Université Mohamed - KHIDER - BISKRA
Département de Génie Mécanique – MMC / Master – 2021/2022
Responsable du Module : Pr. HECINI M.

Travaux Dirigés (Série N° 2)

Exercice N° 1 :

Le mouvement d'un milieu continu est définit dans un repère orthonormé R=(O,e_1, e_2, e_3). par les relations suivantes :

$$\begin{cases} x_1 = \frac{1}{2}(X_1 + X_2)e^t + \frac{1}{2}(X_1 - X_2)e^{-t} \\ x_2 = \frac{1}{2}(X_1 + X_2)e^t - \frac{1}{2}(X_1 - X_2)e^{-t} \\ x_3 = X_3 \end{cases}$$

a) Montrer que le jacobien est différent de zéro.

b) Ecrire les équations inverses du mouvement définit par $X = \chi^{-1}$ (x, t).

c) Donner en description Lagrangienne et en description Euleurienne les paramètres suivants : la vitesse et l'accélération.

Exercice N° 2 :

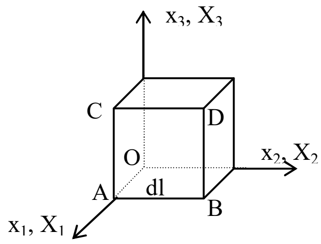
Le mouvement d'un milieu continu est définit dans un repère orthonormé R=(O,e_1, e_2, e_3). par la relation vectorielle $x = \chi(X, t)$ tel que :

$x_1 = X_1$; $x_2 = X_2 + t^2 X_3$; $x_3 = X_3 + t^2 X_2$

1°) Ecrire les équations inverse du mouvement définit par $X = \chi^{-1}$ (x, t).
2°) Donner en description Lagrangienne et en description Eulerienne les expressions de la vitesse et l'accélération.
3°) Déterminer au temps t=2s la vitesse et l'accélération pour :
a) La particule de coordonnées (1,2,1) à l'état initial (t=0)
b) La particule de coordonnées (1,0,1) à l'état actuel (t=2s)

On considère à l'instant t=0 le petit cube de coté dl définit dans un repère orthonormé direct R=(O, e_1, e_2, e_3,).

4°) Déterminer la matrice du tenseur gradient de la transformation
5°) Déterminer la matrice du tenseur des dilatations (de Cauchy-green)
6°) Déterminer la matrice du tenseur des déformations (de Green-Lagrange).
7°) Déterminer et tracer à l'instant t=0.1s le transformé de la face ABCD du cube.
8°) Déterminer la déformation $E(u_0 , u_0)$ dans la direction AD.



Exercice N° 3 :

Dans l'espace rapporté au repère (O, e_1, e_2, e_3) un milieu continu occupe à l'instant t=0 le domaine

$-1 < X_1 < +1$ $\quad -1 < X_2 < +1$ $\quad 0 < X_3 < 1$

Le milieu subit une déformation entre l'instant 0 et t telle que la représentation lagrangienne de l'écoulement est donnée par :

$$x_1 = (1+\omega t)\, X_1 \cos(\omega t)$$
$$x_2 = X_2 + (1+\omega t)\, X_1 \sin(\omega t) \qquad (\omega \text{ est une constante})$$
$$x_3 = X_3$$

Déterminer dans le repère (O, e_1, e_2, e_3) :

a) Le tenseur des dilatations (de Cauchy-Green C)
b) Le tenseur des déformations (de Green-Lagrange E)
c) Le tenseur des déformations linéarisé dans le cas où le paramètre ωt est petit.