

Chapitre II

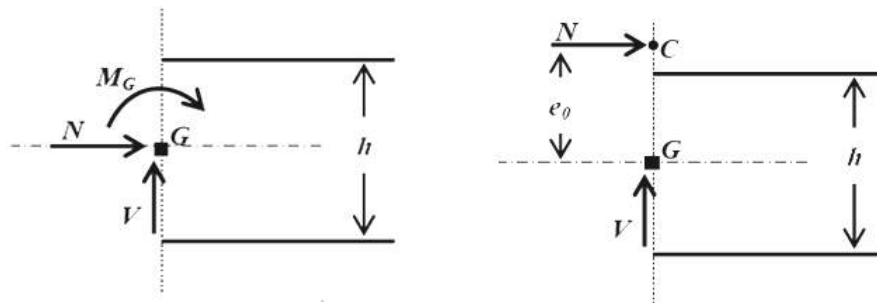
Flexion composée

1. Généralités

Une section est sollicitée flexion composée à partir du moment où elle est soumise simultanément à :

- Un effort normal N :
 - N sera compté positif dans le cas d'une compression;
 - N sera compté négatif dans le cas d'une traction.
- Un moment de flexion au centre de gravité de la section du béton seul M_G .

Ce torseur (M, N) revient à appliquer un effort N au point C , appelé centre de pression. La distance de C au centre de gravité de la section de béton est appelé excentricité e_0 (figure 1).



G : centre de gravité de la section de béton
 C : centre de pression (point d'application)

Figure 1 : Définition de la flexion composée

Donc on remplace $(M, N) \rightarrow N$ au centre de pression tel que la distance $GC = e_0$.

- La distance GC est l'excentricité e_0 $GC = e_0 = \frac{M_G}{N}$

En flexion composée, il est nécessaire de préciser en quel point on effectue la réduction des forces, ce point est généralement (Figure 2);

- Soit le centre de gravité G de la section de béton : moment M_G , excentricité $e_0 = \frac{M_G}{N}$
- Soit le centre de gravité A des armatures inférieures : moment M_A , excentricité $e_A = \frac{M_A}{N}$

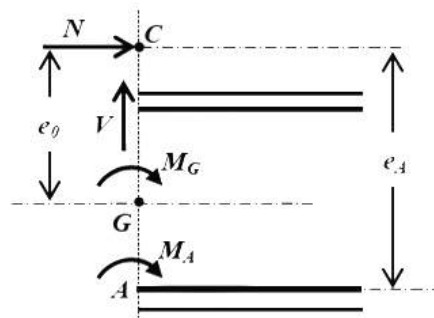


Figure 2 : points de réduction des forces en flexion composée

2. Position de centre de pression

En flexion composée, la première chose à faire est de chercher la position de centre de pression **C**. Si **N** est un effort de compression, **C** est à l'opposé de **A** par rapport à **G**, si **N** est un effort de traction, **C** est du même coté que **A** par rapport à **G** (tableau 1 et 2).

<i>N</i> est un effort normal de compression	
<i>M_G</i> : Positif	<i>M_G</i> : Négatif

Tableau 1 : Positions de centre de pression dans le cas d'un effort normal de compression

<i>N</i> est un effort normal de traction	
<i>M_G</i> : Positif	<i>M_G</i> : Négatif

Tableau 2 : Positions de centre de pression dans le cas d'un effort normal de traction

La section peut être :

- Entièrement tendue : axe neutre en dehors de la section avec $y < 0$ (1^{er} cas)
- Partiellement comprimée : axe neutre dans la section de béton ($0 \leq y \leq h$)
- Si $0 \leq y < d'$: Les deux nappes d'armatures sont tendues (2^{ème} cas).
- Si $d' \leq y \leq d$: une seule nappe d'armatures est tendue (3^{ème} cas).

- Si $d < y \leq h$: Les deux nappes d'armatures sont comprimées (4^{ème} cas).
- Entièrement comprimée : axe neutre en dehors de la section avec $y > h$ (5^{ème} cas)

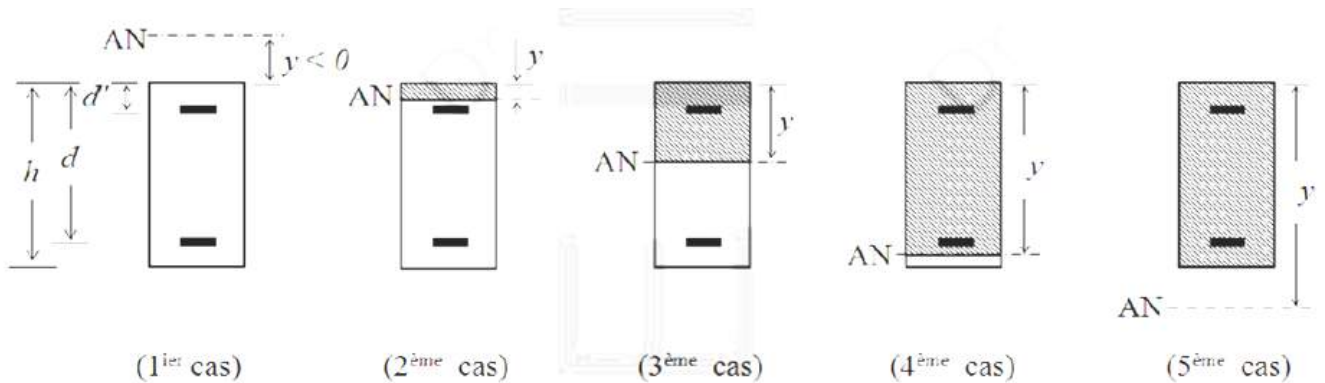
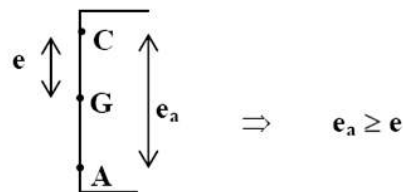


Figure 3 : modes de travail d'une section soumise à une flexion composée

• **Remarque importante**

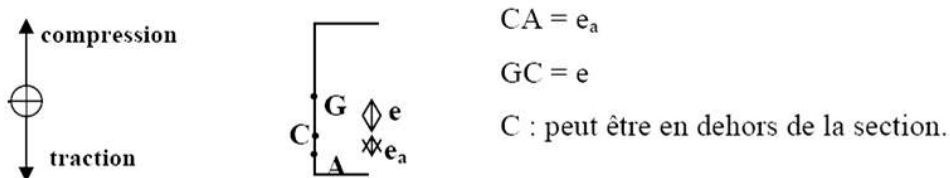
- En flexion composée, la première chose à faire est de chercher la position du centre de pression (C)
- Si (N) est un effort de compression (C) sera posé au dessus de (G).



- Le point (C) peut se situer en dehors de la section donc "e" peut être supérieure à $\frac{h}{2}$:

$$e > \frac{h}{2}$$

- Si (N) est un effort de traction (C) sera posé au dessous de (G). (au coté de (A))



- Les équations d'équilibre en flexion composée s'établissent de la même manière que la flexion simple avec 3 différences :

- $N \neq 0$.
- La section peut être totalement comprimée.
- Les sollicitations doivent être calculées à l'origine, que nous prendrons le point (A).
- En flexion composée, la section peut être partiellement comprimée sous un effort de traction ou compression (figure 3)

3. Sollicitations à considérer

3.1. Sollicitation à considérer à l'ELU

a. Cas d'un effort normal de traction

Les sollicitations N_u et M_u sont effectivement déterminées à partir des combinaisons d'actions relatives au cas étudié ;

b. Cas d'un effort normal de compression

Les pièces soumises à un effort normal de compression présentent un risque de flambement.

Ces pièces doivent être justifiées vis-à-vis de l'état limite ultime de stabilité de forme en remplaçant l'excentricité réelle e_I de l'effort normal appliqué par une excentricité totale de calcul: $e = e_1 + e_a + e_2$

Cette excentricité du second ordre viendra se cumuler à l'excentricité du premier ordre pour majorer les efforts en conséquence.

La prise en compte forfaitaire des effets du second ordre n'est valable que dans le cas d'un dimensionnement à l'ELU.

Dans le cas d'un dimensionnement à l'ELS, seule l'excentricité M/N sera prise en compte.

Donc on note ce qui suit :

- Les sections soumises à un effort normal de compression doivent être justifiées vis-à-vis de l'état limite de stabilité de forme, lorsque : $l_f / h \leq \max(15 ; 20(e_1 + e_a) / h)$,

$$e_1: \text{Excentricité "dite du premier ordre"} \quad e_1 = \frac{M_{Gu}}{N_u}$$

e_a : Excentricité additionnelle traduisant les imperfections géométriques initiales (après exécution) ;

$$e_a = \max\left[2 \text{ cm}; l / 250\right] \quad \text{tel que :}$$

l : longueur de la pièce.

e_2 : Excentricité due aux effets du second ordre, liée à la déformation de la structure ;

$$e_2 = \left[\frac{3 \cdot l_f^2}{10^4 \times h} \right] \times [2 + \alpha \cdot \phi] \quad \text{tel que :}$$

l_f : La longueur de flambement de la pièce.

h : hauteur totale de la section dans la direction du flambement.

$$\alpha = \frac{M_{perm}}{(M_{perm} + M_{expl})}$$

$\phi \approx 2$: C'est le rapport de la déformation finale due au fluage à la déformation instantanée sous la charge considérée; ce rapport est généralement pris égal à 2.

- Les sollicitations de calcul deviennent ainsi:

Nu: Reste inchangé.

$$M_{GU} = e_{totale} \times N_u$$

3.2. Sollicitations à considérer à l'ELS

Dans tous les cas les sollicitations de calcul sont égales aux sollicitations obtenues à partir des combinaisons d'actions correspondant à l'ELS.

4. Sections entièrement tendues

Une section est entièrement tendue si elle soumise à un effort normal de traction et si le centre d'application (centre de pression) 'C' défini par e_0 est situé entre les deux nappes d'armatures. (Figure 4)

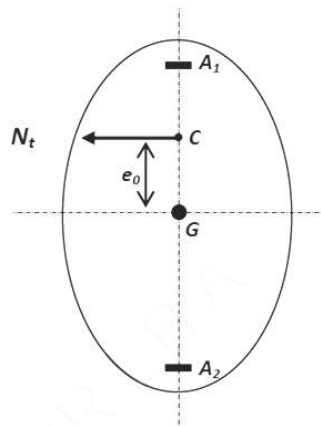


Figure 4 : Section entièrement tendue (SET)

4.1. Calcul à l'état limite ultime

Le béton étant entièrement tendu, alors il n'intervient pas dans la résistance de la section, donc dans les calculs qui sont ainsi valables quelle que soit la forme de la section, en exceptant le calcul de la section minimale d'armature

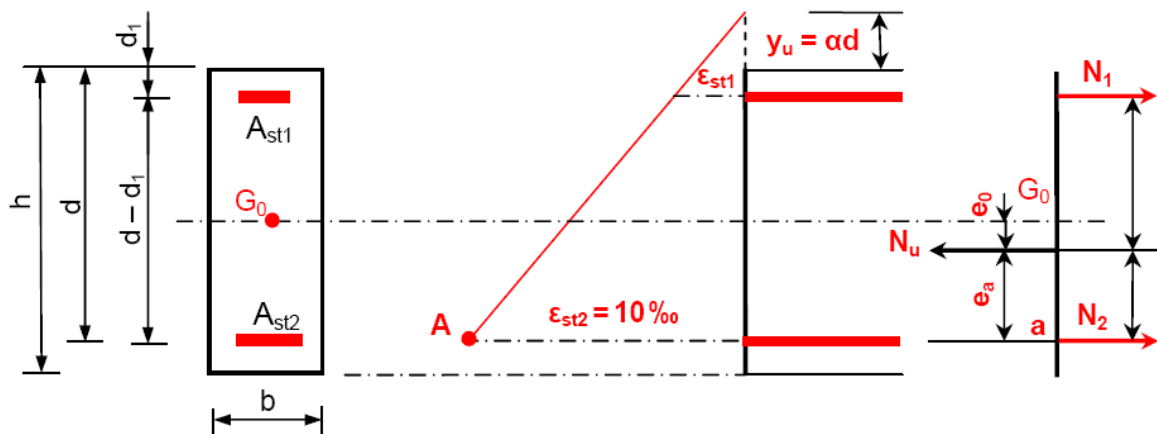


Figure 5 : L'équilibre d'une section entièrement tendue à l'ELU

L'état limite ultime est atteint lorsque la déformation des aciers de la nappe la plus tendue vaut

$$10 \text{ ‰}, \text{ la contrainte est alors } \sigma_{s10} = f_{su} = \frac{f_e}{\gamma_s}$$

Les équations d'équilibre s'écrivent:

$$\text{La somme des forces: } N_u = A_1 \cdot \sigma_s + A_2 \cdot \sigma_{s10}$$

$$\text{La somme des moments par rapport au centre de gravité de } A_1: N_u \cdot e_{a1} = A_2 \cdot \sigma_s \cdot (d - d')$$

$$\text{La somme des moments par rapport au centre de gravité de } A_2: N_u \cdot e_{a2} = A_1 \cdot \sigma_{s10} \cdot (d - d')$$

On résumé et pour mieux comprendre on a

- A_{st1} : la section des armatures supérieures, σ_{st1} leur contrainte ;
- A_{st2} : la section des armatures inférieures, σ_{st2} leur contrainte.

$$\text{On a alors : } N_1 = A_{st1} \sigma_{st1}, N_2 = A_{st2} \sigma_{st2}.$$

Pour le schéma considéré on peut écrire :

$$- N_u + N_1 + N_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad - N_u + A_{st1} \sigma_{st1} + A_{st2} \sigma_{st2} = 0 \quad \dots\dots\dots(2.1)$$

En prenant pour la deuxième équation, les moments par rapport au point **a**, nous obtenons:

$$- N_u e_a + N_1 (d - d_1) = 0 \quad \Rightarrow \quad - N_u e_a + A_{st1} \sigma_{st1} (d - d_1) = 0 \quad \dots\dots\dots(2.2)$$

$$\text{D'où on trouve : } \boxed{A_{st1} = N_u e_a / (\sigma_{st1} (d - d_1))} \quad \dots\dots\dots(2.3)$$

En remplaçant l'équation (2.3) dans l'équation (2.1), on trouve :

$$\boxed{A_{st2} = \frac{N_u}{\sigma_{st2}} - \frac{A_{st1}}{\sigma_{st2}} \sigma_{st1}} \quad \dots\dots\dots(2.4)$$

Du point de vue économique, on a intérêt à prendre, pour chacune des contraintes σ_{st1} et σ_{st2} la plus grande valeur possible, on prend donc celle correspondant à l'allongement maximal $\sigma_{st} = 10 \text{ ‰}$.

Donc : $\boxed{\sigma_{st1} = \sigma_{st2} = f_{su}}$, par suite :

$$\boxed{A_{st2} = \frac{N_u}{f_{su}} - \frac{A_{st1}}{f_{su}} f_{su}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{A_{st2} = \frac{N_u}{f_{su}} - A_{st1}} \quad \dots\dots\dots(2.5)$$

➤ Ces formules sont valables pour n'importe quel type de forme de la section

Condition de non-fragilité :

- La section minimale des armatures doit être au moins égale à:

$$A_{st1} + A_{st2} \geq A_{min} = (B \cdot f_{t28}) / f_e \quad \dots\dots\dots(2.6)$$

où **B** est l'aire d'une section de béton ($B = b \times h$, pour une section rectangulaire)

5. Flexion composée avec compression**5.1. Calcul à l'état limite ultime****5.1.1. Sections rectangulaires partiellement tendues/ comprimées**

La section est partiellement tendue si

- N_u étant un effort de compression avec $y \leq h$ ou $\alpha \leq h/d$

a) N_u est une compression (dans ce cas : $e_0 = e_1 + e_2$) :

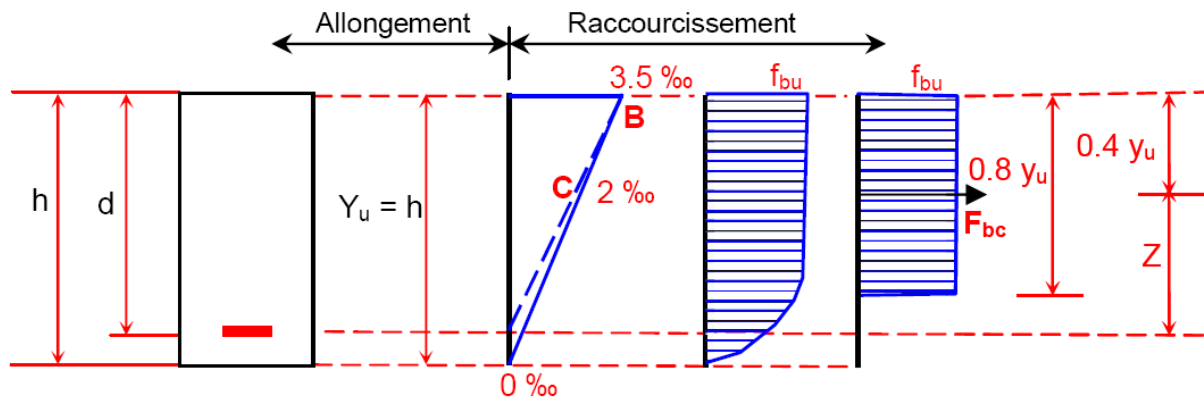


Figure 6 : L'équilibre d'une section partiellement comprimée

- Pour une section rectangulaire de largeur b, en l'absence d'aciers comprimés, si $y_u = h$:

$$F_{bc} = 0.8 \cdot b \cdot h \cdot f_{bu} \text{ et } Z = d - 0.4 h$$

$$M_{BC} = F_{bc} \cdot Z$$

soit, en considérant les moments par rapport aux aciers tendus :

$$M_{BC} = 0.8 \cdot \frac{h}{d} \left(1 - 0.4 \frac{h}{d} \right) b \cdot d^2 \cdot f_{bu} \dots\dots\dots(2.7)$$

D'où :

$$\mu_{BC} = \frac{M_{BC}}{b \cdot d^2 \cdot f_{bu}} = 0.8 \cdot \frac{h}{d} \left(1 - 0.4 \frac{h}{d} \right) \dots\dots\dots(2.8)$$

et la section est partiellement tendue tant que $y_u \leq h$, c'est-à-dire tant que :

$$\mu_{bu} = \frac{M_{ua}}{b \cdot d^2 \cdot f_{bu}} \leq \mu_{BC} = 0.8 \cdot \frac{h}{d} \left(1 - 0.4 \frac{h}{d} \right)$$

avec :

M_{ua} : moment fléchissant ultime par rapport aux aciers tendus.

On remarque que l'on a au moins une nappe d'aciers tendus si : $y_u \leq h$ (Fig 6).

- b) N_u est une traction, le centre de pression **C** est à l'extérieur des traces des armatures :

$$\text{Dans ce cas : } e_0 = \frac{\sum \gamma_j M_{jG0}}{\sum \gamma_i N_i}$$

- Calcul des armatures

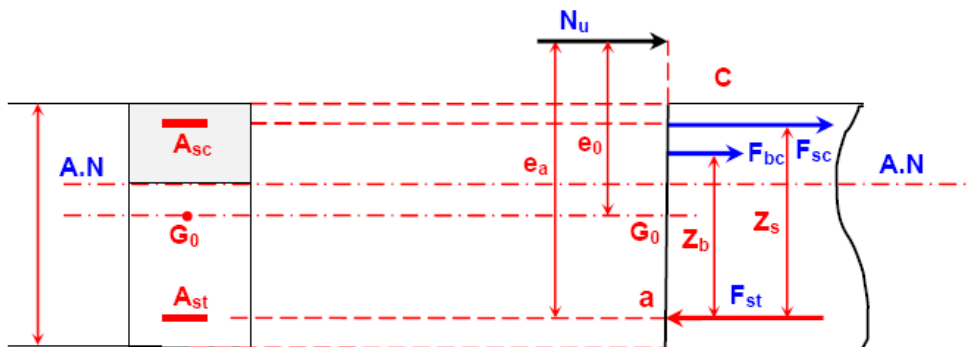


Figure 7 : Principe de calcul à l'ELU des armatures d'une section rectangulaire partiellement tendue/comprimée.

- Pour la figure 2.5, on a supposé que l'effort normal N_u est un effort de compression.
- Prenant les moments par rapport aux aciers tendus, les équations d'équilibre s'écrivent :

$$\begin{cases} M_a = N_u \cdot e_a = F_{sc} \cdot Z_s + F_{bc} \cdot Z_b \\ N_u = F_{bc} + F_{sc} - F_s \end{cases}$$

et en tenant compte des sections A et A' d'armatures :

$$\begin{cases} M_a = N_u \cdot e_a = A_{sc} \cdot \sigma_{sc} \cdot Z_s + F_{bc} \cdot Z_b \\ N_u = F_{bc} + A_{sc} \cdot \sigma_{sc} - A_{st} \cdot \sigma_{st} \Leftrightarrow F_{bc} + A_{sc} \cdot \sigma_{sc} - \left(A_{st} + \frac{N}{\sigma_{st}}\right) \sigma_{st} = 0 \end{cases}$$

- Les équations d'équilibre de la même section soumise en flexion simple au moment M_a et ayant mêmes déformations et munie des sections d'armatures A_{st}^* et A_{sc}^* s'écrivent :

$$\begin{cases} M_a = A_{st}^* \cdot \sigma_{sc} \cdot Z_s + F_{bc} \cdot Z_b \\ 0 = F_{bc} + A_{sc}^* \cdot \sigma_{sc} - A_{st}^* \cdot \sigma_{st} \end{cases}$$

où par identification, il vient:

$$\begin{cases} A_{sc} = A_{sc}^* \\ A_{st} = A_{st}^* - \frac{N_u}{\sigma_{st}} \end{cases}$$

- Si l'effort normal N_u est un effort de traction, on montrerait, de la même manière que ci-dessus, que l'on a :

$$\begin{cases} A_{sc} = A_{sc}^* \\ A_{st} = A_{st}^* + \frac{N_u}{\sigma_{st}} \end{cases}$$

Calcul à l'état limite ultime

1. Sections rectangulaires partiellement comprimées

La section est partiellement comprimée si ;

1. N_u étant un effort de compression avec $y \leq h$ ou $\alpha \leq h/d$

C'est-à-dire ; $\mu_{uA} = \frac{M_{uA}}{b \cdot d^2 \cdot f_{bu}} \leq \mu_{BC} = 0.80 \times \alpha_{BC} (1 - 0.4 \times \alpha_{BC})$ tel que $\alpha_{BC} = \frac{h}{d}$

M_{uA} est le moment fléchissant ultime par rapport aux aciers tendus : $M_{uA} = N_u \cdot e_A$

La nappe d'aciers n'est effectivement tendue que si :

$$y \leq d \Rightarrow \alpha \leq 1 \Rightarrow \mu_{uA} \leq \mu_{BD} = 0.480 \quad (\mu_{BD} \text{ correspond à } \alpha = 1)$$

2. N_u étant un effort de traction ; le centre de traction C est à l'extérieur des deux nappes d'armatures.

Lorsque la section est partiellement comprimée, tout problème de flexion composée peut se ramener à un calcul par assimilation à la flexion simple.

Le calcul par assimilation à la flexion simple sous l'action du moment fictif $M_{uA} = N_u \cdot e_A$ donne une section fictive d'armature A_{sf} ; dont on déduit la section réelle A_s tel que :

$$A_s = A_{sf} - \frac{N}{\sigma_s} \quad \text{Si } N \text{ est un effort de compression}$$

$$A_s = A_{sf} + \frac{N}{\sigma_s} \quad \text{Si } N \text{ est un effort de traction}$$

Enfin, on appliquera une section minimale d'armatures tendues

$$A_{s \min} = 0.23 \cdot \frac{b \cdot d \cdot f_{tj}}{f_e} \quad (\text{condition de non fragilité pour une section partiellement comprimée})$$

Remarque : Si on obtient une section d'armatures tendues A_s négative ou nulle cela veut dire que l'état limite ultime n'est pas atteint. Dans ce cas on prendra pour $A_s + A'_s$ une valeur au moins égale à la plus grande des deux valeurs suivantes :

- 4 cm par mètre linéaire de parement mesuré perpendiculairement à la direction des armatures.
- 0.2 % de B , tel que B la section du béton comprimé.

$$\text{C'est-à-dire } A_s + A'_s \geq \max \left(4.u, \frac{0.2 \times B}{100} \right)$$

3. Sections rectangulaires entièrement comprimées

La section est entièrement comprimée lorsque N_u étant un effort de compression avec :

$$M_{uA} \geq M_{BC} = \mu_{BC} \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{bu} \text{ et } \mu_{BC} = 0.80 \times \frac{h}{d} \cdot \left(1 - 0.4 \times \frac{h}{d}\right)$$

Au pivot C :

- Sur la fibre la plus comprimée : $2\text{‰} \leq \varepsilon_{bc} \leq 3.5\text{‰}$ et $\sigma_{bc} = f_{bu}$
- Sur la fibre la moins comprimée : $0 \leq \varepsilon_{bc} \leq 2\text{‰}$ et $\sigma_{bc} \leq f_{bu}$

On peut citer deux cas particuliers

- 1^{ier} cas extrême : $y = h$

$$\psi = 0.81 \Rightarrow N_{bu} = 0.81 \cdot b \cdot h \cdot f_{bu}$$

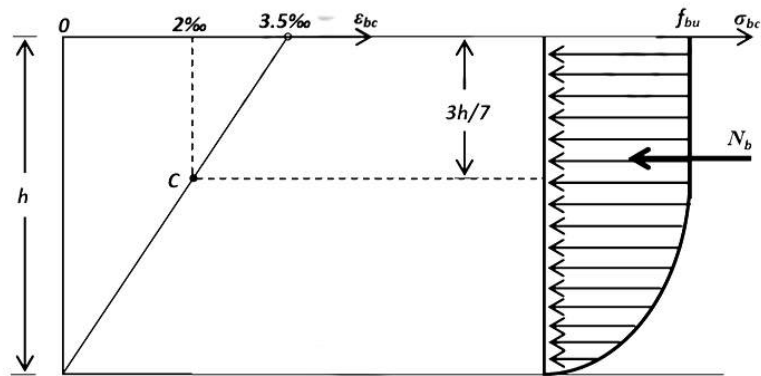


Figure 8 : Section entièrement comprimée avec $\psi = 0.81$

- 2^{ème} cas extrême : $y \rightarrow \infty$

$$\psi = 1 \Rightarrow N_{bu} = b \cdot h \cdot f_{bu}$$

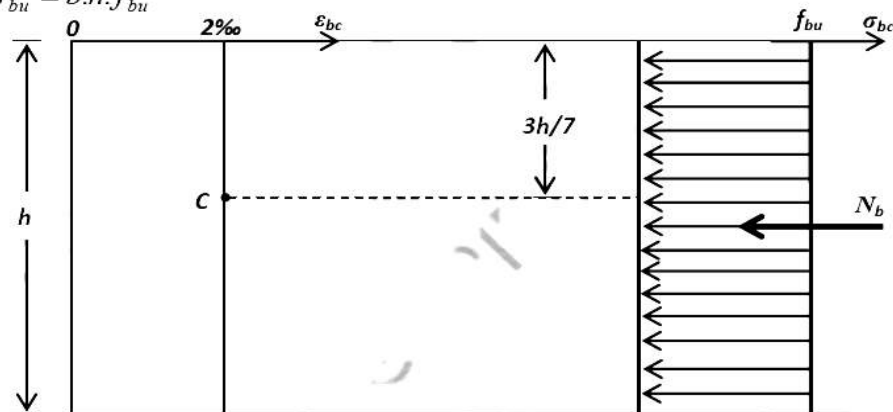


Figure 9 : Section entièrement comprimée avec $\psi = 1$

La valeur du coefficient de remplissage ψ peut prendre les situations suivantes:

- $\psi < 0.81$: la section est partiellement comprimée, ou l'état limite n'est pas atteint.
- $0.81 \leq \psi \leq 1$: $N_{bu} = \psi \cdot b \cdot h \cdot f_{bu}$

- $\psi > 1$: il faut changer la section ou augmenter la section d'armatures comprimées.

3.1 Calcul des armatures

a. $0.81 \leq \psi \leq 1$

Dans ce cas $A_s = 0$

La considération des triangles semblables sur la figure 11 donne :

$$\frac{\varepsilon'_s}{y-d'} = \frac{2\text{‰}}{y-\frac{3}{7}h} \Rightarrow \varepsilon'_s = 2\text{‰} \times \left(\frac{y-d'}{y-\frac{3}{7}h} \right)$$

D'après la formule (*) on tire : $y = \frac{h}{7} \times \left(3 + \frac{1.746}{\sqrt{1-\psi}} \right)$

Ce qui donne : $\varepsilon'_s = 2\text{‰} \times \left[1 + \left(1.719 - 4.010 \cdot \frac{d'}{h} \right) \cdot \sqrt{1-\psi} \right]$

ε'_s étant connue, on en déduit σ'_s à partir du diagramme de contraintes de l'acier utilisé.

- Si $\varepsilon'_s < \varepsilon_{se} \Rightarrow \sigma'_s = E_s \times \varepsilon'_s$ et $E_s = 200\,000 \text{ MPa}$
- Si $\varepsilon'_s \geq \varepsilon_{se} \Rightarrow \sigma'_s = f_{su} = \frac{f_e}{\gamma_s}$

Tel que ;

- $\varepsilon_{se} = 1.739\text{‰}$ pour $Fe E 400$
- $\varepsilon_{se} = 2.174\text{‰}$ pour $Fe E 500$

A partir de l'équation d'équilibre des forces on obtient :

$$A_s = 0$$

$$A'_s = \frac{N_u - \psi \cdot b \cdot h \cdot f_{bu}}{\sigma'_s}$$

b/ $\psi > 1$

Dans ce cas, le béton et les armatures A' ne suffisent pas, il faut donc introduire des armatures inférieures A_s .

Le problème présente trois inconnus pour deux équations (équations d'équilibre), il faut donc faire un choix ; pour que le béton travaille au maximum, on choisit : $\psi = 1$.

On a :

- $y = \infty$
- $\varepsilon_{bc} = \varepsilon'_s = \varepsilon_s = 2\text{‰}$
- $\sigma_{bc} = f_{bu}$
- $\sigma_s = \sigma'_s = \sigma_{s2}$

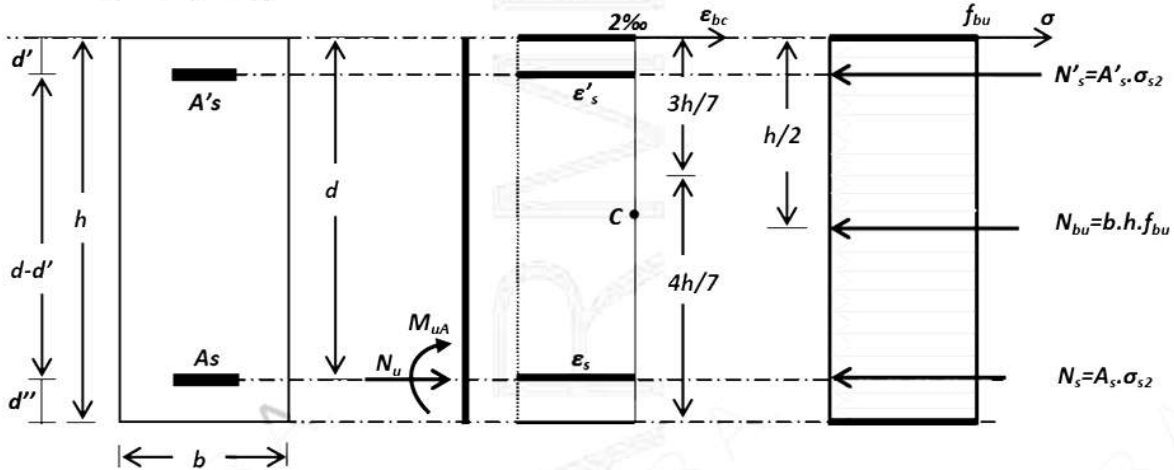


Figure: L'équilibre d'une section entièrement comprimée avec $\psi = 1$

Les équations d'équilibre sont:

$$N_u = b \cdot h \cdot f_{bc} + A'_s \sigma_{s2} \cdot (A_s + A'_s)$$

$$M_{uA} = N_u \cdot e_A = b \cdot h \cdot f_{bc} \cdot \left(d - \frac{h}{2} \right) + A'_s \cdot \sigma_{s2} \cdot (d - d')$$

$$\text{D'où : } A'_s = \frac{M_{uA} - (d - 0.5 \cdot h) \cdot b \cdot h \cdot f_{bu}}{(d - d') \cdot \sigma_{s2}} \quad \text{et} \quad A_s = \frac{N_u - b \cdot h \cdot f_{bu}}{\sigma_{s2}} - A'_s$$

Tel que ;

- Pour Fe E 400 : $\varepsilon_{se} < 2\text{‰} \Rightarrow \sigma_{s2} = \frac{f_e}{\gamma_s} = 348 \text{ MPa}$
- Pour Fe E 500 : $\varepsilon_{se} > 2\text{‰} \Rightarrow \sigma_{s2} = E_s \cdot 2\text{‰} = 400 \text{ MPa}$

Remarque : à l'état limite de service, il faut vérifier que la condition de compression de béton est assurée ; $\sigma_{bc} \leq \overline{\sigma}_{bc} = 0.6 f_{cj}$

4. Section minimale :

La section minimale à prendre en considération dans le cas de calcul d'une section entièrement comprimée est ;

$$A_s + A'_s \geq \max \left(4u, \frac{0.2 \times B}{100} \right)$$

5.2. Vérification à l'état limite de service

La vérification des contraintes (σ_{bc} , σ_s et σ'_s) à l'état limite de service est assez complexe (sauf le cas où la section est entièrement comprimée) ; il est beaucoup plus simple d'effectuer un calcul à l'état limite de service, ensuite de choisir la section d'armature la plus défavorable.

Les sollicitations M_{ser} et N_{ser} calculées à partir des combinaisons à l'ELS résultent généralement une position du centre de pression différente de celle obtenue à l'ELU.

Comme l'étude à l'ELU, suivant l'effort normal de traction ou de compression et selon l'intensité relative de M_{ser} / N_{ser} la section peut être entièrement tendue (SET), partiellement comprimée (SPC) ou section entièrement comprimée (SEC).

D'après les hypothèses relatives à l'état limite de service, la détermination de mode de travail est plus facile qu'à l'état limite ultime ;

5.2.1. Vérification d'une section partiellement comprimée

5.2.1.1. Cas d'une section rectangulaire

a. Position de l'axe neutre

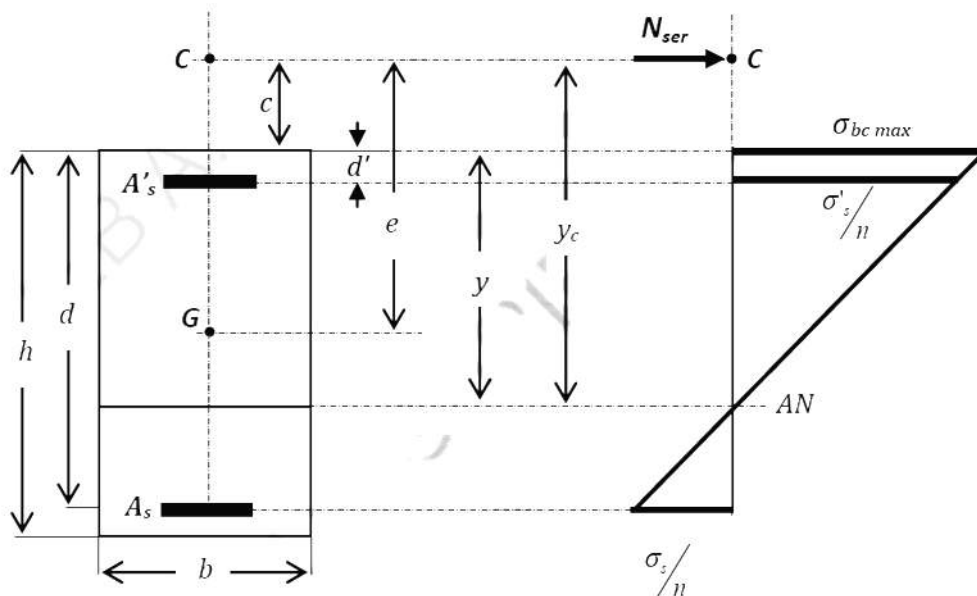


Figure 15 : L'équilibre d'une section rectangulaire partiellement comprimée à l'ELS

y_c : la distance du centre de pression à l'axe neutre.

y : la distance de la fibre la plus comprimée à l'axe neutre.

c : la distance du centre de pression à la fibre la plus comprimée ; $c = e - (h/2)$; $y = y_c - c$

• Le moment statique de la section réduite homogène

$$S_1 = \frac{b \cdot y^2}{2} + n \cdot A' \cdot (y - d') - n \cdot A \cdot (d - y) ; \text{ calculé par rapport à l'axe neutre.}$$

• Le moment d'inertie de la section réduite homogène

$$I_1 = \frac{b \cdot y^3}{3} + n \cdot A' \cdot (y - d')^2 + n \cdot A \cdot (d - y)^2 ; \text{ calculé par rapport à l'axe neutre.}$$

$$\text{On a : } N_{ser} = \frac{\sigma_{bcmax}}{y} \cdot S_1 \text{ et } M_{ser.G} = N_{ser} \cdot y_c = \frac{\sigma_{bcmax}}{y} \cdot I_1 \Rightarrow y_c = \frac{I_1}{S_1}$$

Nous obtenons l'équation du 3^{ème} degré suivante :

$$y_c^3 + p \cdot y_c + q = 0$$

Avec :

$$p = -3 \cdot c^2 - \frac{6nA_s'}{b}(c - d') + \frac{6nA_s}{b}(d - c)$$

$$q = -2 \cdot c^3 - \frac{6nA_s'}{b}(c - d')^2 - \frac{6nA_s}{b}(d - c)^2$$

La solution de l'équation se fait comme suit :

$$\text{On calcule : } \Delta = q^2 + \left(\frac{4p^3}{27} \right)$$

$$\text{Si } \Delta < 0 \text{ Calculer } \cos(\varphi) = \left(\frac{3q}{2p} \right) \cdot \sqrt{\frac{-3}{p}} \text{ puis } \varphi \text{ et } a = 2\sqrt{\frac{-p}{3}}$$

On choisit la solution qui convient parmi les trois solutions suivantes :

$$y_{c1} = a \cos\left(\frac{\varphi}{3}\right), y_{c2} = a \cos\left(\frac{\varphi}{3} + 120^\circ\right), y_{c3} = a \cos\left(\frac{\varphi}{3} + 240^\circ\right)$$

$$\text{Si } \Delta > 0 \quad t = 0.5 \cdot (\sqrt{\Delta} - q) \quad z = \sqrt[3]{t} \text{ et } y_c = z - \frac{p}{3 \cdot z}$$

b. Calcul des contraintes

On a :

- $y = y_c - c$
- $I_1 = \frac{b \cdot y^3}{3} + n \cdot A_s' \cdot (y - d')^2 + n \cdot A_s \cdot (d - y)^2$

$$\text{Le coefficient angulaire des contraintes est: } K = \frac{N_{ser} \cdot y_c}{I_1}$$

On calcule :

- $\sigma_{bc\max} = K \cdot y_{ser}$
- $\sigma_s = n \cdot K(d - y_c)$

c. Vérifications

On vérifie que:

- $\sigma_{bc\max} \leq \bar{\sigma}_{bc} = 0.6 \cdot f_{cj}$
- $\sigma_s \leq \bar{\sigma}_s$