$

$$MPL = \frac{\Delta PT}{\Delta Ql} = \frac{\Delta PT}{\Delta L}$$

T الأرض	L العمل	PT الناتج الكلي	APL الناتج المتوسط	MPL الناتج الحدي
01	00	00	00	-
01	01	03	03	03
01	02	08	04	05
01	03	12	04	04
01	04	15	3.75	03
01	05	17	03.4	02
01	06	17	02.83	00
01	07	16	02.29	01-
01	08	13	01.63	03-

من خلال الجدول السابق نتحصل على الشكل الموالي:





2- شكل منحنيي الناتج المتوسط والناتج الحدي[1]:

يتحدد شكل منحنيي الناتج متوسط والحدي بشكل منحنى الناتج الكلي المناظر كما يتحدد الناتج المتوسط عند أي نقطة على منحنى الناتج الكلي بميل الخط الواصل من نقطة الأصل إلى تلك النقط على منحنى الناتج الكلي.

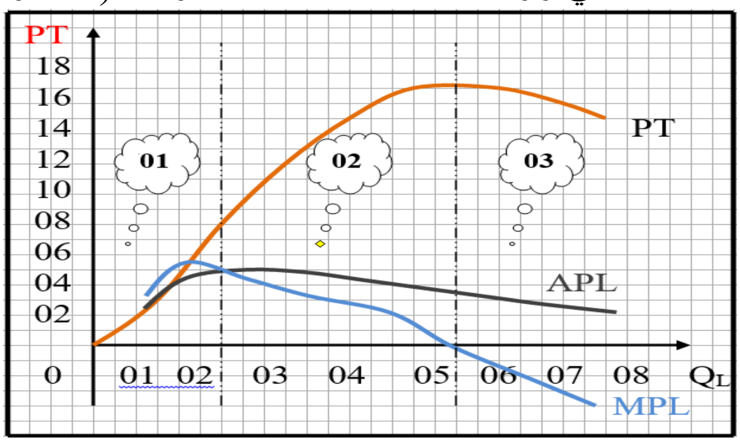
ويرتفع منحنى الناتج المتوسط (APL) غالبا في البداية إلى أن يصل حتى نهايته العظمى ثم ينخفض بعد ذلك، ولكنه يستمر موجبا طالما ظل الناتج الكلي موجبا.

أما الناتج الحدي (MPL) فما بين نقطتين على منحنى الناتج الكلي، فيساوي ميل منحنى الناتج الكلي فيما بين هتين النقطتين. ويرتفع أيضا منحنى الناتج الحدي في البداية ثم يبلغ النهاية العظمى قبل أن يصلها الناتج المتوسط، ثم ينخفض بعد ذلك. وتصير قيمة الناتج الحدي صفر عندما يبلغ الناتج الكلي قيمته العظمي، ثم يصبح سالبا عندما يبدأ الناتج الكلي في الانخفاض. ويصور الجزء النازل من منحنى الناتج الحدي قانون تناقص الغلة.

حيث يبدأ قانون تناقص الغلة في العمل عندما يبدأ الناتج الحدي في النقصان، والسبب في ذلك هو استخدام عمالة أكثر من اللازم في زراعة الأيكر واحد من الأرض. وإذا زادت العمالة المستخدمة في هذه المساحة من الأرض فإن هؤلاء العمال سيعترضون طريق بعضهم البعض حتى يصل الناتج الحدي إلى الصفر ثم يصير سالبا في النهاية.

3- مراحل الإنتاج[2]:

يمكننا استخدام العلاقة بين منحنى الناتج المتوسط (APL) وبين منحنى الناتج الحدي (MPL) لتحديد مراحل الإنتاج الثلاثة بالنسبة لاستخدام عنصر العمل، تمتد المرحلة الأولى من نقطة الأصل إلى غاية النقطة التي يصل فيها الناتج المتوسط إلى نهايته العظمى، وتقع المرحلة الثانية فيما بين النقطة النهاية العظمي للناتج المتوسط (APL) وبين النقطة التي يتساوى فيها الناتج الحدي (MPL) والصفر، وتغطي المرحلة الثالثة المنطقة التي يكون فيها الناتج الحدي سالبا. ولن يستمر المنتج في انتاجه في المرحلة الثالثة، حتى ولو كانت العمالة بدون مقابل حيث يكون في مقدوره أن يزيد الناتج الكلي باستخدام قدر أقل من العمالة في زراعة نفس المساحة من الأرض (الأيكر واحد).



[1] دومينيك سلفادور، **مرجع سابق**، ص 139.
[2] رشيد بن ذيب، نادية شطاب عباس، **مرجع سابق**، ص 127

كذلك فالمفروض ألا يعمل المنتج في المرحلة الأولى نظرا لأن خصائص هذه المرحلة بالنسبة للعمال تناظر خصائص المرحلة الثالثة بالنسبة للأرض. وبذا تكون المرحلة الثانية هي مرحلة الإنتاج الوحيدة المتبقية أمام المنتج الرشيد. كما هو موضح في الشكل الموالي:

ثانيا: الإنتاج باستخدام مدخلين متغيرين: منحنى الكمية المتساوية[1]

ننتقل الآن إلى حالة التي تستخدم فيها المؤسسة (المنتج) عنصرين فقط من عناصر الإنتاج، العمالة (L) ورأس المال (K)، كلاهما متغير. وما دامت جميع العناصر متغيرة فإننا نتناول حالة الأجل الطويل.

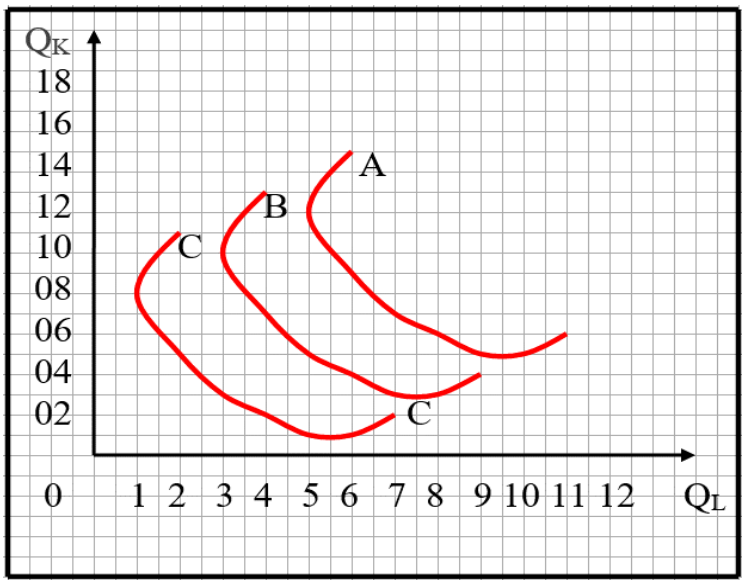
يعبر منحنى الكمية المتساوية عن التوليفات المختلفة من العمالة ورأس المال، التي يمكن للمؤسسة (المنتج) أن تستخدمها في انتاج كمية محددة من المنتج، حيث يشير منحنى الكمية المتساوية المرتفع إلى كمية أكبر من المنتج، ويدل المنخفض على كمية أقل منه.

مثال:

إليك الجدول التالي:

المنحنى (A)		المنحنى (B)		المنحنى (C)	
L	K	L	K	L	K
02	11	04	13	06	15
01	08	03	10	05	12
02	05	04	07	06	09
03	03	05	05	07	07
04	2.3	06	04.2	08	06.2
05	1.8	07	03.5	09	05.5
06	1.6	08	03.2	10	05.3
07	1.8	09	03.5	11	05.5

بتوقيع نقاط الجدول السابق نحصل على الشكل التالي:



[1] عمار عماري، **الاقتصاد الجزئي: ملخص الدروس وتطبيقات محلولة**، مرجع سابق، ص، 128.

من الواضح بأن المنتج يمكنه أن ينتج المنتج الذي يحدده المنحنى (C) باستخدام 8 وحدات من رأس المال، ووحدة واحدة من العمل وهي تمثل النقطة الأولى، أو باستخدام 5 وحدات من رأس المال ووحدتين من العمل وهي تمثل النقطة الثالثة من المنحنى، أو أي توليفة أخرى من عنصري رأس المال والعمل على المنحنى (C).
ومنحنى الكمية المتساوية (B) أكبر ناتج من منحنى الكمية المتساوية (C) أي أن منحنى الكمية المتساوية (C) يمثل مستوى معين من الناتج وهو أقل ناتج من المنحنيات الأخرى.

1- المعدل الحدي للإحلال التقني (TMST)[1]:

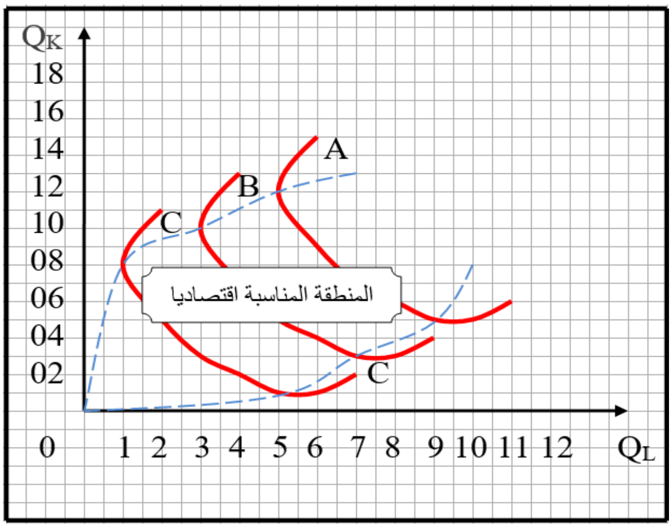
يعرف المعدل الحدي للإحلال التقني للعمل محل رأس المال ($TMST_{L,K}$) بأنه الكمية رأس المال الذي يمكنه أن يتنازل عنه المنتج بزيادة كمية العمل المستخدمة بمقدار وحدة واحدة، بحيث يستمر بقائه على نفس منحنى الكمية المتساوية.
حيث أن هذا المعدل يساوي خارج قسمة الناتج الحدي للعمل على الناتج الحدي لرأس المال، وكلما تحرك المنتج إلى أسفل على المنحنى يتناقص هذا المعدل، أي أن:

$$TMST = \frac{MPL}{MPK} = -\frac{\Delta K}{\Delta L}$$

2- خصائص منحنيات الكمية المتساوية:

منحنيات الكميات المتساوية لها نفس خصائص منحنيات السواء في نظرية المستهلك وهي:
- المنحنيات في المدى المناسب سالب الميل.
- المنحنيات محدبة نحو نقطة الأصل.
- المنحنيات لا تتقاطع.

بالرجوع إلى المنحنى السابق نجد أن المنطقة المناسبة اقتصاديا للمنتج موضحة في الشكل الموالي:



[1] جمان سقني نجاة، بولنوار بشير، **مرجع سابق**، ص 47، 48.

من الشكل نجد أن ميل الجزء المناسب من المنحنى سالبا: ويعني هذا أن المنتج إذا رغب في استخدام كميات أقل من رأس المال وجب عليه استخدام كميات أكبر من العمل حتى يتسنى له انتاج نفس كمية الناتج بمعنى أن يبقى على نفس المنحنى.

ولا يعمل المنتج على ذلك الجزء موجب الميل من المنحنى حيث أنه يمكنه انتاج نفس كمية الناتج باستخدام أقل من كل من العمل ورأس المال حيث أن النقطة الأولى من المنحنى (C) على سبيل المثال تشمل مزيدا من العمالة ومزيدا من رأس المال عما تشمله النقطة التي تليها مباشرة على نفس المنحنى.

والمنطقة المناسبة اقتصاديا للمنتج الرشيد على منحنيات الكميات المتساوية تناظر المرحلة الثانية من مراحل الإنتاج بالنسبة للعمل ورأس المال.

3- منحنيات التكلفة المتساوية:

يوضح منحنى التكلفة المتساوية التوليفات المختلفة من العمل ورأس المال التي يمكن أن يشتريها المنتج، إذا تحددت الأسعار عوامل الإنتاج وجملة التكاليف، ويكون شكله كالتالي:

بحيث تكون:

$$CT = L.PL + K.PK$$

ثالثا: توازن الإنتاج[1]

1- توازن المنتج:

يكون المنتج في حالة توازن عندما يعظم الناتج الكلي، أو بمعنى آخر يكون المنتج في حالة توازن عندما يصل إلى أعلى منحنيات الكمية المتساوية بمعلومية منحنى تكاليفه المتساوية، ويتم ذلك عندما يكون منحنى الكمية المتساوية مماسا لمنحنى التكاليف المتساوية.

وعند نقطة التماس يتساوى الميل المطلق لمنحنى الكمية المتساوية والميل المطلق لمنحنى التكلفة المتساوية، وهذا يعني أنه عند التوازن يتساوى المعدل الحدي للإحلال التقني ونسبة الناتجين الحديين للعمال ورأس المال، أي أنه عند التوازن يكون:

[1] Hal R. Varian, Bernard Thiry,**OP cit**, P P,441, 442.

$$\begin{cases} \frac{MPL}{PL} = \frac{MPK}{PK} \quad ==> \quad \frac{MPL}{MPK} = \frac{PL}{PK} \\ CT = P.PL + K.PK \end{cases}$$

أي عند نقطة التوازن يكون:

$$TMST = \frac{MPL}{MPK} = \frac{PL}{PK} = \text{الميل}$$

ولإيجاد عنصري الإنتاج العمل (L) ورأس المال (K) نتبع ما يلي:

أ- شرط التوازن:

$$\begin{cases} \frac{MPL}{PL} = \frac{MPK}{PK} \\ CT = P.PL + K.PK \end{cases}$$

ب- تعظيم الإنتاج:

$$L = MAX.Q + \lambda(CT - L.PL - K.PK)$$

ت- تقليل التكلفة:

$$V = MIN.CT + \lambda(Q' - Q)$$

حيث:

Q': هي كمية الإنتاج الابتدائية

ث- تعظيم الربح:

الربح = الإيراد الكلي – التكلفة الكلية

$$\pi = RT - CT$$

$$\pi = P.Q - P.PL - K.PK$$

2- مرونة دالة الإنتاج:

$$El = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \cdot \frac{L}{Q}$$

- **EL=1 ===> غلة الحجم ثابتة**
- **EL>1 ===> غلة الحجم متزايدة**
- **EL<1 ===> غلة الحجم متناقصة**

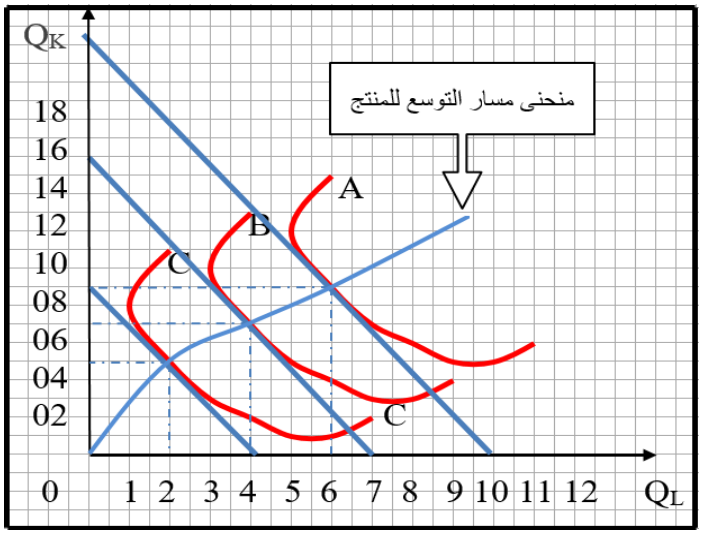
3- مسار التوسع[1]:

إذا غير المنتج أو المؤسسة انفاقها الكلي بينما ثبتت أسعار كل من العمل ورأس المال انتقل منحنى التكلفة المتساوية (المؤسسة) بالتوازي وإلى أعلى إذا ما زاد الإنفاق الكلي، وإلى أسفل إذا ما نقص الإنفاق الكلي، وتمس المنحنيات المختلفة للتكلفة المتساوية المنحنيات المختلفة للكمية المتساوية محددة النقط المختلفة لتوازن المنتج.

وبتوصيل هذه النقط نحصل على منحنى يسمى بمسار التوسع للمنتج، الذي يشبه منحنى استهلاك الدخل في نظرية طلب المستهلك.

مثال:

$CT_1 = 20\ DA$
$CT_2 = 40\ DA$
$CT_3 = 60\ DA$



من خلال الشكل السابق نلاحظ بأن منحنى مسار التوسع هو ذلك المنحنى الواصل ما بين جميع نقاط التوازن المنتج، ومكن خلاله يمكن للمنتج أن يتوسع في إنتاجه في ذلك المسار.

[1] دومينيك سلفادور، **مرجع سابق**، ص ص، 145.

سلسلة تمارين

التمرين الأول

من بيانات الجدول أدناه:

الأرض T	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
العمل L	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
الناتج الكلي PT	0	2	5	9	12	14	15	15	14	12

المطلوب:

1- أوجد الناتج المتوسط والحدي ؟.

2- أرسم منحنى الناتج الكلي والمتوسط والحدي على رسم بياني واحد ؟.

3- اشرح شكل منحنى الناتج الحدي والمتوسط بدلالة منحنى الناتج الكلي ؟.

4- ما الذي ينص عليه قانون تناقص الغلة بدلالة العمل ؟.

5- حدد أين يبدأ قانون تناقص الغلة من الشكل ؟.

التمرين الثاني:

لتكن لدينا دوال الإنتاج التالية:

$$Q = K^{0.2}.L^{0.5}$$
$$Q = 2L^{3/4}.K^{B}$$
$$\mathbf{Q = 2\sqrt{L}\sqrt{K}}$$

حيث أن:

L، K: العمل ورأس المال على التوالي.

B: ثابت.

المطلوب:

1- أوجد صيغة المعدل الحدي للإحلال التقني TMST لدالتي الإنتاج الأولى والثانية ؟.

2- ما هي قيمة المعدل الحدي للإحلال التقني TMST في دالة الإنتاج الثالثة عندما يكون Q = 2 ، L = 3؟.

التمرين الثالث:

لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية:

$$Q = bL^{\alpha} K^{B}$$

المطلوب:

1- بأي مقدار يمكن مضاعفة أو ضرب كمية الإنتاج إذا ما ضاعفنا عوامل الإنتاج بمرتين وكان لدينا : $\alpha + \beta = 2$ ؟.

2- أحسب المعامل β ، α إذا علمت: - مرونة الإنتاج للعمل تساوي 0.5. - وإذا كانت: $\alpha + \beta = 2$.

3- أوجد دالتي الناتج الحدي والمتوسط للعمل انطلاقا من دالة الإنتاج المحددة في المطلب الثاني ؟.

التمرين الرابع:

لتكن لدينا دالة الإنتاج لسلعة ما على الشكل التالي:

$$Q = 2\sqrt{L}\sqrt{K}$$

المطلوب:

1- أوجد معادلة الطلب على العمل عندما تكون كمية رأس المال المستعملة $K = 4$ ؟.

2- أحسب قيمة الربح الأعظم عندما $P=2 ; PL=2 ; PK=2$ ؟.

3- نتخلى الآن عن فرضية ثبات كمية رأس المال، أوجد معادلة المسار التوسع ؟.

التمرين الخامس:

يمتلك منتج ما ثلاث تقنيات (تراكيب) لكل العمل ورأس المال لإنتاج 1000 وحدة من المنتوج X كالتالي:

التراكيب	رأس المال	العمل	كمية الإنتاج
التركيبة الأولى	100	200	1000
التركيبة الثانية	120	180	1000
التركيبة الثالثة	80	212	1000

المطلوب:

1- ما هي التركيبة أو التقنية المفضلة لهذا المنتج، إذا كانت: $PL = 20\ DA ; PK = 10\ DA$.

2- نفس السؤال إذا كانت الأسعار $PL = 20\ DA; PK = 30\ DA$.

3- إذا كانت ميزانية إنفاق المنتج تعادل 3320 وحدة نقدية، ما هي التركيبة المختارة لإنتاج 1000 وأمام أسعار كل من العمل ورأس المال التي هي على التوالي: $PL = 20\ DA ; PK = 10\ DA$.

التمرين السادس:

لتكن لدينا دالة لمنتج ما من K و L على الشكل التالي:

$$Q = K\sqrt{L} \qquad / L = K = 4$$

المطلوب:

1- اوجد دوال L و K بدلالة الأسعار والتكاليف ؟.

2- أوجد مرونة دالة الإنتاج لكل من L و K، واشرح النتيجة ؟.

3- اشرح باختصار المعنى الاقتصادي لمضاعف لاغرانج عند استخدامه في البحث في التوازن المنتج.