الدرس الثاني: نظرية توازن المنتج/ تكلفة الإنتاج

أولا: في الأجل القصير

1- منحنيات التكلفة الكلية قصيرة الأجل[1]:

توضح منحنيات التكلفة أدنى تكلفة لازمة لإنتاج المستويات المختلفة من الناتج. وتتضمن هذه التكلفة ما كان منها صريحا أو ضمنيا، وتشير التكلفة الصريحة إلى ما تنفقه المؤسسة فعلا لشراء أو تأجير المدخلات التي تلزمها.

أما التكلفة الضمنية فهي قيم المدخلات التي تملكها المؤسسة وتستخدمها في عملياتها الإنتاجية. وينبغي تقدير قيم المدخلات المملوكة بما يمكن أن تعود به من أفضل استخدام مناوب لها.

وفي الأجل القصير، يكون واحد أو أكثر من عوامل الإنتاج (وليس جميعها) ثابتا، والتكلفة الثابتة (CF) هي مجموع الالتزامات التي تتحملها المؤسسة في وحدة من الزمن بالنسبة لجميع المدخلات الثابتة.

أما التكلفة المتغيرة (CV) هي مجموع الالتزامات التي تتحملها المؤسسة في وحدة من الزمن بالنسبة لجميع المدخلات المتغيرة التي تستخدمها.

والتكلفة الكلية (CT) هي عبارة عن مجموع التكلفة الثابتة والتكلفة المتغيرة، حيث:

$$CT = CF + CV$$

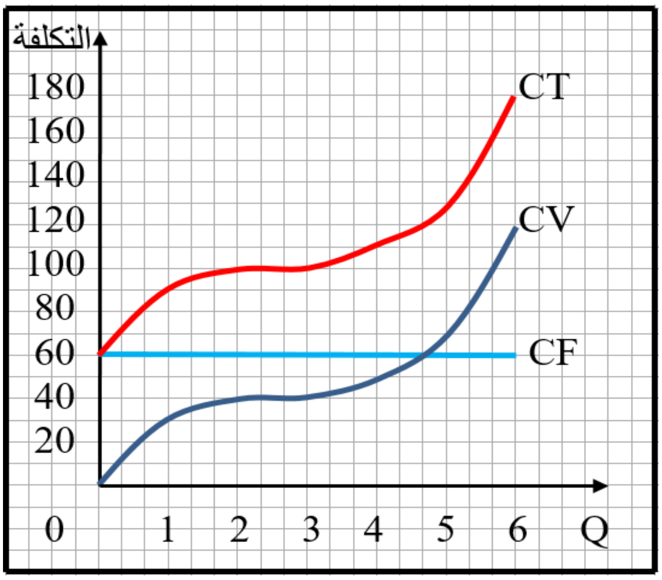
مثال01:

إليك الجدول التالي لتكاليف الإنتاج الكلية قصيرة الأجل لمنتج ما:

Q الإنتاج	CF ت.الثابتة	CV ت.المتغيرة	CT ت.الكلية
00	60	00	60
01	60	30	90
02	60	40	100
03	60	45	105
04	60	55	115
05	60	75	135
06	60	120	180

[1] دومينيك سلفادور، **مرجع سابق**، ص ص، 103، 104.

من خلال الجدول السابق نتحصل على الشكل الموالي:



نلاحظ من الجدول الشكل السابق بأن التكلفة الثابتة 60 و.ن بصرف النظر عن مستوى الناتج وينعكس هذا في الشكل كمنحنى للتكلفة الثابتة الذي يوازي محور الكمية ويرتفع عنه بمقدار 60 و.ن. أما التكلفة المتغيرة فتساوي الصفر عندما تكون كمية الناتج تساوي الصفر، ثم ترتفع التكلفة بزيادة الكمية المنتجة.

والشكل المحدد لمنحنى التكلفة المتغيرة يرجع بطريقة مباشرة إلى قانون تناقص الغلة. ويبين أن القدر القليل الذي تستخدمه المؤسسة من المدخلات المتغيرة مع مدخلات الثابتة، حتى نقطة الانعطاف عند الكمية 3 وحدات، يجل قانون تناقص الغلة غير فعال، ولذا فإن منحنى التكلفة المتغيرة يكون مقعرا إلى أسفل، وتزداد التكلفة المتغيرة بمعدل متناقص.

ويبدأ قانون تناقص الغلة في العمل عند النقطة (Q=3)، وبالتالي يكون منحنى التكلفة المتغيرة مقعرا إلى أعلى على يمين تلك النقطة، وتزداد التكلفة المتغيرة بمعدل متزايد.

ونظرا لأن التكلفة الكلية تساوي مجموع التكلفة الثابتة مضافا إليها التكلفة المتغيرة، عند كل مستوى من الناتج، فإن منحنى التكلفة الكلية يتخذ نفس شكل منحنى التكلفة التكلفة المتغيرة، ولكنه يعلوه بمقدار التكلفة الثابتة 60 و.ن.[1]

[1] بوجرادة وسيلة، **مطبوعة في الاقتصاد الجزئي: ملخص دروس مدعم بتمارين وأسئلة نظرية محلولة**، كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، جامعة الجزائر 3، 2017/2016، ص 121.

2- منحنيات التكلفة الوحدة قصيرة الأجل:[1]

بالرغم من أن منحنيات التكلفة الكلة هامة جدا، إلا أن منحنيات التكلفة وحدة المنتج تعتبر أكبر أهمية في تحليل الأجل القصير للمؤسسة، ومنحنيات التكلفة الأجل القصير التي سنهتم بها هي منحنيات متوسط التكلفة الثابتة، ومتوسط التكلفة المتغيرة، ومتوسط التكلفة الكلية، و التكلفة الحدية.

ويساوي متوسط التكلفة الثابتة (ACF) خارج قسمة التكلفة الثابتة الإجمالية على كمية الإنتاج، أم متوسط التكلفة المتغيرة (ACV) فتساوي خارج قسمة التكلفة المتغيرة الإجمالية على كمية الإنتاج، وتساوي متوسط التكلفة (AC) التكلفة الكلية مقسومة على كمية الإنتاج.

وتعرف التكلفة الحدية (MC) بأنها التغير في التكلفة الكلية أو التغير في التكلفة المتغيرة الإجمالية مقابل وحدة التغير في الناتج، أي:

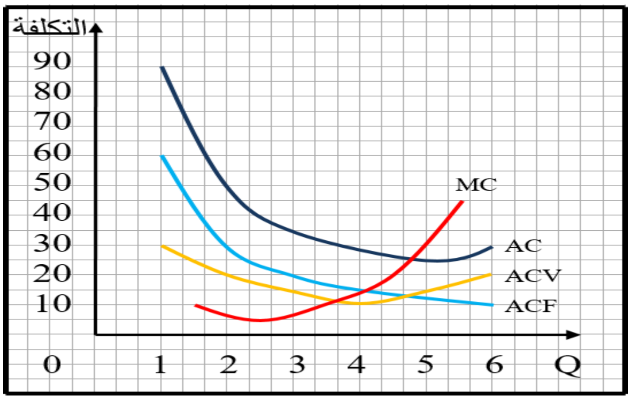
$$ACF = \frac{CF}{Q} \text{ و } ACV = \frac{CV}{Q} \text{ و } AC = \frac{CT}{Q} \text{ و } MC = \frac{\Delta CT}{\Delta Q} = \frac{\Delta CV}{\Delta Q}$$

مثال02:

Q الإنتاج	CF ت.الثابتة	CV ت.المتغيرة	CT ت.الكلية	ACF متوسط ت.الثابتة	ACV متوسط ت.المتغيرة	AC متوسط التكلفة	MC ت.الحدية
00	60	00	60	--	--	--	--
01	60	30	90	60	30	90	--
02	60	40	100	30	20	50	10
03	60	45	105	20	15	35	05
04	60	55	115	15	13.75	28.75	10
05	60	75	135	12	15	27	20
06	60	120	180	10	20	30	45

من خلال الشكل السابق نتحصل على الشكل الموالي:

[1] عبد القادر بوالسبت، **مرجع سابق**، ص 194.



يلاحظ أنه بينما تنزل باستمرار منحنى متوسط التكلفة الثابتة، كلما زادت الكمية المنتجة، وتأخذ منحنيات متوسط كل من التكلفة المتغيرة والكلية والتكلفة الحدية شكل حرف (U). ويصل منحنى التكلفة الحدية إلى نهايته الصغرى عند مستوى للإنتاج، أقل مما يبلغه أي من منحنى متوسط التكلفة المتغيرة والكلية، كما يقطع الجزء الصاعد من منحنى التكلفة الحدية كلا من منحنى متوسط التكلفة المتغيرة ومنحنى متوسط التكلفة الكلية عند نهايتها الصغرى.

3- الاستنتاج الهندسي لمنحنيات التكلفة الوحدة قصيرة الأجل: [1]

يمكن استنتاج منحنيات تكلفة الوحدة في الأجل القصير هندسيا من منحنيات التكلفة الكلية قصيرة الأجل بنفس الطريقة التي سبق اتباعها لاستنتاج منحنيات كل من متوسط الناتج والناتج الحدي للعمل من منحنى الناتج الكلي.

وبالتالي يكون متوسط التكلفة الثابتة عند أي مستوى للإنتاج مساويا لميل الخط المستقيم الواصل بين نقطة الأصل والنقطة المناظرة على منحنى التكلفة الثابتة. ويتساوى متوسط التكلفة المتغيرة وميل الخط الواصل بين نقطة الأصل والنقط المختلفة على منحنى التكلفة الكلية.

ومن ناحية أخرى، فإن التكلفة الحدية عند أي مستوى للإنتاج تساوي ميل منحنى التكلفة الكلية أو منحنى التكلفة المتغيرة عند هذا المستوى للإنتاج.

مثال03:

انطلاقا من المثال 01 نقوم بعملية الاستنتاج الهندسي لمنحنيات تكلفة الوحدة قصيرة الأجل من منحنيات التكلفة الإجمالية قصيرة الأجل، حيث:

[1] جي هولتن ولسون، **الاقتصاد الجزئي: المفاهيم والتطبيقات**، ترجمة كامل سلمان العاني، دار المريخ للنشر، الرياض، السعودية، 1987، ص 163.

استنتاج منحنى متوسط التكلفة المتغيرة (ACV)

استنتاج منحنى متوسط التكلفة الثابتة (ACF)

استنتاج منحنى متوسط التكلفة (AC)

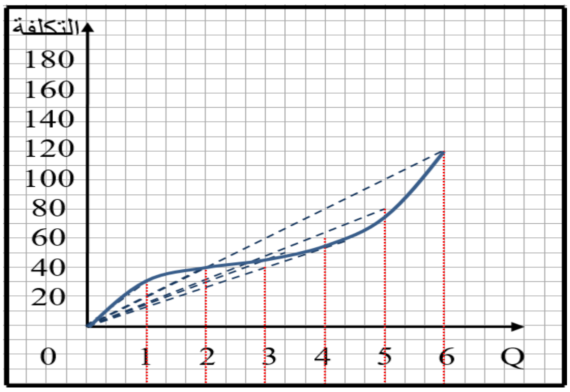
استنتاج منحنى التكلفة الحدية (MC)

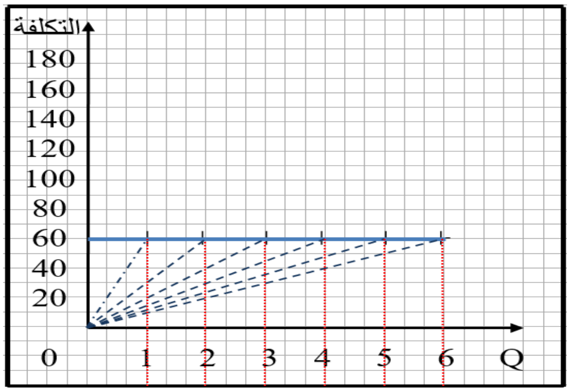
منحنى متوسط التكلفة (AC)
$A = \frac{90-0}{1-0} = \frac{90}{1} = 90$
$B = \frac{100-0}{2-0} = \frac{100}{2} = 50$

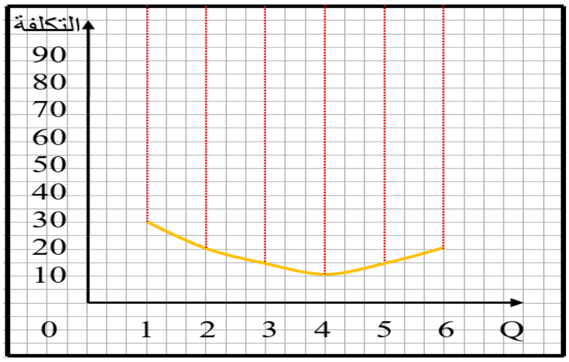
منحنى التكلفة الحدية (MC)
$A = \frac{\Delta CT}{\Delta Q} = \frac{100-90}{2-1} = \frac{10}{1} = 10$
$B = \frac{\Delta CT}{\Delta Q} = \frac{105-100}{3-2} = \frac{5}{1} = 5$

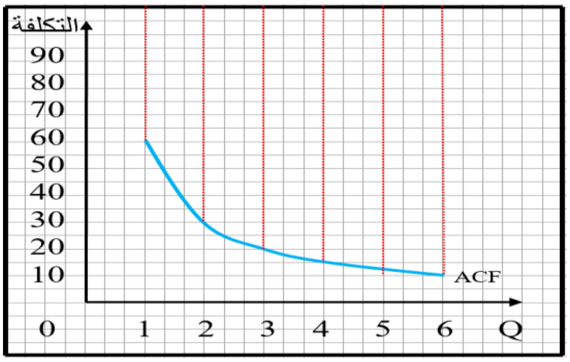
منحنى متوسط التكلفة المتغيرة (ACV)
$A = \frac{30-0}{1-0} = \frac{30}{1} = 30$
$B = \frac{40-0}{2-0} = \frac{40}{2} = 20$

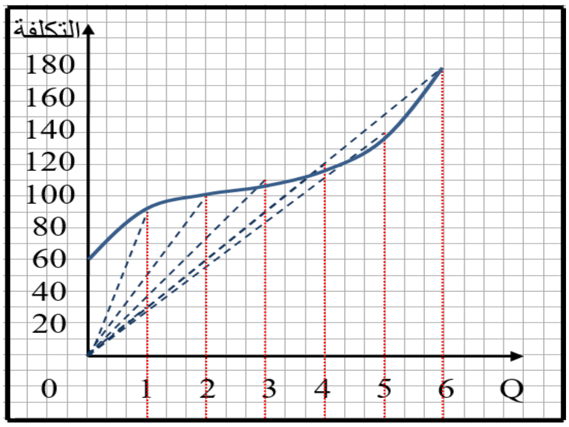
منحنى متوسط التكلفة الثابتة (ACF)
$A = \frac{60-0}{1-0} = \frac{60}{1} = 60$
$B = \frac{60-0}{2-0} = \frac{60}{2} = 30$

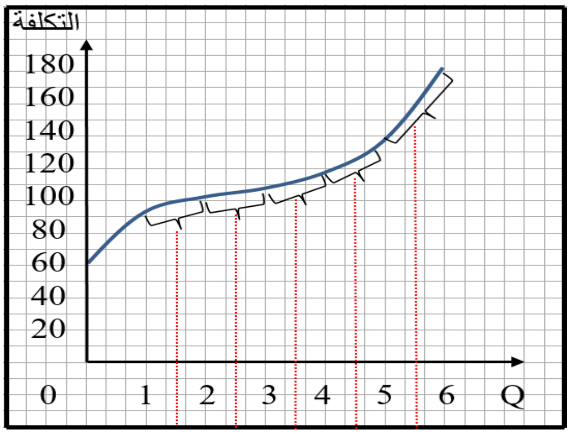


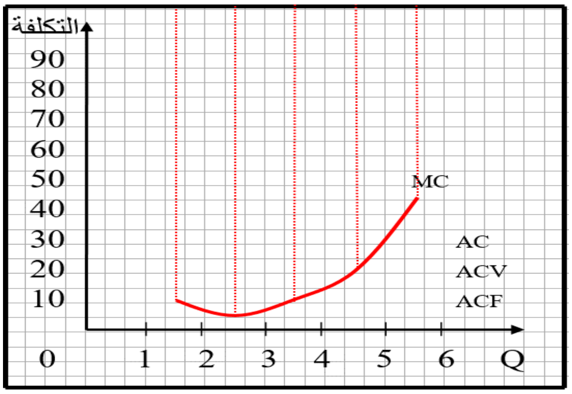












ثانيا: في الأجل الطويل

1- منحنى متوسط التكلفة طويلة الأجل:[1]

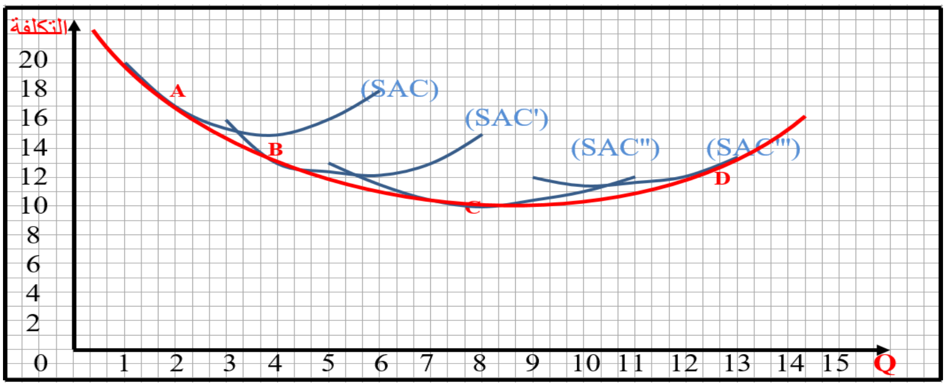
سبق وأن عرفنا الأجل الطويل في الدرس السابق بأنه الفترة الزمنية التي يكون طولها كافيا ليسمح للمؤسسة بتغيير الكميات المستخدمة من جميع المدخلات، وبالتالي لا تكون هناك عناصر ثابتة ولا تكلفة ثابتة في الأجل الطويل وبذا تستطيع المؤسسة أن تبني أي مصنع مشروع من أي حجم.

ويوضح منحنى متوسط التكلفة طويلة الأجل (LAC) أدنى قيم لتكلفة الوحدة اللازمة لإنتاج كل مستوى من المنتج عندما يكون بناء أي حجم مرغوب ممكنا. ويتحدد هذا المنحنى بأنه المنحنى الذي يمس جميع منحنيات متوسط التكلفة قصير الأجل (SAC) الممثلة لجميع أحجام المشروع المتناوبة التي يمكن للمؤسسة أن تقيمها في الأجل الطويل. ويعرف منحنى (LAC) رياضيا بأنه غلاف لمنحنيات متوسط التكلفة قصيرة الأجل (SAC).

مثال04: ليكن لديك الجدول التالي:[2]

المنحنى SAC		المنحنى 'SAC		المنحنى ''SAC		المنحنى '''SAC	
Q	**SAC**	**Q**	**SAC**	**Q**	**SAC**	**Q**	**SAC**
1	20	3	16	5	13	9	12
2	17	4	13	6	11.50	10	11.50
3	15.50	5	12.20	7	10.50	11	11.07
4	15	6	12	8	10	12	12
5	16	7	13	9	10.50	13	13.50
6	18	8	15	10	11	-	-
-	-	-	-	11	12	-	-

من خلال الجدول السابق وبتوقيع النقط نتحصل على المنحنى التالي:



إذا توقعت المؤسسة إنتاج وحدتين من المنتج في وحدة الزمن أمكنها إقامة المشروع بالحجم الذي يصوره المنحنى (SAC) وإدارته عند النقطة (A)، حيث يكون متوسطة التكلفة قصير الأجل مساويا 17 و.ن ووحدتين من كمية الإنتاج. وهكذا بالنسبة لمختلف النقط.

[1] دومينيك سلفادور، **مرجع سابق**، ص، 176.
[2] جي هولتن ولسون، **مرجع سابق**، ص 164

ويمكننا رسم العديد من منحنيات متوسط التكلفة قصيرة الأجل حيث يقابل كل واحد منها أحد الأحجام المتعددة للمشروع التي يمكن للمؤسسة أن تقيمها في الأجل الطويل. ونحصل على منحنى متوسط التكلفة طويل الأجل برسم المماس لجميع منحنيات متوسط التكلفة قصيرة الأجل.

2- شكل منحنى متوسط التكلفة طويلة الأجل[1]:

إن الشكل السابق الذي أخذته كل من منحنيات متوسط التكلفة في الأجل القصير ومنحنى متوسط التكلفة في الأجل الطويل، تختلف أسبابه. فهبوط منحنيات متوسط التكلفة قصيرة الأجل في البداية ثم ارتفاعها بعد ذلك سببه فعل قانون تناقص الغلة (الناجم عن وجود المدخلات الثابتة في الأجل القصير)، أما في الأجل الطويل فليست هناك مدخلات ثابتة.

ويتحدد شكل منحنى متوسط التكلفة في الأجل الطويل بوفرات واللاوفرات (الخسائر) الحجم. ويعني ذلك أنه بزيادة حجم الناتج من المستويات المنخفضة جدا، يهبط منحنى متوسط التكلفة طويل الأجل في البداية بسبب غلة الحجم المتزايدة. ولكن مع زيادة حجم الناتج تسود اللاوفرات وتسبب في أن يبدأ منحنى متوسط التكلفة طويل الأجل في الارتفاع.

3- منحنى التكلفة الحدية طويلة الأجل:

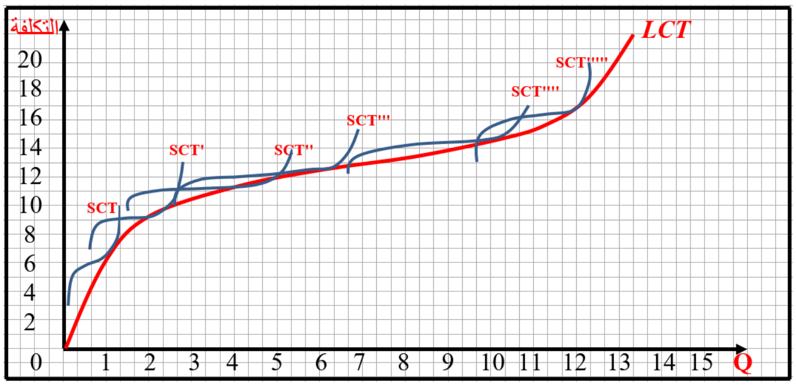
تقيس التكلفة الحدية في الأجل الطويل (LMC) التغير في التكلفة الكلية طويلة الأجل (LCT) مقابل وحدة التغير في الناتج، ويمكن الحصول على التكلفة الكلية طويلة الأجل لأي مستوى من مستويات الناتج بضرب هذا الأخير في متوسط التكلفة طويلة الأجل المناظر لهذا المستوى من الناتج، أي:

$$LCT = LAC \cdot Q$$

وبتوقيع قيم التكلفة الحدية في الأجل الطويل في منتصف المسافة بين مستويات المتعاقبة للناتج، ثم بتوصيل هذه النقط نتحصل على منحنى التكلفة الحدية طويلة الأجل.

ويأخذ هذا المنحنى شكل حرف (U) ويصل إلى نقطة النهاية الصغرى قبل أن يصلها منحنى متوسط التكلفة طويل الأجل (LAC) إلى نقطة النهاية الصغرى. كما أن الجزء الصاعد من منحنى التكلفة الحدية طويل الأجل يقطع منحنى متوسط التكلفة طويل الأجل عند نقطة نهايته الصغرى. أي:

$$LMC = \frac{\Delta LCT}{\Delta Q}$$



[1] P.medan, **microéconomie : travaux diriges**, dunod, Paris, 2004, PP, 176, 177.

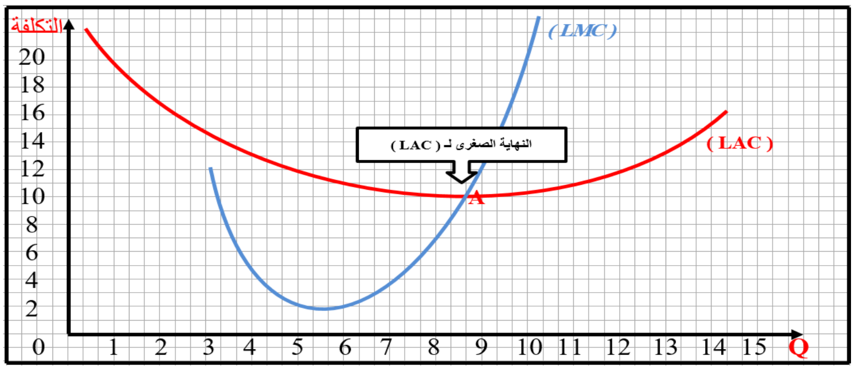
مثال05:

ويلاحظ أن منحنى التكلفة الحدية طويلة الأجل يكون أسفل منحنى متوسط التكلفة طويل الأجل عندما يكون هذا الأخير نازلا، ويكون منحنى التكلفة الحدية طويل الأجل أعلى من منحنى متوسط التكلفة طويل الأجل عندما يكون الأخير صاعدا.

وتتساوى التكلفة الحدية في الأجل الطويل ومتوسط التكلفة في الأجل الطويل عند النقطة النهاية الصغرى لمنحنى هذا المتوسط والسبب في ذلك هو أنه لهبوط متوسط التكلفة طويل الأجل يجب أن تكون الزيادة في التكلفة الكلية في الأجل الطويل اللازمة لإنتاج وحدة واحدة إضافية من الناتج. أقل من متوسط التكلفة الكلية في الأجل الطويل (LCT > LAC) وبالمثل في حالة الصعود متوسط التكلفة طويل الأجل تكون (LCT < LAC)، ولكي يبقى المنحنى دون تغيير يجب أن تتساوى منحنى التكلفة الحدية طويلة الأجل ومنحنى متوسط التكلفة طويل الأجل (LMC = LAC).

4- منحنى التكلفة الكلية في الأجل الطويل:[1]

يمكن الحصول على التكلفة الكلية في الأجل الطويل لأي مستوى من الناتج، بضرب الناتج في متوسط التكلفة في الأجل الطويل لهذا المستوى من الناتج. وبتوقيع قيم التكلفة الكلية في الأجل الطويل لمختلف مستويات الناتج، ثم بتوصيل هذه النقط نحصل على منحنى التكلفة الكلية في الأجل الطويل.



ويوضح المنحنى أدنى تكلفة كلية لازمة لإنتاج كل مستوى من الناتج عند إمكان بناء الحجم المرغوب للمشروع. ويمكن تعريف هذا المنحنى بأنه المنحنى المماس لجميع منحنيات التكلفة الكلية في الأجل القصير التي تمثل الأحجام المختلفة للمشروع والتي يمكن للمؤسسة أن تبنيها في الأجل الطويل. كما يعبر منحنى التكلفة الكلية في الأجل الطويل الغلاف لجميع منحنيات التكلفة الكلية في الأجل القصير.

[1] P.medan, OP Cit, P, 178

سلسلة تمارين

التمرين الأول

ليكن لدينا الجدول أدناه والذي يشتمل على مجموعة المعطيات الخاصة بالتكاليف الكلية CT والثابتة TCF والمتغيرة TCV لأحد المنتجين كالآتي:

Q	0	1	2	3	4	5	6
TCF	120	120	120	120	120	120	120
TCV	0	60	80	90	105	140	210
CT	120	180	200	210	225	260	330

المطلوب:

1- أرسم على نفس مجموعة الإحداثيات منحنيات التكلفة الكلية والثابتة والمتغيرة وأشرح هذه الأشكال ؟.

2- ما هي العلاقة بين كمية المدخلات الثابتة المستخدمة ومستوى الناتج في الأجل القصير؟.

3- أوجد متوسط التكلفة الثابتة والمتغيرة والكلية والحدية وأرسم منحنياتها على نفس مجموعة الإحداثيات ؟.

4- استنتج هندسيا منحنى التكلفة الثابتة ومتوسط التكلفة المتغيرة ومتوسط التكلفة الكلية والتكلفة الحدية من منحنى التكلفة المتغيرة والتكلفة الكلية ؟.

5- اشرح العلاقة بين شكل منحنى التكلفة الكلية والتكلفة المتغيرة ومنحنيات متوسط التكلفة المتغيرة ومتوسط التكلفة الكلية والتكلفة الحدية وكذلك بين متوسط التكلفة المتغيرة ومتوسط التكلفة الكلية من جهة والتكلفة الحدية من جهة أخرى ؟

التمرين الثاني:

يتحقق المنتوج Q باستخدام كل من رأس المال K والعمل L كعوامل للإنتاج. الجدول الموالي يبين لنا الكميات المختلفة من الإنتاج والتراكيب الموافقة لكل من العمل ورأس المال.

	A	B	C	D	E	F	D	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
K	6	4	3	5.5	3.5	2	4	2.7	2	3.5	2	1	3.5	1.5	1	2.5	1	0.5
L	2	3	5	1.5	2.5	5	1.5	2.3	4	1	2	4	0.5	1.5	3	0.5	1	2.5
Q	200	200	200	175	175	175	140	140	140	100	100	100	65	65	65	35	35	35

كما أن معادلة التكاليف الكلية تمثلها العلاقة التالية: $CT = L.PL + K.PK$ ونفترض أن $PL = PK = 2$.

المطلوب:

1- اشرح ما تعرفه من مقولة السلوك العقلاني للمنتج ؟ وحدد الوضعية المثلى لتوازن المنتج عندما يكون هدف هذا الأخير تحقيق انتاج مقداره 175، وأحسب الربح الأعظم إذا كان سعر الوحدة المنتجة $P = 0.4$ ؟.

2- مثل بيانيا نقاط توازن المنتج ؟.

3- ما هي كمية الإنتاج المثلى والتركيبة المثلى لعوامل الإنتاج أمام ميزانية إنفاق مقدارها $CT = 8$ ؟.

4- حدد بيانيا خط مسار التوسع باعتبار أن $PL = Pk = 2$ ؟.

التمرين الثالث:

من اجل تحقيق المنتوج Q لابد من توفر عاملين إثنين هما العمل ورأس المال والعلاقة بين عوامل الإنتاج والكمية المنتجة يمكن تمثيلها على الشكل التالي:

$$Q = 2\sqrt{L}\sqrt{K}$$

كما أن دالة تكاليف الإنتاج هي على الشكل التالي: $CT = 9L + 4K$

المطلوب:

1- باعتبار أن المنتج عقلاني، حدد كميات كل من عاملي الإنتاج من أجل تحقيق إنتاج مقداره $Q = 100$. .

2- بعدما حددنا الكميات المثلى لعامل الإنتاج فإن المنتج وجد نفسه غير قادر على تخصيص الميزانية التي وردت في المطلب الأول من أجل إنتاج كمية مقدارها $q = 100$، لأنه لا يملك سوى $CT = 504$، بناءا على هذا ما هي التركيبة المثلى لعاملي الإنتاج وما هي أعظم كمية للإنتاج أمام هذه المعطيات الجديدة ؟.

التمرين الرابع:

خصص المنتج التجهيز K من أجل القيام بالعملية والإنتاجية، التكلفة الكلية للصناعة بهذا التجهيز معطاة على الشكل التالي:

$$SCT_K = 0.35Q^3 - 59.6Q^2 + 3420Q + 4000$$

أما التكلفة الكلية لنفس هذه الصناعة في الجل الطويل فهي على الشكل التالي:

$$LCT = 0.25Q^3 - 40Q^2 + 2500Q$$

المطلوب:

1- أحسب مقدار Q عندما تكون التكلفة الكلية في الأمدين متساوية ؟ علما أن هذا المقدار يبدأ انطلاقا من التكلفة المتوسطة والتكلفة الحدية.

2- ارسم المنحنيات المحصل عليها، أي منحنيات التكاليف الكلية والمتوسطة والحدية في الأمدين الطويل والقصير؟

3- كيف ستكون سياسة الاستثمار لهذا المنتج من أجل الحصول على التكاليف المتوسطة والحدية الخاصة بالمدى الطويل ؟.

التمرين الخامس:

لتكن لديك الدالة التالية:

$$CT = 2 + 15Q - 6Q^2 + Q^3$$

المطلوب:

1- أوجد دوال متوسط التكلفة الكلية والمتغيرة والتكلفة الحدية ؟.

2- أوجد كمية الإنتاج عندما تكون التكلفة الحدية في أدنى قيمة لها وكذا متوسط التكلفة المتغيرة ؟.

3- ما نوع غلة الحجم عند كمية الإنتاج 2 و 3 و 4؟ علما أن: $Ect = \frac{\Delta CT}{\Delta Q} \cdot \frac{Q}{CT}$

التمرين السادس:

منتج له إمكانية صنع المنتوج Q بواسطة ثلاث طرق فنية مختلقة. أشكال هذه الطرق تنعكس في ثلاث دوال هي:

$$\mathbf{Q_1} = L^{0.25}K^{0.25}$$
$$\mathbf{Q_2} = 2L^{0.5}K^{0.5}$$
$$\mathbf{Q_3} = KL$$

نعلم بأن المنتج عقلاني وأن سعر وحدة هذا المنتوج هو P وأن $CT = 10K + 4L$ للطرق الثلاث.

المطلوب:

1- أوجد دوال التكاليف الكلية والمتوسطة والحدية وعلق على أشكال المنحنيات في كل طريقة، وبين ذلك بيانيا ؟.

2- ما هي العلاقة أو الارتباط الذي يمكن أن يتواجد ما بين شكل المنحنيات وغلة الحجم ؟.

التمرين السابع:

لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية:

$$\mathbf{Q = 4KL}$$

وأسعار عوامل الإنتاج على التوالي: $PL = 10$ ، $PK = 3$.

المطلوب:

1- ما هو أعظم إنتاج ممكن يقابل تكلفة مقدارها 100 ؟.

2- أوجد دوال التكلفة المتوسطة والحدية بدلالة كمية الإنتاج ؟.