السلسلــة رقم 01

حل التمرين رقم 05: تحويل النماذج التالية إلى الصيغة القياسية (المعيارية):

$$\text{Max } Z = 5x_1 + 2x_2$$
$$6x_1 + x_2 \geq 6$$
$$4x_1 + 3x_2 \geq 12$$
$$x_1 + 2x_2 \geq 4$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$\Rightarrow \text{Max } Z = 5x_1 + 2x_2 + 0A_1 - MA_2 + 0A_3 - MA_4 + 0A_5 - MA_6$$
$$6x_1 + x_2 - A_1 + A_2 = 6$$
$$4x_1 + 3x_2 - A_3 + A_4 = 12$$
$$x_1 + 2x_2 - A_5 + A_6 = 4$$
$$x_1, x_2, A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6 \geq 0$$

$$\text{Min } C = x_1 + 2x_2 + 3x_3$$
$$3x_1 + 4x_3 \leq 5$$
$$5x_1 + x_2 + 6x_3 = 7$$
$$8x_1 + 9x_2 \geq 2$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

$$\Rightarrow \text{Min } C = x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 0A_1 + MA_2 + 0A_3 + MA_4$$
$$3x_1 + 4x_3 + A_1 = 5$$
$$5x_1 + x_2 + 6x_3 + A_2 = 7$$
$$8x_1 + 9x_2 - A_3 + A_4 = 2$$
$$x_1, x_2, x_3, A_1, A_2, A_3, A_4 \geq 0$$

$$\text{Min } C = 10x_1 + 11x_2$$
$$x_1 + 2x_2 \leq 150$$
$$3x_1 + 4x_2 \leq 200$$
$$6x_1 + x_2 \leq 175$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$\Rightarrow \text{Min } C = 10x_1 + 11x_2 + 0A_1 + 0A_2 + 0A_3$$
$$x_1 + 2x_2 + A_1 = 150$$
$$3x_1 + 4x_2 + A_2 = 200$$
$$6x_1 + x_2 + A_3 = 175$$
$$x_1, x_2, A_1, A_2, A_3 \geq 0$$

حل التمرين رقم 06: إيجاد حل لهذه النماذج باستخدام طريقة السمبلاكس:

النموذج الأول- تحويل النموذج إلى الشكل المعياري:

$$\text{Max } Z = 30x_1 + 20x_2$$
$$6x_1 + 6x_2 \leq 420$$
$$3x_1 + 6x_2 \leq 300$$
$$4x_1 + 2x_2 \leq 240$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$\Rightarrow \text{Max } Z = 30x_1 + 20x_2 + 0A_1 + 0A_2 + 0A_3$$
$$6x_1 + 6x_2 + A_1 = 420$$
$$3x_1 + 6x_2 + A_2 = 300$$
$$4x_1 + 2x_2 + A_3 = 240$$
$$x_1, x_2, A_1, A_2, A_3 \geq 0$$

المعاملات C	المتغيرات V	الكميات Q	30	20	0	0	0	عمود الكميات/عمود المتغيرة الداخلة
			X_1	X_2	A_1	A_2	A_3	
0	A_1	420	6	6	1	0	0	420/6=70
0	A_2	300	3	6	0	1	0	300/3=100
0	A_3	240	4	2	0	0	1	240/4=60
Z= 0			−30	−20	0	0	0	

– يعتبر الحل أمثل في مسألة التعظيم (Max) إذا كانت كل قيم سطر التقييم موجبة أو معدومة.

– نلاحظ وجود قيم سالبة في سطر التقييم وبالتالي الحل غير أمثل يستدعي التحسين.

– نختار أقل قيمة سالبة (– 30) وبالتالي المتغير X_1 يدخل للحل، والمتغير الخارج من الحل هو A_3 ونحصل على جدول جديد حيث:

– في الجدول الجديد فإن نقطة التقاء المتغير الداخل مع المتغير الخارج تسمى المحور، حيث تصبح قيمة المحور في الجدول الجديد (01) وبقية قيم عمود المحور تصبح أصفارا وحتى قيمته في سطر التقييم صفر.

– سطر المحور في الجدول الجديد هو سطره في الجدول القديم مقسوم على قيمة المحور.

– بالنسبة لحساب بقية القيم نستعمل طريقة المربعات كما يلي: يتم تكوين مربع من القيم بحيث تكون زواياه المتقابلة هي القيمة المراد حسابها وقيمة المحور ونحسب بالعلاقة: القيمة القديمة – (جداء القيمتين المتقابلتين/ قيمة المحور).

المعاملات C	المتغيرات V	الكميات Q	30	20	0	0	0	عمود الكميات/عمود المتغيرة الداخلة
			X_1	X_2	A_1	A_2	A_3	
0	A_1	60	0	3	1	0	−3/2	60/3=20
0	A_2	120	0	2/9	0	1	−3/4	120/4.5=26.66
30	X_1	60	1	2/1	0	0	1/4	60/0.5=30
Z= 1800			0	−5	0	0	15/2	

نلاحظ وجود قيم سالبة في سطر التقييم وبالتالي الحل غير أمثل يستدعي التحسين.

المعاملات C	المتغيرات V	الكميات Q	30	20	0	0	0	عمود الكميات/عمود المتغيرة الداخلة
			X_1	X_2	A_1	A_2	A_3	
20	X_2	20	0	1	1/3	0	−3/6	
0	A_2	30	0	0	−3/2	1	3/2	
30	X_1	50	1	0	−1/6	0	1/2	
Z= 1900			0	0	5/3	0	5	

كل قيم سطر التقييم موجبة أو معدومة فالحل أمثل، المؤسسة تقوم بإنتاج 50 وحدة من X_1، و 20 وحدة من X_2، ويتبقى من المورد الثاني A_2 30 وحدة غير مستغلة، وتحقق أعظم ربح قدره MaxZ= 1900

النموذج الثاني– تحويل النموذج إلى الشكل المعياري:

$$\text{Min } C = 3x_1 + 4x_2 + 2x_3$$
$$x_1 + 3x_2 + 2x_3 \geq 3$$
$$3x_1 + 3x_2 + x_3 \geq 4$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

$$\text{Min } C = 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 0A_1 + MA_2 + 0A_3 + MA_4$$
$$x_1 + 3x_2 + 2x_3 - A_1 + A_2 = 3$$
$$3x_1 + 3x_2 + x_3 - A_3 + A_4 = 4$$
$$x_1, x_2, A_1, A_2, A_3, A_4 \geq 0$$

المعاملات C	المتغيرات V	الكميات Q	3 X_1	4 X_2	2 X_3	0 A_1	M A_2	0 A_3	M A_4	عمود الكميات/عمود المتغيرة الداخلة
M	A_2	3	1	3	2	−1	1	0	0	3/3=1
M	A_4	4	3	3	1	0	0	−1	1	4/3=1.33
C= 7 M			4M−3	6M−4	3M−2	−M	0	−M	0	

– يعتبر الحل أمثل في مسألة التخفيض (Min) إذا كانت كل قيم سطر التقييم سالبة أو معدومة.

– نلاحظ وجود قيم موجبة في سطر التقييم وبالتالي الحل غير أمثل يستدعي التحسين.

– نختار أكبر قيمة موجبة (6M−4) وبالتالي المتغير X_2 يدخل للحل، والمتغير الخارج من الحل هو A_2 ونحصل على جدول جديد.

– كلما تخرج متغيرة اصطناعية من الحل نتخلى عن عمودها تماما من جدول السمبلاكس.

المعاملات C	المتغيرات V	الكميات Q	3 X_1	4 X_2	2 X_3	0 A_1	0 A_3	M A_4	عمود الكميات/عمود المتغيرة الداخلة
4	X_2	1	1/3	1	2/3	−1/3	0	0	1/0.33=3
M	A_4	1	2	0	−1	1	−1	1	1/2=0.5
C= M +4			2M−5/3	0	−M−2/3	M−4/3	−M	0	

– نلاحظ وجود قيم موجبة في سطر التقييم وبالتالي الحل غير أمثل يستدعي التحسين.

المعاملات C	المتغيرات V	الكميات Q	3 X_1	4 X_2	2 X_3	0 A_1	0 A_3	عمود الكميات/عمود المتغيرة الداخلة
4	X_2	5/6	0	1	5/6	−1/2	1/6	
3	X_1	1/2	1	0	−1/2	1/2	−1/2	
C= 29/6= 4.83			0	0	−1/6	−1/2	−5/6	

كل قيم سطر التقييم سالبة أو معدومة فالحل أمثل، المؤسسة تقوم بإنتاج 1/2 وحدة من X_1، و 5/6 وحدة من X_2، وتحقق اقل تكلفة ممكنة تقدر بـ MinC= 29/6