السلسلة رقم 02 (المجموعات و التطبيقات)

التمرين 01:

لتكن A, B, C ثلاث مجموعات جزئية من مجموعة E

1) بين أن:

أ) $A \subset B \Rightarrow B^c \subset A^c$

ب) $(A \cap B) \cup \complement_E^B = A \cup \complement_E^B$

ج) $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \cup C)$

د) $(A \times C) \cup (B \times C) = (A \cup B) \times C$

2) بسط المجموعات التالية:

أ) $(\mathrm{A} \cup \mathrm{B})^{\mathrm{c}} \cap (\mathrm{A}^{\mathrm{c}} \cup \mathrm{C})^{\mathrm{c}}$

ب) $(A \cap B)^c \cup (A^c \cap C)^c$

3) نعرف الفرق بين مجموعتين A وB بـ $A \setminus B = A \cap B^c$

والفرق التناظري بـ $A\Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$

بين أن: $A\Delta B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$

التمرين 2:

ليكن التطبيق $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ المعرف بـ $f(x) = x^2 + 1$

و لتكن المجموعتان $A = [-3,2]$ و$B = [0,4]$

1) عين $f(A), f(B), f(A \cap B)$

2) قارن بين $f(A \cap B)$ و $f(A) \cap f(B)$

التمرين 03:

ليكن $f : E \to F$ تطبيق، A, B جزئين من E و X, Y جزئين من F، بين ما يلي:

1) $A \subset B \Rightarrow f(A) \subset f(B)$
2) $X \subset Y \Rightarrow f^{-1}(X) \subset f^{-1}(Y)$
3) $f(A \cap B) \subset f(A) \cap f(B)$
4) $f^{-1}(X \cap Y) = f^{-1}(X) \cap f^{-1}(Y)$
5) $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$
6) $f^{-1}(X \cup Y) = f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$
7) $A \subset f^{-1}(f(A))$ و $f(f^{-1}(X)) \subset X$
8) بين أنه: إذا كان f متباين فإن $f^{-1}(f(A)) = A$ و $f(A) \cap f(B) = f(A \cap B)$
9) بين أنه: إذا كان f غامر فإن $f(f^{-1}(X)) = X$

التمرين04:

ليكن التطبيقان $f : [0,1] \to [0,2]$ حيث $f(x) = 2 - x$ و $g : [-1,1] \to [0,2]$ حيث $g(x) = x^2 + 1$

1) هل f تقابل ؟ علل
2) هل g تقابل ؟ علل
3) عين المجموعات $f(\{1/2\})$, $f^{-1}(\{0\})$, $g([-1,1])$, $g^{-1}([0,2])$.
4) عين $f \circ g$ و $g \circ f$.

التمرين05:

ليكن التطبيقان $g : F \to G$ ، $f : E \to F$ بين أن:

1) f و g متباينين $\Leftarrow (g \circ f)$متباين
2) f و g غامرين $\Leftarrow (g \circ f)$ غامر
3) f و g تقابلين $\Leftarrow (g \circ f)$ تقابل
4) $(g \circ f)$ متباين $\Leftarrow f$ متباين
5) $(g \circ f)$ غامر $\Leftarrow g$ غامر

ملاحظة: أستاذ الأعمال الموجهة مكلف بتوجيه الطلبة لا بحل التمارين.