

Université Mohamed Khider de Biskra

Faculté des FSES NV
Département des SM
Année Univairitaire 2021/2022

Module: Mathématiques 3
Niveau: 2^{ème} Année Liscence
Spécialité: Physique



Travaux Dirigés N°3 (INTÉGRALES IMPROPRES)



EXERCICE 1: Calculer les intégrales suivantes:

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^2 + 4x + 9} dx, \quad \int_0^1 \ln x dx, \quad \int_1^{+\infty} \frac{\ln x}{x^2} dx, \quad \int_0^{+\infty} e^{-2x} \sin x dx, \quad \int_0^1 \frac{\ln x}{\sqrt{1-x}} dx,$$
$$\int_0^{+\infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}(1-x)^{3/2}} dx, \quad \int_0^{+\infty} \frac{x \ln x}{(1+x^2)^2} dx, \quad \int_0^{+\infty} \frac{\arctan x}{(1+x^2)^{3/2}} dx, \quad \int_0^a \frac{x^2}{\sqrt{a^2-x^2}} dx,$$

EXERCICE 2: Etudier la nature des intégrales suivantes:

$$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^\alpha}, \quad \int_0^1 \frac{dx}{x^\alpha}, \quad \int_0^{+\infty} \frac{\sqrt{x}}{(1+x)^\alpha} dx, \quad \int_0^\pi \frac{dx}{(1-\cos x)^\alpha},$$
$$\int_1^{+\infty} \frac{\ln x}{x + e^{-x}} dx, \quad \int_0^{+\infty} \frac{e^{\sin x}}{\sqrt{x}} dx, \quad \int_0^{+\infty} \frac{\arctan x}{x^\alpha} dx.$$

EXERCICE 3: En utilisant le changement de variable, calculer les intégrales suivantes:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\tan x} dx, \quad \int_0^1 \ln^p \left(\frac{1}{x} \right) dx, \quad \int_0^{+\infty} \cos(e^x) dx, \quad \int_0^{+\infty} \sin(x^2) dx,$$

EXERCICE 4: Etudier la convergence absolue et la semi convergence des intégrales suivantes:

$$\int_1^{+\infty} \frac{\sin x}{x^2} dx, \quad \int_0^1 \frac{\sqrt{x} \sin \left(\frac{1}{x^2} \right)}{\ln(1+x)} dx, \quad \int_1^{+\infty} \frac{\sin x}{x} dx, \quad \int_0^{+\infty} \frac{\sqrt{x} \sin x}{x+1} dx.$$

EXERCICE 5: Déterminer l'ensemble des couples (α, β) pour les quels l'intégrale généralisée $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^\alpha (1+x^\beta)}$ est convergente.



Chargée de Cours

Dr. OUAAR, F