جامعة محمد خيضر بسكرة
قسم علوم المادة
مقياس : رياضيات I

السنة الدراسية: 2022/2023
التاريخ: 02/11/2022

سلسلة الأعمال الموجهة رقم 2 (العلاقات و التطبيقات)

تمرين 1 : حدد ما إذا كانت العلاقات التالية انعكاسية ، تناظرية ، ضد تناظرية أو متعدية:

(1) $x\mathscr{R}y \iff x = -y$ و $E = \mathbb{Z}$

(2) $x\mathscr{R}y \iff \cos^2 x + \sin^2 y = 1$ و $E = \mathbb{R}$

(3) $x\mathscr{R}y \iff \exists p, q \geq 1,\ y = px^q$ و $E = \mathbb{N}$
حيث p و q أعداد طبيعية.

تمرين 2 : نعرف في $\mathbb{R}^2$ العلاقة $\mathscr{R}$ كما يلي:

$$(x, y)\mathscr{R}(x', y') \iff x = x'.$$

(1) أثبت أن $\mathscr{R}$ علاقة تكافؤ.

(2) أوجد صنف تكافؤ العنصر $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$.

تمرين 3 : نعرف على المجموعة $\mathbb{R}$ العلاقة التالية

$$x\mathscr{R}y \iff x^2 - y^2 = x - y.$$

(1) أثبت أن $\mathscr{R}$ علاقة تكافــؤ.

(2) أوجد صنف تكافــؤ العنصر x من $\mathbb{R}$.

(3) كم يوجد من عنصر في هذه الفئة؟

تمرين 4 : 1) لتكن $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ حيث $x \mapsto x^2$ و لتكن $A = [-1, 4]$. أوجد:

A) الصورة المباشرة للمجموعة A بواسطة التطبيق f

B) الصورة العكسية للمجموعة A بواسطة التطبيق f.

2) لنكن الدالة $\sin : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

A) ماهي الصورة المباشرة بواسطة $\sin$ للمجموعة $\mathbb{R}$؟ و المجموعة $[0, 2\pi]$؟ و المجموعة $[0, \pi/2]$؟

B) ماهي الصورة العكسية بواسطة $\sin$ للمجموعة $[0, 1]$؟ و المجموعة $[3, 4]$؟ و المجموعة $[1, 2]$؟

تمرين 5 : هل الدوال التالية متباينة؟ غامرة؟ تقابلية؟

$$f_1 : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z},\ n \mapsto 2n,\ f_2 : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z},\ n \mapsto -n$$

$$f_3 : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto x^2,\ f_4 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+,\ x \mapsto x^2$$

$$f_5 : \mathbb{C} \to \mathbb{C}, z \mapsto z^2.$$

تمرين 6 : لنكن f و g الدوال المعرفة من $\mathbb{N}$ نحو $\mathbb{N}$ المعرفة كما يلي $f(x) = 2x$ و

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} & \text{إذا كان } x \text{ زوجي} \\ 0 & \text{إذا كان } x \text{ فردي} \end{cases}$$

أوجد $f \circ g$ و $g \circ f$.

هل الدوال f و g متباينة؟ غامرة؟ تقابلية؟