جامعة محمد خيضر بسكرة
قسم علوم المادة
مقياس : رياضيات $I$

السنة الدراسية: 2022/2023
التاريخ: 16/10/2022

# سلسلة الأعمال الموجهة رقم 3 (الدوال الحقيقية)

**تمرين 1 :** . احسب النهايات التالية إذا كانت موجودة.

**1.** $\lim\limits_{x\to 5^+} \dfrac{x^2-11x+28}{x^2-25}$ **2.** $\lim\limits_{x\to 5^-} \dfrac{x^2-11x+28}{x^2-25}$

**3.** $\lim\limits_{x\to 5^+} \dfrac{x^2-9x+20}{x^2-25}$ **4.** $\lim\limits_{x\to 5^-} \dfrac{x^2-9x+20}{x^2-25}$

**تمرين 2 :** احسب النهايات التالية :

**1.** $\lim_{x\to+\infty} \sqrt{x+4}-\sqrt{x-4}$ **2.** $\lim_{x\to+\infty} \sqrt{x^2-1}-x$

**تمرين 3 :** بإستعمال التعريف أي أوجد $(\epsilon,\delta)$، لدراسة نهاية الدالة $x^3$ عند 1.

**تمرين 4 :** لتكن الدالة $g$ المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي :

$$g(x)=\begin{cases}\frac{1}{\ln|x|} & \text{إذا كان } x\notin\{0,-1,1\}\\ 0 & \text{إذا كان } x=0,-1,1\end{cases}$$

في أي نقاط $g$ مستمرة؟

**تمرين 5 :** 1) لتكن الدالة $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ المعرفة كمايلي

$$f(x)=\begin{cases}(ax)^2 & \text{إذا كان } x\le 1,\\ a\sin(\frac{\pi}{2}x) & \text{إذا كان } x>1\end{cases}$$

حيث $a\in\mathbb{R}$ ثابت حقيقي. ماهي قيم $a$ حتى تكون الدالة $f$ مستمرة؟

2) أوجد كل قيم الثابت $\alpha,\beta,\gamma\in\mathbb{R}$ حتى تكون الدالة $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ التالية مستمرة :

$$g(x)=\begin{cases}1 & \text{إذا كان } x\le 0,\\ \alpha e^{-x}+\beta e^{x}+\gamma x(e^{x}-e^{-x}) & \text{إذا كان } 0<x<1,\\ e^{2-x} & \text{إذا كان } x\ge 1.\end{cases}$$

**تمرين 6 :** لتكن الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$ كمايلي :

$$f(x)=\frac{1+x}{x^3+1}.$$

أثبت أنه يمكننا تمديد الدالة $f$ بالإستمرار عند النقطة $-1$.
حدد القيمة المأخوذة عند $-1$ لهذا التمديد.

**تمرين 7 :** هل الدوال التالية قابلة للاشتقاق في$0$ ؟

$$f(x)=\frac{x}{1+|x|},\quad g(x)=\begin{cases}x\sin(x)\sin(1/x) & \text{إذا كان } x\neq 0\\ 0 & \text{إذا كان } x=0.\end{cases},\qquad h(x)=|x|\sin x.$$

**تمرين 8 :** أوجد $a,b\in\mathbb{R}$ بحيث تكون الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}_+$ كما يلي

$f(x)=ax^2+bx+1$ إذا كان $x>1$ و $f(x)=\sqrt{x}$ إذا كان $0\le x\le 1$

قابلة للإشتقاق عند $1$.

**تمرين 9 :** أدرس قابلية إشتقاق الدوال التالية على $\mathbb{R}$ :

$$f(x)=\begin{cases}x^2\sin\left(\frac{1}{x}\right) & x\neq 0\\ 0 & x=0\end{cases}\qquad g(x)=\begin{cases}x^3\sin\left(\frac{1}{x}\right) & x\neq 0\\ 0 & x=0.\end{cases}$$

**تمرين 10 :** أحسب المشتق من الدرجة $n$ للدوال التالية :

$$\mathbf{1}.x\mapsto x\exp(x)\qquad \mathbf{2}.x\mapsto x^2\sin x$$
$$\mathbf{3}.x\mapsto x^{n-1}\ln(1+x).$$

**تمرين 11 :** لتكن $n\in\mathbb{N}$. أثبت أن المشتق من الدرجة $n+1$ للدالة : $x^ne^{1/x}$ هو

$$\frac{(-1)^{n+1}}{x^{n+2}}e^{1/x}.$$