Chapitre II Rappels sur les lois fondamentales De l'électricité

I^{ère} partie-Régime continu

II.1 Définitions

II.1.1 Circuit électrique

Un circuit électrique est constitué d'un ensemble de composants (ou éléments ou de dipôles linéaires) interconnectés. En général, le circuit comporte au moins une source de tension ou de courant, des résistances et éventuellement un ou plusieurs composants actifs, comme par exemple les transistors ou les amplificateurs opérationnels.

II.1.2 Courant électrique

On appelle courant électrique tout déplacement de porteurs de charges.
- Par convention, le sens du courant électrique (représenté par une flèche) est celui dans lequel se déplaceraient les charges positives. Il est généralement compté positif de la borne + du générateur à la borne – dans le circuit extérieur.
-l'expression instantanée du courant (notée i(t)) est un débit de charges :

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} \qquad (1\text{-}1)$$

Ou: i en ampères (A) - q en coulombs (C) - t en secondes (s)

II.1.3 Tension (différence de potentiel)

Par définition la tension entre A et B est égale à la différence entre le potentiel du point A et le potentiel du point B. $U_{AB} = V_A - V_B$ où V_A et V_B sont les potentiels électriques de A et de B Seule la différence de potentiel est définie; le potentiel d'un point ne l'est pas sauf si l'on convient d'attribuer au potentiel d'un point déterminé du circuit une valeur déterminée (généralement zéro V).

Notation

La tension entre A et B est notée U_{AB}. Elle est représentée comme le montre la figure 2.1 par une flèche dirigée de B vers A.

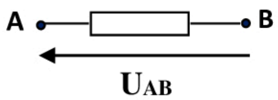


Fig.2.1 Tension aux bornes d'une charge

II.1.3 .1.Mesure d'une tension

Une tension est mesurée par un voltmètre, appareil qui se place toujours en dérivation par rapport au dipôle aux bornes duquel on veut mesurer la tension.
A, B, C et D étant des points quelconques d'un circuit électrique pris dans n'importe quel ordre:

$$V_A - V_B = V_A - V_C + V_C - V_D + V_D - V_B$$

$$U_{AB} = U_{AC} + U_{CD} + U_{DB}$$

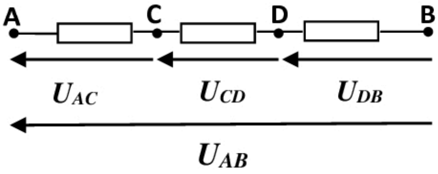


Fig. 2.2 Tension aux bornes d'un circuit

II.1.5 Régime Continu permanent

Dans un régime continu permanent les courants et les tensions à travers les différentes branches d'un circuit électrique ont une valeur indépendante du temps.(prennent une valeur constantes)

II.1.6 Dipôle

Nous appelons dipôle un élément électrique capable ou non de fournir de l'énergie, communiquant avec l'extérieur seulement par deux bornes (deux pôles). Les deux grandeurs qui le caractérisent sont : l'intensité i et la tension U.

II.1.7. Convention générateur et récepteur:

Selon les sens relatifs des flèches de i et v que l'on adopte pour un dipôle, on dira que l'on a adopté la convention récepteur, u et i sont de sens contraire ou la convention générateur, u et i sont de même sens comme le montre la figure 2-3.a et b.

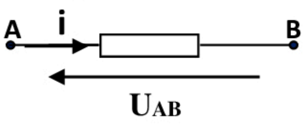


Fig. 2.3.a Convention récepteur

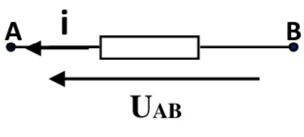


Fig. 2.3.b Convention générateur

II.1.8. Nœud

Un nœud est un point de connexion (raccordement) entre plusieurs dipôles (éléments). Le nœud est souvent matérialisé sur un schéma par un point lors du croisement de deux conducteurs. Ceci revient à trouver au moins trois fils électriques qui viennent se raccorder au même endroit (figure 2.4).

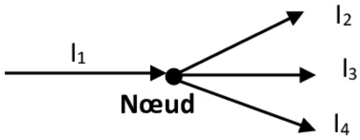


Fig. 2.4 Nœud de raccordement

On peut écrire selon la loi des nœuds :

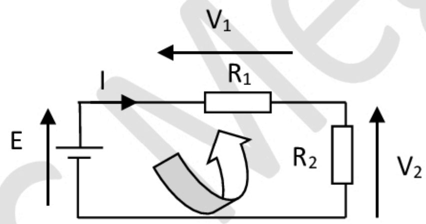
$$\sum_{i=1}^{4} I_i = 0 \qquad (1-2)$$

$$+I_1 - I_2 - I_3 - I_4 = 0$$

$$I_1 = I_2 + I_3 + I_4$$

II.1.9. Maille

Une maille est un contour fermé délimité par des branches du circuit électrique.



La loi des mailles est donc

Dans cette maille $\sum_{i=1}^{3} V_i = 0 \qquad (1-3)$

Apres le choix d'un sens arbitraire dans la maille on peut écrire :

$$-E + V_1 + V_2 = 0$$

$$E = V_1 + V_2$$

II.1.10.Loi d'ohm

La loi d'Ohm est une loi physique empirique qui lie l'intensité du courant électrique traversant un dipôle électrique à la tension à ses bornes. Cette loi permet de déterminer la valeur d'une résistance.

La loi d'Ohm établit que (en convention récepteur) :

$$\boldsymbol{U = R\ .\ \ I} \qquad (1-4)$$

La tension est exprimée en volts (V), la résistance en ohms (Ω) et l'intensité en ampères (A).

La loi d'Ohm indique que la tension aux bornes d'une résistance est proportionnelle à l'intensité du courant qui la traverse. Ce coefficient de proportionnalité est la valeur de la résistance.

La valeur de la résistance R est une constante et ne varie donc pas lorsque l'on modifie la tension ou l'intensité.

II.2. Circuit électrique linéaire en régime continu

Un circuit électrique linéaire est une association d'éléments passifs (résistances, condensateurs et inductances) et d'éléments actifs (générateurs de tension et de courant), connectés entre eux par des conducteurs supposés sans résistance (parfaits).

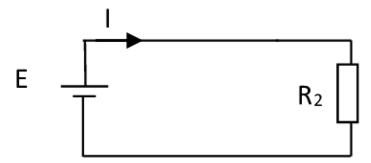


Fig 2.5.Exemple d'un circuit électrique le plus simple en régime continu

II.2.1 Associations de dipôles R ;C ;L

On dit que deux dipôles sont en série s'ils sont parcourus par le même courant électrique (même intensité). Ils sont en parallèle s'ils ont une même différence de potentiel à leurs bornes. Ces définitions simples s'étendent à n dipôles ou éléments.

II .2.1.1 Association de résistances en série

Considérons les deux dipôles de la figure 2.6, constitués par la mise en série de deux résistances. Calculons maintenant la résistance équivalente $R_{éq}$ pour que le dipôle résultant soit équivalent aux deux précédents

Fig 2.6. Association de résistances en série

La somme des tensions le long de la branche est :

$$U = U_1 + U_2$$

Puisque le courant I est commun aux deux résistances, nous avons :

$$U_1 = R_1 \,.I \quad \text{et} \quad U_2 = R_2 \; I$$

$$\text{D'où } U = R_1 \; I + R_2 \; I = I(R_1 + R_2)$$

$$\text{La loi d'ohm donne : } U = R_{eq} \; I$$

La résistance Réq équivalente aux résistances $R1$ et $R2$ en série vaut donc :

$$R\text{éq} = R_1 + R_2 \text{ et}$$

En générale la résistance équivalente de N résistances montées en série est:

$$\boldsymbol{R\text{éq} = R_1 + R_2 + R_3 + \cdot \cdot \cdot R_n} \qquad (1\text{-}5)$$

Généralisation : La résistance équivalente à *n* résistances branchées en série est égale à la somme des *n* résistances.

II .2.1.2 Association de résistances en parallèle

Considérons maintenant les deux dipôles de la figure 2.6 suivante :

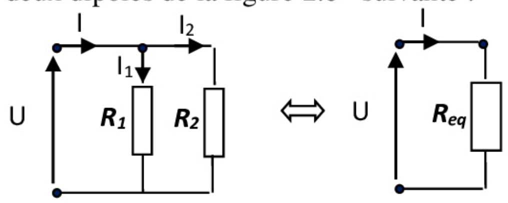


Fig.2.7. Association des résistances en parallèles

Le courant I se partage en deux courants I_1 et I_2 avec :

$$I_1 = \frac{U}{R_1} \qquad et \qquad I_2 = \frac{U}{R_2}$$

Avec $I = I_1 + I_2$

Pour le dipôle équivalent, nous avons : $U = R_{éq}.I$. La résistance $R_{éq}$ équivalente aux résistances R_1 et R_2 en parallèle est donc telle que :

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$R_{eq} = \frac{R_1 \ R_2}{R_1 + R_2}$$

Remarque : $G_{éq}$ est appelée *conductance équivalente* $G_{eq} = \frac{1}{R_{eq}}$

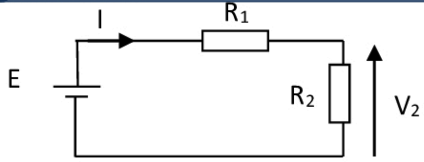
Généralisation : La résistance équivalente à N résistances en parallèle est une résistance *Req* qui peut être déduite à partir de l'équation suivante :

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdots \ldots + \frac{1}{R_N} \qquad (1\text{-}6)$$

II.1.3.Diviseur de tension :

Le diviseur de tension est un montage électrique simple Il permet d'avoir une tension proportionnellement à une autre tension. Le montage le plus simple est constitué de deux résistances montées en série.

On considère le circuit électrique suivant :



On va déterminer l'expression de la tension V_2 au borne de la résistance R_2 en fonction de la tension d'alimentation E ; ainsi d'après la loi d'ohm :

La tension V_2 s'écrit : $V_2 = R_2 \; I$ (1-7)

On peut déterminer l'expression de I en appliquant la loi des mailles dans ce circuit

E= $E = \; V_1 + V_2 = \; R_1 \; I + R_2 \; I$

$$E = \; (R_1 \; + R_2 \;)I$$

On déduit :

$$I = \frac{E}{(R_1 \; + R_2 \;)}$$

En remplace l'expression de I dans l'équation (1-7) on obtient l'expression de V_2 en fonction de la tension E et les résistances R_1 et R_2:

$$V_2 = E\left[\frac{R_2}{(R_1 \; + R_2 \;)}\right] \quad (1\text{-}8)$$

Si $R_1 = \; R_2$ dans ce cas la tension V_2 est la moitie de la tension d'alimentation du circuit :

$$V_2 = \frac{E}{2}$$

II .2.1.3. L'inductance d'une bobine

L'inductance est une grandeur physique mesurée en henry (H)

Dans une inductance L, La tension et le courant sont liés à chaque instant par l'expression suivante :

$$\boldsymbol{U_L(t) = L\frac{di(t)}{dt}} \quad (1\text{-}9)$$

On peut déduire pour le courant parcourant la bobine $i_L(t)$:

$$\boldsymbol{i_L(t) = \; \frac{1}{L}\int U_L(t) \;\; dt} \quad (1\text{-}10)$$

En régime continu, Le courant qui traverse l'inductance L est constant pour tout instant t. (i(t) = I = Constante. Alors $\frac{di(t)}{dt} = \frac{dI}{dt} = 0 \quad \Rightarrow u(t) = U = 0$

Donc, En régime continu, l'inductance se comporte comme un court circuit.

II .2.1.4. Association des inductances en série

Soient trois inductances L_1, L_2 et L_3 montées en série comme le montre la figure 2-8a

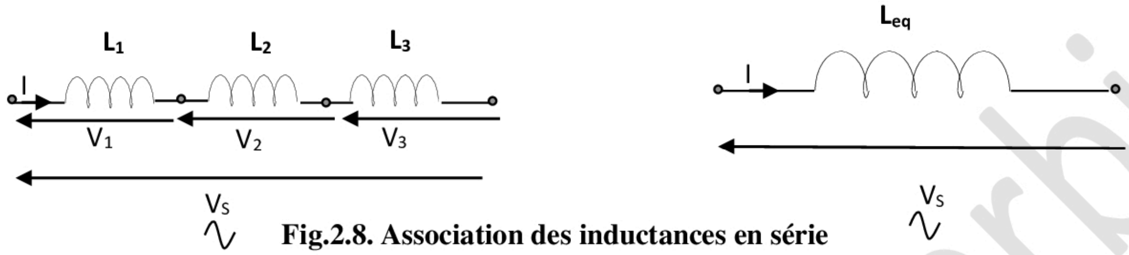


Fig.2.8. Association des inductances en série

$$Vs = V_1 + V_2 + V_3$$

$$V_s = L_1 \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} + L_3 \frac{di}{dt} = (L_1 + L_2 + L_3)\frac{di}{dt}$$

$$V_s = L_{eq}\frac{di}{dt}$$

Ainsi l'inductance équivalente à ces trois inductances montées en série est la somme de ces dernières :

$$L_{eq} = L_1 + L_2 + L_3 \qquad (1\text{-}10)$$

II .2.1.5. Association des inductances en parallèle

Soient maintenant les trois inductances L_1, L_2 et L_3 mais montées en parallèle comme le montre la Figure 2-9

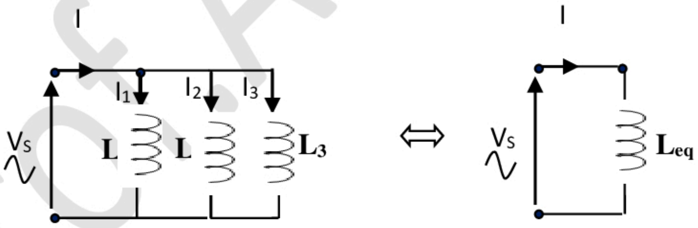


Fig.2.9. Association des inductances en parallèle

Depuis le montage la relation entre :

-Les tensions s'écrit donc : $V_s = V_1 = V_2 = V_3$ les tensions V_1 ; V_2 etV_3 sont respectivement les tensions aux bornes de L_1 ; L_2 ; et L_3

-les courants d'après la 1[ere] loi de Kirchhoff :

$$i = i_1 + i_2 + i_3 \qquad (1\text{-}11)$$

$$V_1 = V_s = L_1 \frac{di_1}{dt} \quad \text{D'où} \quad \frac{di_1}{dt} = \frac{V_s}{L_1} \quad \Rightarrow \quad i_1 = \frac{1}{L_1}\int V_s dt$$

De même pour les courants i_1 et i_2

En utilisant l'équation (1-11) on peut écrire :

$$i = \frac{1}{L_{eq}} \int V_s\, dt = \frac{1}{L_1} \int V_s\, dt + \frac{1}{L_2} \int V_s\, dt + \frac{1}{L_3} \int V_s\, dt$$

Donc en déduit

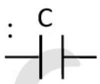
$$\frac{1}{L_{eq}}\int V_s\, dt = \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3}\right) \int V_s \, dt$$

On peut dire que l'inductance équivalente des trois inductances montées en parallèle est définie par la relation suivante :

$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} \qquad (1\text{-}12)$$

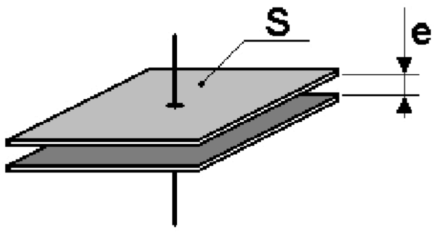
II .2.1.6. La capacité d'un condensateur

La capacité C est une grandeur qui se mesure en faraday (F). Son schema électrique est représenté dans la figure suivante :



La capacité peut être calculée avec la formule suivante :

$$C = \varepsilon_r \; \varepsilon_0 \; \frac{S}{e}$$



C se mesure en faraday (F)

avec :S : surface de la plus petite des armatures en m²

e : épaisseur du diélectrique en m.

ε_0 est la permittivité du vide et $\varepsilon_r$est la permittivité ou constante diélectrique de l'isolant

En pratique on prendra ε_0 égal à $8{,}85.10^{-12}$.Pour le vide $\varepsilon_r$est égal à 1

L'air sec a une permittivité très proche de celle du vide.

Dans un condensateur de capacité C; le courant $i_c(t)$ et la tension $U_c(t)$ sont liés à chaque instant par l'expression suivante:

$$i_c(t) = C\frac{dU_c(t)}{dt} \qquad (1\text{-}13)$$

C se mesure en faraday (F)

De même on peut déduire à partir de cette équation on peut déduire la tension $U_c(t)$:

(1-14)

$$U_C = \frac{1}{C} \int U_C(t)$$

Donc si la tension est continue (U reste constante), alors le courant qui la traversant la capacité est nulle. Donc **en régime continu une capacité se comporte comme un circuit ouvert.**

II .2.1.7. Association des condensateurs en série

Considérant le montage en série (figure 2.10) des condensateurs de capacités, C_1, C_2 et C_3

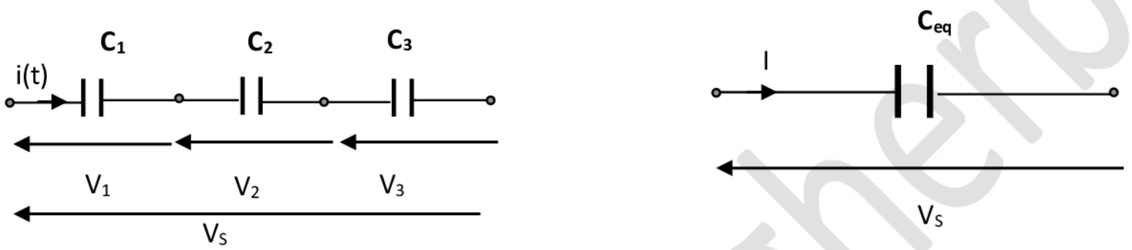


Fig.2.10. Association des condensateurs en série

On peut écrire :

$$V_s(t) = V_1(t) + V_2(t) + V_2 (t) \qquad (*)$$

La tension $V_s(t)$ aux bornes des trois condensateurs remplacer par un condensateur équivalent C_{eq} est

$$V_s(t) = \frac{1}{C_{eq}} \int i(t)dt \qquad (1\text{-}15)$$

Les tensions aux bornes de chaque condensateur :

$$V_1 = \frac{1}{C_1} \int i(t)dt$$
$$V_2 = \frac{1}{C_2} \int i(t)dt$$
$$V_3 = \frac{1}{C_3} \int i(t)dt$$

En utilisant l'équation (*) on peut écrire :

$$\boldsymbol{V_s}(t) = \frac{1}{C_1}\int i(t)dt + \frac{1}{C_2}\int i(t)dt + \frac{1}{C_3}\int i(t)dt$$
$$\boldsymbol{V_s}(t) = \left[\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right]\int i(t)dt$$

D'après l'équation (1-15), On peut déduire que:

(1-16)

$$\boldsymbol{\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}}$$

D'une manière générale, si n condensateurs de capacités $C_1, C_2, ..., C_n$, sont montés en série, le condensateur équivalent a la capacité C telle que :

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i} \qquad (1\text{-}17)$$

II .2.1.8. Association des condensateurs en parallèle

Dans la figure ci-dessous On a représenté le montage en parallèle trois condensateurs de C_1, C_2 et C_3 :

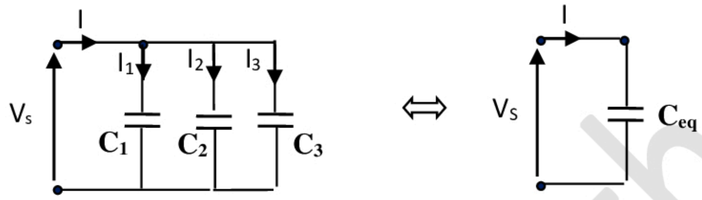


Fig.2.11. Association des condensateurs en parallèle

La tension V_s est les tensions appliquées sur chaque condensateurs V_1 ; V_2 et V_3 sont égaux :

$$V_s = V_1 = V_2 = V_3$$

Les courants sont liés par l'équation ci dessous selon la 1ere loi de Kirchhoff :

$$i = i_1 + i_2 + i_3 \qquad (**)$$

Le courant passant à travers un condensateur de capacité C est lié à la tension à ces bornes
Par la relation:

$$i(t) = C_{eq}\frac{dV_s(t)}{dt}$$

A partir de l'équation (**) on peut écrire :

$$i(t) = C_{eq}\frac{dV_s(t)}{dt} = C_1\frac{dV_s(t)}{dt} + C_2\frac{dV_s(t)}{dt} + C_3\frac{dV_s(t)}{dt}$$

$$C_{eq}\frac{dV_s(t)}{dt} = [C_1 + C_2 + C_3]\frac{dV_s(t)}{dt}$$

Il vient donc après simplification on déduit :

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 \qquad (1\text{-}18)$$

D'une manière générale, la capacité C du condensateur équivalent à N condensateurs montés en parallèle, de capacité C_1, C_2 et C_3 est :

$$C_{eq} = \sum_{i=1}^{N} C_i \qquad (1\text{-}19)$$