

Exercice 1

L'équation différentielle :

$$y'(x) = y(x) + e^{2x} \quad (y(0) = 2)$$

Possède la solution analytique :

$$y(x) = e^x + e^{2x}$$

En prenant un pas $h=0.1$, approximer la valeur de $y(0.3)$ par la méthode d'Euler et par la méthode de Taylor.

Comparer les résultats avec la solution exacte.

Exercice 2

Refaire l'exercice 1, mais cette fois à l'aide de la méthode d'Euler modifiée et par la méthode du point milieu. Commenter

Exercice 3

Approximer numériquement par la méthode d'Euler et par la méthode d'Euler modifiée la solution l'équation différentielle suivante :

$$y'(x) = \cos(x) + 1 \quad (y(0) = 0)$$

aux points $x = 2, x = 4$ et $x = 6$ en prenant un pas $h=2$

Comparer les résultats avec la solution exacte.

Exercice 4

Refaire les exercices précédents en utilisant la méthode de Runge -Kutta d'ordre 4

Exercice 5

Soit l'équation différentielle du second ordre à conditions initiales :

$$\begin{cases} y''(t) - 2y'(t) = -y(t), & t \in [0,1] \\ y(0) = 1 & \text{et } y'(0) = -1, \quad h = 0.1 \end{cases}$$

- 1- Ecrire cette équation différentielle sous la forme d'un système différentiel de deux équations d'ordre 1
- 2- Appliquer la méthode de RK4 à ce système puis évaluer la solution en $t=0.2$