Université Mohamed Khider de Biskra. Faculté des Sciences Exactes et de la Vie
Département: Biologie
Module: Mathématiques-Statistique.
Année Univ: 2021-2022 1 année LMD Bio

TD N°01 Fonctions réelles

Exercice 01: Ensembles et intervalles de définition des fonctions suivantes:

$$f_1(x) = \frac{2x+3}{x^4-1}, \quad f_2(x) = \frac{\sqrt{2x+3}}{x^4-1}, \quad f_3(x) = \frac{2x+3}{\sqrt{x^4-1}}, \quad f_4(x) = \sqrt{\frac{2x+3}{x^4-1}}.$$
$$f_5(x) = \frac{x+2}{x-1}, \quad f_6(x) = \sqrt{x-1}, \quad f_7(x) = \frac{3}{\sqrt{x-1}}, \quad f_8(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x^2-1}}$$

Exercice 02:
Étudier la continuité des fonctions suivantes au point $x_0 = 1$:

$$f_1(x) = \frac{x+2}{x-1}, \quad f_2(x) = \sqrt{x-1}, \quad f_3(x) = \frac{3}{\sqrt{x-1}}, \quad f_4(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x^2-1}}.$$

Exercice 03: **Devoir à Domicile**
Donner les domaines de définition et calculer limites des fonctions suivantes:

$$\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{x^2-1}+\sqrt{x}-1}{\sqrt{x+1}}, \quad \lim_{x\to\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{x-\frac{\pi}{2}},$$
$$\lim_{x\to 0} \frac{e^x-1}{x}, \quad \lim_{x\to 0} \frac{\sin(ax)}{x}.$$

Exercice 04:
Calculer les limites

$$\lim_{x\to\pm\infty} \left(\sqrt{x^2+x+1}-ax\right), \quad \lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x^a}, \quad \lim_{x\to\pm\infty} \frac{\sqrt{x^2+x-2}}{x+1+\sqrt{x^2+x-2}}, \quad \lim_{x\to 1} \frac{e^x-1}{x}, ,$$
$$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{x^2}, \quad \lim_{x\to 0} \frac{\cos x - 1}{x}, \quad \lim_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x}.$$

Exercice 05: On considère la fonnction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} & si \quad x < 0, \\ 1 & si \quad x = 0, \\ x^2+1 & si \quad x > 0. \end{cases}$$

1/ La fonction f est-elle continue sur $\mathbb{R}$?.
2/ Déterminer l'ensemble des points où f est dérivable?.
3/ Calculer la dérivée de f aux points où elle est dérivable?.

Exercice 06: **Devoir à Domicile**
Soit $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ la fonction définie par

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+1} & si \quad 0 \le x < \frac{1}{2}, \\ 2x+\lambda x^2 & si \quad \frac{1}{2} \le x \le 1. \end{cases}$$

1/ Déterminer, s'ils existent, les $\lambda \in \mathbb{R}$ pour que f soit continue.