

## TD N°5 : Le bruit dans les communications analogiques

### Exercice N°1:

Considérons un processus aléatoire  $X(t)$  défini comme suit :

$$X(t) = A \cos(\omega t + \Theta)$$

où  $A$  et  $\omega$  sont des constantes et  $\Theta$  est une variable aléatoire uniformément répartie sur  $[-\pi, \pi]$ .

Montrer que  $X(t)$  est stationnaire au sens large.

### Exercice N°2 :

Nous supposons que le message  $M(t)$  est un processus aléatoire stationnaire au sens large avec la fonction d'autocorrélation :

$$R_M(\tau) = 16 \operatorname{sinc}^2(10^4 \tau)$$

On connaît aussi que toutes les réalisations du processus de message vérifient la condition :  $\max |m(t)| = 6$ .

Nous voulons transmettre ce message à une destination via un canal avec une atténuation de 50 dB et un bruit blanc additif de densité spectrale de puissance  $S_n(f) = N_0/2 = 10^{-12}$  W/Hz. Nous souhaitons également obtenir un SNR à la sortie du modulateur d'au moins 50 dB.

Quelle est la puissance d'émission et la bande passante de canal requises si nous utilisons les modulations suivantes ?

- 1- DSB AM.
- 2- SSB AM.
- 3- AM ordinaire avec un index de modulation  $\mu = 0.8$ .

### Exercice N°3 :

Montrer qu'en modulation d'amplitude sinusoïdale, le rapport signal sur bruit en sortie du détecteur d'enveloppe a pour expression :

$$\left(\frac{S}{N}\right)_s = \frac{\mu^2}{2 + \mu^2} \gamma$$

$\mu$  est l'index de modulation.

Le signal modulant a pour expression:  $X(t) = \cos(\omega_m t)$ .

Le coefficient  $\gamma$  a pour expression :  $\gamma = \left(\frac{S}{N}\right)_b = \frac{S_e}{N_0 B}$ .

$S_e$  est la puissance du signal AM à l'entrée du détecteur d'enveloppe.

La densité spectrale de puissance du bruit est donnée par :  $S_{nn}(f) = \frac{N_0}{2}$ .

### Rappels théorique :

1) Un processus aléatoire  $X(t)$  est dit *stationnaire au sens large* (SSL) si :

- sa moyenne conserve une valeur constante :  $E[X(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_X(x; t) dx = \mu_X$ ,

- son autocorrélation ne dépend que de l'écart de temps  $\tau$  :

$$E[X(t)X(t + \tau)] = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)x(t + \tau) f_X(x; t) dx = R_{XX}(\tau),$$

- sa fonction d'autocovariance ne dépend que de l'écart de temps  $\tau$  :  $C_{XX}(\tau) = R_{XX}(\tau) - \mu_X^2$ .

2) La puissance moyenne d'un processus SSL est indépendante de  $t$  et a pour valeur:

$$E[X^2(t)] = R_{XX}(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{XX}(f) df$$

$S_{XX}(f)$  est la densité spectrale de puissance.