Chapitre II Rappels sur les lois fondamentales De l'électricité

II.2. Régime Sinusoïdal

Lorsque la tension aux bornes d'un dipôle n'est pas continue on dit que le régime **est dépendant du temps** : à l'instant t, la tension prend une valeur que l'on note $v\ (t)$. $v\ (t)$ est donc une fonction mathématique. Si $v\ (t)$ est une fonction **périodique** ou la tension reprend les mêmes valeurs après **une période T** on dit que c'est un **régime périodique**.

Le **régime** alternatif **sinusoïdal** est un régime périodique ou les signaux périodiques possèdent une valeur moyenne nulle et décrivent une sinusoïde. Ce régime est appelé aussi **régime harmonique**.

II.4.1. Tension sinusoïdale

La forme générale d'une tension sinusoïdale est définie par l'équation :

$$\boldsymbol{v(t) = V_{max}\ \sin(\omega t + \varphi)} \quad (1\text{-}20)$$

Dans laquelle :

-V_{max} est **l'amplitude** de la tension

-$(\omega t + \varphi)$ est la phase instantanée

-φ est la phase à l'origine

-ω est la pulsation $\omega = 2\pi f$, ou f est la fréquence mesurée en hertz

$$\boldsymbol{f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}} \quad (1\text{-}21)$$

Une telle tension a pour période T.

Remarque

- Comme $-1 < \sin(\omega t + \varphi) < +1$ alors $-V_{max} < v(t) < +V_{max}$ on appelle tension crête à crête l'écart $V_{c\ à\ c} = 2V_{max}$

II.4.2. Valeur moyenne et efficace d'une grandeur sinusoïdale :

II.4.2.1. Valeur moyenne d'une tension sinusoïdale

Soit la valeur instantanée de la tension v(t) : $v\,(t) = V_{max}\ \sin(\omega t)$

La tension moyenne se calcule selon la relation suivante sur une période T :

$$V_{moy} = \frac{1}{T}\int_0^T V_{max}\ \sin(\omega t)\ dt$$

Apres calcul **:** $\boldsymbol{V_{moy} = 0}$ (1-22)

II.4.2.2. Valeur efficace d'une tension sinusoïdale

La valeur efficace d'une tension sinusoïdale est définit par :

$$V_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v(t)^2\ \ dt}$$

$$V_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T (V_{max}\ \ \sin(\omega t))^2\ \ dt}$$

$$\mathbf{V_{eff} = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}}} \quad (1\text{-}23)$$

- Dans un circuit, **le voltmètre** ou **l'ampèremètre** indique respectivement **la valeur efficace** de la **tension** et du **courant** mesurés.

II.4.3.Représentation des grandeurs sinusoïdales (voir les détails dans les séances de cours):

II.4.3.0.Représentation (Diagramme) de Fresnel

Pour faciliter les calculs lors de l'étude des associations de dipôles en série et en parallèle on utilise une représentation vectorielle des grandeurs sinusoïdales appelée diagramme de Fresnel.

La représentation de Fresnel c'est une représentation vectorielle permet de représenter la tension *v(t)* et le courant *i(t)* d'un circuit électrique par des vecteurs $\vec{V}$et $\vec{I}$ dans une base orthonormée.

Ainsi pour un courant sinusoïdal : $i(t) = I_{max}\ \sin(\omega t + \varphi_i) = I_{eff}\sqrt{2}\ \sin(\omega t + \varphi_i)$

Dans le diagramme de Fresnel, on lui associer un vecteur $\vec{I}$ définit par :

$$\|\vec{I}\| = \boldsymbol{I_{eff}} \quad (1\text{-}24)$$

$$(OX;\vec{I}) = \boldsymbol{\varphi}$$

Le tracer de diagramme de Fresnel du courant i(t) après avoir définit un échelle :

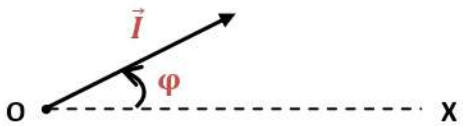


Fig.2.12. Le Diagramme de Fresnel du courant i(t)

<u>Exemple</u>

Soit la valeur instantanée d'un courant sinusoïdal :

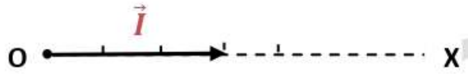
$$i(t) = 4.24 \sin(\omega t)$$

La représentation de Fresnel du courant i(t) est un vecteur $\vec{I}$ définit :

$$\overrightarrow{\|I\|} = \boldsymbol{I_{eff}} = \frac{\mathbf{4.24}}{\sqrt{\mathbf{2}}} = \mathbf{2.99 \approx 3A}$$

$$(\mathrm{OX}; \vec{\mathrm{I}}) = \boldsymbol{\varphi = 0°}$$

Une échelle de 1cm correspond à 1.5 cm permet de tracer la représentation de Fresnel :



<u>II.4.3.1. Représentation complexe</u>

La souplesse que présente le calcul dans le plan complexe fait recourt à une représentation d'une valeur instantanée sinusoidale du courant ou d'une tension par un nombre complexe :

Dans ce qui suit on va adopter la notation j (avec $\boldsymbol{j^2 = -1}$) pour éviter toute confusion avec le courant *i*.

Considérant un courant sinusoïdal : $i(t) = I_{max} \sin(\omega t + \varphi_i) = I_{eff}\sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi_i)$

On peut représenter $i(t)$ dans le plan complexe par le courant $\bar{I}$ complexe qui s'écrit :

$$\boldsymbol{\bar{I} = I_{eff}\, e^{j\varphi_i} = I_{eff}\,[\cos(\varphi_i) + j \sin(\varphi_i)]} \qquad (1\text{-}25)$$

Exemple :

Soit la valeur instantanée d'un courant sinusoïdal :

$$i(t) = 4\sqrt{2} \sin(\omega t + 30°)$$

Dans le plan complexe i(t) est représenté par le courant $\bar{I}$ complexe qui s'écrit :

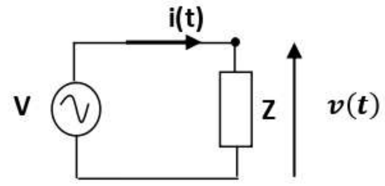
$$\bar{I} = 4\, e^{j30°} = 4\,[\cos(30°) + j \sin(30°)]$$

$$\bar{I} = 3.46 + j\,2$$

Notion d'Impédance complexe

Dans le régime sinusoïdal on introduit une grandeur complexe notée **Z** et appelé **impédance complexe du circuit :**

$\boldsymbol{\bar{V} = \bar{Z} * \bar{I}}$ C'est la **loi d'ohm** dans le régime sinusoïdal



$$\boldsymbol{\bar{Z} = \frac{\bar{V}}{\bar{I}}} \qquad (1\text{-}26)$$

Elle s'écrit sous la forme algébrique :

$$\boldsymbol{\bar{Z} = R + jX}$$

Ou R est la résistance et **X** est la **réactance**

Sous la forme exponentielle Z s'écrit :

$$\bar{Z} = |Z|e^{j\varphi} \quad (1\text{-}27)$$

Ou :

$$|Z| = \sqrt{R^2 + X^2}$$

$$\varphi = argument\ de\ Z = Arctg\left(\frac{X}{R}\right)$$

Remarque 1:

- $|Z| = \frac{V_{eff}}{I_{eff}}$ (1-28)
- $argument\ de\ Z = \varphi = \varphi_V - \varphi_i$

φ_V et φ_i sont respectivement les arguments des tension $\bar{V}$ et courant $\bar{I}$ complexes.

Remarque 2:

Dans un circuit alimenté par une tension sinusoïdale :

- Si la **réactance X** de l'impédance équivalente Z **est de signe positif** alors **le circuit est dit inductif**.
- Si **la réactance X** de l'impédance équivalente Z **est de signe négatif** alors **le circuit est dit Capacitif.**
- Si **la réactance X** de l'impédance équivalente Z **est nulle** alors **le circuit est dit purement résistif.**

Remarque 3 :

L'inverse de l'impédance complexe Z est appelé admittance et est noté *Y*.

$$Y = \frac{1}{Z} \quad (1\text{-}29)$$

Les dipôles de résistance, inductance et condensateur dans le régime sinusoïdal :

Pour simplifier, dans ce qui suit **on prend le courant comme référence**, la phase à l'origine est nulle. On a donc :

$$i(t) = I_{max}\ \sin(\omega t) = I_{eff}\sqrt{2}\ \sin(\omega t)$$

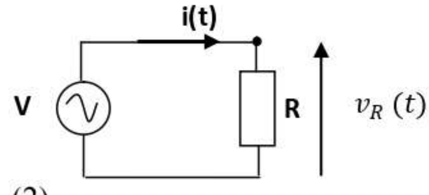
Appliquant la loi d'ohm pour chaque cas des dipôles de résistance, inductance et condensateur.

II.4.3.1. Cas de la résistance R

La tension aux bornes d'une résistance alimentée par une source sinusoïdale est de la forme:

$v_R(t) = V_{max}\ \sin(\omega t + \varphi_R) = V_{eff}\sqrt{2}\ \sin(\omega t + \varphi_{V_R})$ (1)

φ_{V_R} : C'est la phase à l'origine de la tension $v_R(t)$



Selon la loi d'ohm on peut écrire :

$\boldsymbol{v_R(t) = R\ i(t) = R}\ I_{eff}\sqrt{2}\ \sin(\omega t) = V_{eff}\ \sqrt{2}\ \sin(\omega t)$ (2)

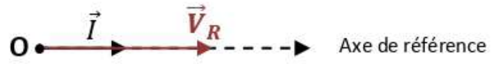
Par comparaison des équations (1) et (2), on peut déduire que :

$$V_{R\,eff} = R\ I_{eff} \quad \text{et} \quad \varphi_{V_R} = 0 \quad (1\text{-}30)$$

La tension $v_R(t)$ et le courant *i(t)* ***sont en phase***

Diagramme de Fresnel

Le diagramme de Fresnel permet de représenter graphiquement la tension $v_R(t)$ et le courant *i(t)* par des vecteurs $\vec{I}$ et $\vec{V_R}$ dans une base orthonormée.



Représentation complexe (impédance d'une résistance Z_R)

On considère $\underline{I}$ est la représentation complexe d'un courant sinusoïdale i(t) pris comme référence (la phase à l'origine φ_i=0) ayant comme expression instantanée :

$i(t) = I_{max} \sin(\omega t + 0)$

On peut écrire aussi :

$i(t) = \boldsymbol{I_{eff}}\sqrt{2} \sin(\omega t + 0)$

La loi d'ohm au bornes d'une résistance R conduit à :

$v_R(t) = R \, . \, i(t)$

$v_R(t) = R \, . \, \boldsymbol{I_{eff}}\sqrt{2} \sin(\omega t + 0)$ (1-31)

Or la forme de la valeur instantanée

$v_R(t) = \boldsymbol{V_{eff}}\sqrt{2} \sin(\omega t + 0)$ (1-32)

Par comparaison les deux expressions (1-31) et (1-32) on peut déduire que :

$\boldsymbol{V_{eff} = R \, I_{eff}}$

Donc : Le courant en nombre complexe s'écrit $I = I_{eff} \, e^{j0}$

La tension $v_R(t)$ en nombre complexe s'écrit $v_R = R. I_{eff} \, e^{j0}$

L'impédance complexe Z_R d'une résistance est définit par la relation suivante :

$$Z_R = \frac{U_R}{I} = \frac{R. \, I_{eff} \, e^{j0}}{I_{eff} \, e^{j0}} = R. e^{j0} = R. [\cos(0) + j \sin(0)]$$

$$\boldsymbol{Z_R = R + j\,0 = R} \quad (1\text{-}33)$$

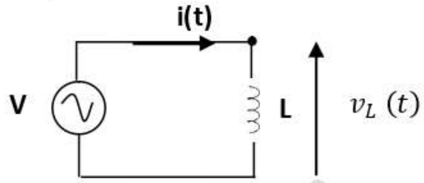
L'impédance Z d'une résistance est un nombre réel

II.4.3.2. Cas de la bobine d'inductance L

La tension aux bornes d'une bobine d'inductance L alimentée par une source sinusoïdale est de la forme:

$v_L\ (t) = V_{max}\ \ \sin(\omega t + \varphi_L) = V_{eff}\ \sqrt{2}\ \sin(\omega t + \varphi_{V_L})$ (1)

φ_{V_L} : C'est la phase à l'origine de la tension $v_L\ (t)$



La tension aux bornes d'une bobine d'inductance L est donc :

$v_L(t) = L\frac{di}{dt} = L\frac{d}{dt}\left(I_{eff}\sqrt{2}\ \sin(\omega t)\ \right) = L\omega\, I_{eff}\sqrt{2}\ \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$ *(2)*

Par comparaison des équations (1) et (2), on peut déduire que :

$$\boldsymbol{V_{L\,eff} = L\omega\, I_{eff}} \qquad \textbf{et} \qquad \boldsymbol{\varphi_{V_L} = \frac{\pi}{2}} \qquad \text{(1-34)}$$

Donc pour une bobine d'inductance L, **la tension $\boldsymbol{v_L(t)}$ est en avance de 90° par rapport au courant i(t).** Ou bien **le courant est en retard de 90°par rapport à la tension**.

Diagramme de Fresnel

Le diagramme de Fresnel permet de représenter graphiquement la tension $v_L(t)$ et le courant *i(t)* par des vecteurs $\vec{I}$ et $\vec{V_L}$ dans une base orthonormée

$|\vec{V_L}| = L\ \omega\ I_{eff}$

<u>**Représentation complexe (impédance d'une inductance L : Z_L)**</u>

Le courant sinusoïdal i(t) pris comme référence ayant comme expression instantanée :

$i(t) = I_{max}\ \sin(\omega t + 0)$

On peut écrire aussi :

$i(t) = \boldsymbol{I_{eff}}\sqrt{2}\ \sin(\omega t + 0)$

La tension au bornes d'ohm d'une bobine d'inductance L conduit à :

$v_L(t) = L\frac{di}{dt} = L\frac{d}{dt}\left(I_{eff}\sqrt{2}\ \sin(\omega t)\ \right) = \boldsymbol{L\omega\ I_{eff}}\sqrt{2}\ \sin\left(\omega t + \boldsymbol{\frac{\pi}{2}}\right) = \boldsymbol{V_{eff}}\sqrt{2}\ \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$

On peut déduire que $\boldsymbol{V_{Leff} = L\omega\ I_{eff}}$

En nombre complexe on a : $I = I_{eff}\ e^{j0}$

La tension $v_L(t)$ en nombre complexe s'écrit $V_L = L\omega . I_{eff}\ e^{j\frac{\pi}{2}}$

L'impédance complexe Z_L d'une inductance est définit par la relation suivante :

$$Z_L = \frac{V_L}{I} = \frac{L\omega.\ I_{eff}\ e^{j\frac{\pi}{2}}}{I_{eff}\ e^{j0}} = L\omega.e^{j\frac{\pi}{2}} = L\omega.\left[\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + j\ \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right]$$

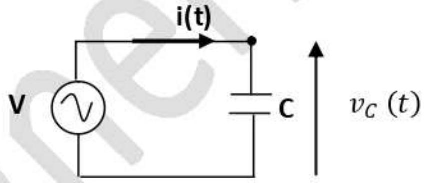
$$\boldsymbol{Z_L = 0 + j\,L\omega = j\,L\omega = j\,X_L} \qquad (1\text{-}35)$$

X_L est appelée **réactance inductance**

L'angle de déphasage entre la tension et le courant est de $\frac{\pi}{2}$

II.4.3.3. Cas de d'un condensateur de capacité C

La tension aux bornes d'un condensateur de capacité C alimenté par une source sinusoïdale est de la forme:



$v_C\ (t) = V_{max}\ \ \sin(\omega t + \varphi_C) = \ V_{eff}\ \sqrt{2}\ \sin(\omega t + \varphi_{V_C})$ (1)

φ_{V_C} : C'est la phase à l'origine de la tension $v_C\ (t)$

La tension aux bornes d'un condensateur de capacité C est donc :

$$v\ (t\ ) = \frac{1}{C}\int i(t)\ dt = \frac{I_{eff}}{C\omega}\sqrt{2}\ \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Par comparaison des équations (1) et (2), on peut déduire que :

$$\boldsymbol{V_{C\,eff} = \frac{1}{C\omega}\,I_{eff}} \qquad \textbf{et} \qquad \boldsymbol{\varphi_{V_L} = \frac{\pi}{2}} \qquad (1\text{-}36)$$

Pour d'un condensateur de capacité C, **la tension $v_C(t)$ est en retard de 90° par rapport au courant i(t).**

Ou bien **le courant est en avance de 90°par rapport à la tension**.

Diagramme de Fresnel

Le diagramme de Fresnel permet de représenter graphiquement la tension $v_C(t)$ et le courant *i(t)* par des vecteurs $\vec{I}$ et $\overrightarrow{V_C}$ dans une base orthonormée

$$|\vec{V}_C| = \frac{I_{eff}}{C\ \omega}$$

<u>Représentation complexe (impédance d'une capacité C : Z_C)</u>

Le courant sinusoïdal $i(t)$ pris comme référence ayant comme expression instantanée :
$i(t) = \boldsymbol{I_{eff}}\sqrt{2}\ \sin(\omega t + 0)$

La tension au bornes d'un condensateur de capacité C conduit à :

$$v_C(t) = \frac{1}{C}\int i(t)\ dt = \frac{I_{eff}}{C\omega}\sqrt{2}\ \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$v_C(t) = \boldsymbol{V_{eff}}\sqrt{2}\ \sin\left(\omega t - \boldsymbol{\frac{\pi}{2}}\right)$$

On peut déduire que $\boldsymbol{V_{eff} = \frac{I_{eff}}{C\omega}}$ (1-37)

En nombre complexe on a : $I = I_{eff}\ e^{j0}$

La tension $v_C(t)$ en nombre complexe s'écrit $V_C = \frac{\boldsymbol{I_{eff}}}{\boldsymbol{C\omega}}\ e^{-j\frac{\pi}{2}}$

L'impédance complexe Z_C d'un condensateur de capacité C est définit par la relation suivante :

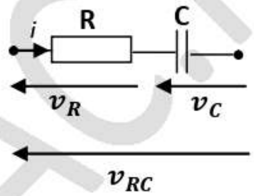
$$Z_C = \frac{V_C}{I} = \frac{\frac{I_{eff}}{C\omega}e^{-j\frac{\pi}{2}}}{I_{eff}\ e^{j0}} = \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{C\omega}}.e^{-j\frac{\pi}{2}} = \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{C\omega}}.\left[\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + j\ \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right]$$

$$\boldsymbol{Z_L = 0 - j\ \frac{1}{C\omega} = -\frac{j}{C\omega} = -j\,X_C} \qquad (1\text{-}38)$$

X_C est appelée **réactance** capacitive

II.4.3.4.Cas des dipôles de nature différente

<u>a. Cas d'un dipôle R-C en série</u>

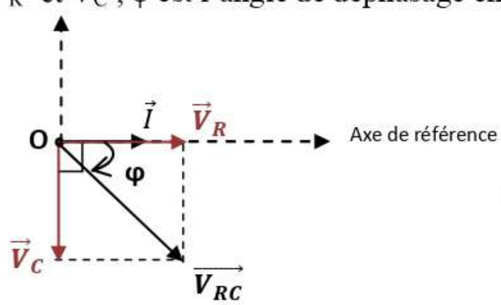


$$v_{RC}\ (t) = v_R + v_C = V_{eff\ R-C}\,.\sqrt{2}\ \sin(\omega t + \varphi_{RC})$$

Le vecteur $\overrightarrow{V_{RC}}$ et la somme des vecteurs $\overrightarrow{V_R}$ et $\overrightarrow{V_C}$; φ est l'angle de déphasage entre les vecteurs $\overrightarrow{V_{RC}}$ et $\overrightarrow{I}$.

$\overrightarrow{V_{RC}} = \vec{V}_R + \overrightarrow{V_C}$

Diagramme de Fresnel



$$\varphi = \tan^{-1}\left(-\frac{1}{RC\omega}\right)$$

Le module du vecteur $|\overrightarrow{V_{RC}}|$ n'est que la valeur efficace $V_{RC\ eff}$

$$V_{RCeff}^{2} = \sqrt{V_R^2 + V_C^2} = \sqrt{\left(R\, I_{eff}\right)^2 + \left(\frac{I_{eff}}{C\omega}\right)^2}$$

$$\boldsymbol{V_{RCeff} = I_{eff}\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2}} \qquad (1\text{-}39)$$

L'angle ϕ peut être déterminé :

A partir du diagramme de Fresnel : $\tan(\varphi_{RC}) = \frac{-\frac{1}{C\omega}}{R} = -\frac{1}{RC\omega}$

$$\boldsymbol{\varphi_{RC} = \tan^{-1}\left(-\frac{1}{RC\omega}\right)}$$

<u>Représentation complexe (impédance d'une Charge R-C série : Z_{RC})</u>

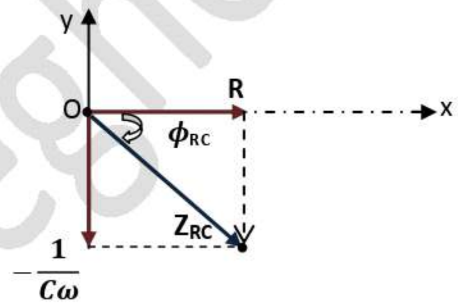
La valeur instantanée de la tension au bornes de la charge RC est définie par :

$$v_{RC}(t) = v_R + v_C = V_{eff\,R-C}\,.\sqrt{2}\,\sin(\omega t + \varphi_{RC})$$

Cette équation en représentation complexe est définie par :

$$\bar{V}_{RC} = \overline{V_R} + \overline{V_C}$$

$$\bar{V}_{RC} = R\, I_{eff}\, e^{j\,0} + \frac{I_{eff}}{C\omega}\, e^{-j\frac{\pi}{2}} = I_{eff}\left[R - j\,\frac{1}{C\uparrow\omega}\right] = I_{eff}\ \overline{Z_{RC}}$$



<u>Impédance d'une Charge R-C série</u>

$$\overline{Z_{RC}} = \frac{\overline{V_{RC}}}{\overline{I}} = \frac{I_{eff}\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2}\ e^{j\,\varphi_{RC}}}{I_{eff}\ e^{j\,0}} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2}\ e^{j\,\varphi_{RC}} \qquad (1\text{-}40)$$

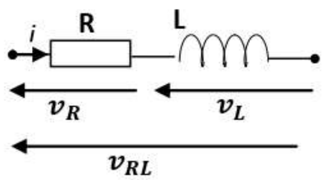
$$\boldsymbol{\overline{Z_{RC}} = \bar{Z}_R + \overline{Z_C} = R - j\frac{1}{C\omega}}$$

<u>b. Cas d'un dipôle R-L en série</u>

<u>Représentation vectorielle (Fresnel)</u>

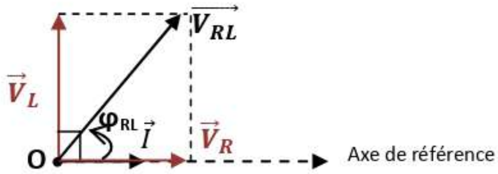
Le vecteur $\overrightarrow{V_{RL}}$ et la somme des vecteurs $\overrightarrow{V_R}$ et $\overrightarrow{V_C}$; φ_{RL} est l'angle de déphasage entre les vecteurs $\overrightarrow{V_{RL}}$ et $\vec{I}$.

$$\overrightarrow{V_{RL}} = \overrightarrow{V_R} + \overrightarrow{V_L}$$



$$v_{RL}(t) = v_R + v_L = V_{effR-L}\sqrt{2}\,\sin(\omega t + \varphi) \qquad (**)$$

Diagramme de Fresnel diagramme vectoriel pour la charge R-L



$$\varphi_{RL} = \tan^{-1}\left(\frac{L\omega}{R}\right)$$

D'après ce diagramme vectoriel on peut déterminer la valeur efficace V_{RLeff} et l'angle de déphasage φ_{RL}

$$V_{RLeff}^2 = \sqrt{V_{Reff}{}^2 + V_{L\,eff}{}^2}$$

$$V_{RLeff} = \sqrt{\left(R\ I_{eff}\right)^2 + \left(L\omega\ I_{eff}\right)^2}$$

$$\boldsymbol{V_{RLeff} = I_{eff}.\sqrt{(R)^2 + (L\omega)^2}}$$

L'angle de déphasage φ_{RL} (1-41)

$$\tan(\varphi_{RL}) = \frac{V_L}{V_R} = \frac{L\omega\ I_{eff}}{R\ I_{eff}} = \frac{L\omega}{R}$$

$$\boldsymbol{\varphi_{RL} = \tan^{-1}\left(\frac{L\omega}{R}\right)}$$

<u>Représentation complexe (impédance d'une Charge R-C série : Z_{RL})</u>

L'equation (**) en représentation complexe est définie par :

$$\overline{V_{RL}} = \overline{V_R} + \overline{V_L}$$

$$\overline{V_{RL}} = V_{RLeff}\ e^{j\,\varphi_{RL}}$$

<u>L'impédance complexe $\overline{Z_{RL}}$</u>

$$\overline{Z_{RL}} = \frac{\overline{V_{RL}}}{\overline{I}} = \frac{V_{RLeff}\ \ e^{j\,\varphi_{RL}}}{I_{eff}\ \ e^{j\,0}} = \frac{I_{eff}\,.\sqrt{(R)^2 + (L\omega)^2}\ \ e^{j\,\varphi_{RL}}}{I_{eff}\ \ e^{j\,0}}$$

$$\boldsymbol{\overline{Z_{RL}} = \sqrt{(R)^2 + (L\omega)^2}\,.\ e^{j\,\varphi_{RL}}} \qquad (1\text{-}42)$$

$$\boldsymbol{\overline{Z_{RL}} = \overline{Z_R} + \overline{Z_L} = R + j\,L\omega}$$

<u>Les puissances en monophasée</u>

<u>La puissance instantanée</u>

On définit la puissance instantanée p(t) :

$$p(t) = v(t) * i(t) \qquad (1\text{-}43)$$

La puissance instantanée dépends du temps t elle varie à chaque instant

Puissance active

C'est la puissance réellement consommée elle s'exprime **en watt (W)** selon la formule suivante :

$$P = UI\cos(\varphi) \qquad (1\text{-}44)$$

- U et I sont respectivement les valeurs efficaces de la tension et du courant.
- $\cos(\varphi)$ est appelé facteur de puissance

Puissance réactive

Elle s'exprime **en Voltampère réactive (var)** selon la formule suivante :

$$Q = UI\sin(\varphi) \qquad (1\text{-}45)$$

Puissance apparente

Elle s'exprime **en Voltampère (VA)** selon la formule suivante :

$$S = U\,.I$$

On peut conclure que quelque soit φ **on a :**

$$S^2 = P^2 + Q^2 \qquad (1\text{-}46)$$

Théorème de Boucherot

Si on considère une source de tension qui alimente N dipôles ou chacun absorbe une puissance active Pi et une puissance réactive Qi.:

La puissance active totale fourni par la source et absorbée par les N dipôles est égale à la somme des puissances actives absorbées par chacun de ces dipôles:

$$P_T = \sum_{i=1}^{n} P_i \qquad (1\text{-}47)$$

La puissance réactive totale fournie par la source absorbée par les N dipôles est égale à la somme (algébrique) des puissances réactives absorbées par chaque dipôle:

$$Q_T = \sum_{i=1}^{n} Q_i \qquad (1\text{-}48)$$

Pour la puissance apparente, le théorème de Boucherot ne s'applique pas :

$$\boldsymbol{S_T \neq \sum_{i=1}^{n} S_i}$$

$$\mathbf{S_T} = \sqrt{\mathbf{P_T^2} + \mathbf{Q_T^2}} \qquad (1\text{-}49)$$

Puissance active, réactive et apparente dans les dipôles R, L et C

Résistance R (pure)

$\boldsymbol{P = UI\cos(\varphi)}$

- $\varphi = 0 \implies \cos\varphi = 1 \implies P = U\,I$ or $U = R\,I$

  Donc: $\boldsymbol{P = R\,I^2 = \frac{U^2}{R}}$ (1-50)
- $\varphi = 0 \implies \sin\varphi = 0 \implies \boldsymbol{Q = 0}$

➢ Si l'impédance d'un circuit est purement résistive alors la puissance réactive est nulle Q = 0. Ainsi la résistance n'emmagasine pas l'énergie : elle la dissipe en chaleur et ne la restitue donc pas à la source.

Bobine parfaite d'inductance L (pure : on néglige la résistance propre de la bobine)

- $\varphi = \frac{\pi}{2} \implies \cos\varphi = 0 \implies \boldsymbol{P = 0}$
- $\varphi = \frac{\pi}{2} \implies \sin\varphi = 1 \implies \boldsymbol{Q = U\,I}$
- U= Lω I donc $\boldsymbol{Q = L\omega\,I^2 = \frac{U^2}{L\omega}}$ (1-51)

➢ Dans bobine parfaite d'inductance L (pure), la puissance réactive Q_L est positive ($Q_L>0$) :on dit que la bobine parfaite d'inductance L consomme de la puissance réactive)

Condensateur de capacité C

- $\varphi = -\frac{\pi}{2} \implies \cos\varphi = 0 \implies \boldsymbol{P = 0}$
- $\varphi = -\frac{\pi}{2} \implies \sin\varphi = -1 \implies \boldsymbol{Q = -U\,I}$
- $U = \frac{I}{C\omega}$ donc $\boldsymbol{Q = -\frac{I^2}{C\omega} = -U^2\,C\omega}$ (1-52)

➢ Dans un condensateur, la puissance réactive Q_c est négative ($Q_c<0$) : on dit que le condensateur produit la puissance réactive)

- Si l'impédance d'un circuit est **purement réactive** (c-à-d. purement inductive ou purement capacitive) absence de résistance alors la puissance active est nulle **P = 0**.

Triangle de puissance

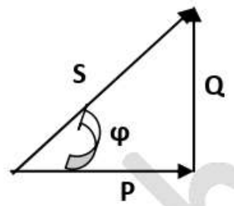
La puissance apparente peut s'écrire sous forme complexe, ainsi :

$\bar{S}$ = P + j Q = $\sqrt{(P^2 + Q^2)}\, e^{j\varphi}$

$S = \sqrt{(P^2 + Q^2)} = V\, I$

$\boldsymbol{S = V_{eff}\, I_{eff}}$

$\boldsymbol{P = S\ \cos(\varphi)}$ et $\boldsymbol{Q = S\ \sin(\varphi)}$



(1-53)

$\boldsymbol{\tan(\varphi) = \frac{Q}{P}}$

D'où on peut écrire : $\boldsymbol{Q = P\ \tan(\varphi)}$