المحور الثاني: مسائل النقل

– تعريف مسائل النقل:

تعتبر مشـكلة النقل حالة خاصـة من مسـائل البرمجة الخطية، والتي تهدف إلى إيجاد الأسـلوب الأمثل لتوزيع أو نقل مادة معينة من مناطق إنتاجها أو عرضـها إلى مناطق اسـتهلاكها أو طلبها، بحيث تكون تكلفة النقل الكلية أقل ما يمكن.

– طرق إيجاد الحل الأولي أو القاعدي في مسائل النقل:

قبل البدء بإيجاد الحل الأولي لأي مشكلة نقل يجب التحقق من كون تلك المشكلة متوازنة بمعنى تحقق شرط التوازن (مجموع العرض =مجموع الطلب)، وبعكسه يصبح النموذج غير متوازن (وسيتم التطرق لهذه الحالة في الحالات الخاصة).

بعد إيجاد الحل الأولي بإحدى الطرق الثلاث يجب أن يحقق الشرط الآتي: عدد الخانات المملوءة (أو المتغيرات الأساسية في الحل الأولي) يجب أن يساوي ($m + n - 1$) أي مجموع عدد الأعمدة وعدد الأسطر مطروحا منها الواحد الصحيح، في حالة عدم تحقق هذا الشرط يصبح الحل القاعدي ناقص (نتطرق لها في الحالات الخاصة).

هناك خمسة طرق لإيجاد الحل الأولي أو القاعدي في مسائل النقل:

- **طريقة الزاوية (الركن) الشمالية الغربية.**
- **طريقة أقل تكلفة في السطر.**
- **طريقة أقل تكلفة في العمود.**
- **طريقة أقل تكلفة في الجدول.**
- **طريقة الجزاء أو الغرامات أو Vogel**

مثال: تحتاج مؤسسة الريان في صناعتها إلى ثلاثة مواد أولية هي (C, B, A) حيث تقدر احتياجاتها من هذه المواد بالترتيب: 40، 50، 70 وحدة، كما أن هناك ثلاثة موردين يمكنهم تزويدها باحتياجاتها، حيث يتوفر لديهم على التوالي: 50، 60، 50 وحدة.

المطلوب: ما هي الكميات المنقولة من المواد من عند الموردين إلى المؤسسة بأقل تكلفة ممكنة، علما بأن تكاليف النقل حسب كل نوع موضحة في الجدول الموالي:

الطلب / العرض	المادة A	المادة B	المادة C
المورد1	5	3	4
المورد2	6	2	5
المورد3	4	1	3

أولا- النموذج الرياضي لمسألة النقل:

تحديد المتغيرات:

X_{11} الكمية المنقولة من المورد الأول بالنسبة للمنتوج الأول A

دالة الهدف:

$$MinC= 5 X_{11}+ 3 X_{12}+ 4 X_{13}+ 6 X_{21}+ 2 X_{22}+ 5 X_{23}+ 4 X_{31}+ X_{32}+ 3X_{33}$$

قيود العرض:

$X_{11}+ X_{12}+ X_{13}= 50$
$X_{21}+ X_{22}+ X_{23}= 60$
$X_{31}+ X_{32}+ X_{33}= 50$

قيود الطلب:

$X_{11}+ X_{21}+ X_{31}= 40$
$X_{12}+ X_{22}+ X_{32}= 50$
$X_{13}+ X_{23}+ X_{33}= 70$

تساوي العرض مع الطلب:

$\Sigma S_i = \Sigma D_j = 50+60+50 =40+50+70 =160$

شرط عدم السلبية: $X_{ij} \geq 0$

ويمكن تلخيص النموذج السابق في جدول النقل الموضح فيما يلي:

الطلب / العرض	D_1	D_2	…………	D_j	الكميات المعروضة Supply
S_1	C_{11} X_{11}	C_1 X_{12}	…………	C_{1j} X_{1j}	S_1
S_2	C_{21} X_{21}	C_2 X_{22}	…………	C_{2i} X_{2j}	S_2
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
S_i	C_i X_{i1}	C_{i2} X_{i2}	…………	C_{ii} X_{ij}	S_i
الكميات المطلوبة Demand	D_1	D_2	…………	D_j	$\Sigma S_i = \Sigma D_j$

ثانيا- طرق إيجاد الحل الأولي أو القاعدي في مسائل النقل:

1- طريقة الزاوية الشمالية الغربية:

تعد هذه الطريقة من أسهل طرق إيجاد الحل الأولي لأنها لا تأخذ التكلفة بعين الاعتبار، حيث يتم البدء بتحقيق مطالب خلية الزاوية الشمالية الغربية لجدول النقل (أي أول خلية في الجدول X_{11}) أولا بمعنى يتم

تزويد الطلب1 من العرض1 وذلك بالمقارنة بينهما وتوزيع أقل كمية، ثم شطب السطر أو العمود الذي انتهت إمداداته أو طلباته، ثم البحث عن خلية الركن الشمالي الغربي الجديد بعد الشطب وتستمر العملية حتى نهاية كل المطالب والإمدادات.

بالتطبيق على المثال السابق:

الخلية X_{11} أول خلية من جهة اليسار في السطر الأول دائما

الطلب / العرض	المادة A	المادة B	المادة C	Σ
المورد1	5 **40**	3 **10**	4 -	~~50~~ ~~10~~ 0
المورد2	6 -	2 **40**	5 **20**	~~60~~ ~~20~~ 0
المورد3	4 -	1	3 **50**	~~50~~ 0
Σ	~~40~~ 0	~~50~~ ~~40~~ 0	~~70~~ ~~50~~ 0	**160**

مشكلة النقل متوازنة: مجموع العرض (50+60+50) = مجموع الطلب (70+50+40) = 160

حساب تكلفة النقل الكلية: $C= 40*5 + 10*3 + 40*2 + 20*5 + 50*3 = 560$

التأكد من قبولية الحل: عدد الخانات المملوءة = $m+n-1$ (m هي عدد لأعمدة، n هي عدد الأسطر)

عدد الخانات المملوءة = 5 = 3+3−1 وبالتالي فالحل مقبول.

2– طريقة أقل تكلفة في السطر: ويتم فيها البدء بتحقيق مطالب العرض الأول ثم الثاني ثم الثالث وهكذا، بحيث يتم تلبية العرض الأول في السطر الأول بالخلية ذات أقل التكاليف ثم شطب الصف أو السطر الذي انتهت إمداداته، ثم البحث عن تلبية العرض الثاني في السطر الثاني بالخلية ذات أقل التكاليف ثم شطب الصف أو السطر الذي انتهت إمداداته، وتستمر العملية حتى نهاية كل الإمدادات أو العروض، وهذه الطريقة أحسن من الطريقة السابقة لأنها تأخذ تكلفة نقل الوحدة الواحدة بعين الاعتبار، المثال تم شرحه في المحاضرة.

3– طريقة أقل تكلفة في العمود: ويتم فيها البدء بتحقيق مطالب الطلب الأول ثم الثاني ثم الثالث وهكذا، بحيث يتم تلبية الطلب الأول في العمود الأول بالخلية ذات أقل التكاليف ثم شطب العمود الذي انتهت طلباته، ثم البحث عن تلبية الطلب الثاني في العمود الثاني بالخلية ذات أقل التكاليف ثم شطب الصف أو السطر الذي انتهت طلباته، وتستمر العملية حتى نهاية كل الطلبات أو المطالب، وهذه الطريقة أيضا تأخذ تكلفة نقل الوحدة الواحدة بعين الاعتبار، المثال تم شرحه في المحاضرة.

4- طريقة أقل تكلفة في الجدول:

ويتم فيها البدء بتحقيق مطالب الخلية ذات أقل التكاليف في جدول النقل ثم شطب الصف أو العمود الذي انتهت إمداداته أو طلباته، ثم البحث عن الخلية ذات أقل التكاليف في الخانات المتبقية بعد الشطب، وتستمر العملية حتى نهاية كل المطالب والإمدادات، وهذه الطريقة أيضا تأخذ تكلفة نقل الوحدة الواحدة بعين الاعتبار.

بالتطبيق على المثال السابق:

أقل تكلفة في جدول النقل هي تكلفة 1 نبدأ التوزيع في هذه الخلية، حيث المطلوب 50 وحدة والمعروض أيضا 50 وحدة يتم تلبيتهم وبالتالي يصبح السطر والعمود 0، ثم ننتقل لأقل تكلفة في الخلايا المتبقية وهي تكلفة 4 حيث المطلوب فيها 70 والمعروض 50 نلبي الكمية الأقل 50 وبالتالي تتبقى الكمية 20 من 70.....

الطلب / العرض	المادة A	المادة B	المادة C	Σ
المورد1	5 -	3 -	4 **50**	~~50~~ 0
المورد2	6 **40**	2 -	5 **20**	~~60~~ ~~40~~ 0
المورد3	4 -	1 **50**	3 -	~~50~~ 0
Σ	~~40~~ 0	~~50~~ 0	~~70~~ ~~20~~ 0	**160**

مشكلة النقل متوازنة: مجموع العرض (50+60+50) = مجموع الطلب (40+50+70) = 160

حساب تكلفة النقل الكلية: $C= 50*4 + 40*6 + 20*5 + 50 = 590$

التأكد من قبولية الحل: عدد الخانات المملوءة = m+n-1 (m هي عدد لأعمدة، n هي عدد الأسطر)

عدد الخانات المملوءة = 4 = 3+3-1 وبالتالي <u>فالحل غير مقبول</u>.

ثالثا- طريقة الجزاء أو الغرامات أو Vogel: يتم الحل بهذه الطريقة بإتباع الخطوات التالية:

- نقوم بحساب الغرامات (الفوارق) وهي الفرق بين أقل تكلفتين في كل سطر وفي كل عمود.
- نختار أكبر غرامة (فارق) ونقوم بالتوزيع في الخلية ذات أقل تكلفة.
- في حالة التساوي بين غرامتين أو أكثر نختار أقل تكلفة (في أسطر وأعمدة هذه الغرامات).
- في حالة تساوي تكلفتين أو أكثر نختار أكبر كمية موزعة.

- في حالة تساوي الكميات الموزعة نختار عشوائيا لأنها تؤدي لنفس التكلفة.
- تعتبر هذه الطريقة أحسن طريقة لإيجاد الحل الأولي.

بالتطبيق على المثال السابق:

نحسب غرامة السطر الأول وهي الفرق بين اقل تكلفتين في السطر وهما 3 و 4 والفرق بينهما يساوي1.

نحسب غرامة السطر الثاني وهي الفرق بين اقل تكلفتين في السطر وهما 2 و 5 والفرق بينهما يساوي3.

نحسب غرامة السطر الثالث وهي الفرق بين اقل تكلفتين في السطر وهما 1 و 3 والفرق بينهما يساوي2.

نحسب غرامة العمود الأول وهي الفرق بين اقل تكلفتين في العمود وهما 4 و 5 والفرق بينهما يساوي1.

نحسب غرامة العمود الثاني وهي الفرق بين اقل تكلفتين في العمود وهما 1 و 2 والفرق بينهما يساوي1.

نحسب غرامة العمود الثالث وهي الفرق بين اقل تكلفتين في العمود وهما 3 و 4 والفرق بينهما يساوي1.

بعد حساب غرامات جميع الأسطر والأعمدة نختار أكبر غرامة، وهي غرامة3 الموجودة في السطر الثاني ونوزع في الخلية ذات أقل تكلفة في هذا السطر وهي تكلفة2، حيث لدينا الكمية المطلوبة 50 وحدة والمعروضة 60 نوزع الكمية الأقل في الخلية وهي 50 يصبح العمود يساوي0 والسطر يتبقى فيه 10 وحدات. نعيد حساب الغرامات من جديد ونوزع بنفس الطريقة إلى غاية تلبية كل الكميات المعروضة والمطلوبة.

الطلب / **العرض**	المادة A	المادة B	المادة C	Σ	الغرامات
المورد1	$\boxed{5}$ **30**	$\boxed{3}$ **-**	$\boxed{4}$ **20**	~~50~~ ~~30~~ 0	1 1 1
المورد2	$\boxed{6}$ **10**	$\boxed{2}$ **50**	$\boxed{5}$ **-**	~~60~~ ~~10~~ 0	3 1 1
المورد3	$\boxed{4}$ **-**	$\boxed{1}$ **-**	$\boxed{3}$ **50**	~~50~~ 0	2 1 -
Σ	~~40~~ ~~10~~ 0	~~50~~ 0	~~70~~ ~~20~~ 0	**160**	
الغرامات	1 1 1	1 - -	1 1 1		

مشكلة النقل متوازنة: مجموع العرض (50+60+50) = مجموع الطلب (70+50+40) = 160

حساب تكلفة النقل الكلية: $C= 30*5 + 10*6 + 50*2 + 20*4 + 50*3 = 540$

التأكد من قبولية الحل: عدد الخانات المملوءة = m+n−1 (m هي عدد لأعمدة، n هي عدد الأسطر)

عدد الخانات المملوءة = 5 = 3+3−1 وبالتالي فالحل مقبول.

1) اختبار أمثلية الحل الأولي أو القاعدي وعملية التحسين في مسائل النقل:

كما سبقت الإشارة يمكن الحصول على الحل الأولي للنقل بإحدى الطرق الثلاث (الزاوية الشمالية الغربية، أقل تكلفة في الجدول، الغرامات) ولكن هذا الحل قد يكون حل أمثل أو غير أمثل يستدعي عملية التحسين، ولاختبار أمثلية الحل الأولي وتحسينه نستخدم طريقة التوزيع المعدلة، ونقوم بالخطوات التالية:

- إضافة سطر I وعمود J.
- نسبق جميع التكاليف في الجدول بإشارة سالبة (−).
- نقوم بحساب قيم كل من I و J وفقا للعلاقة التالية: ($I + J = C$) لكن بالنسبة للخانات المملوءة فقط.
- ننطلق لأي قيمة لـ I أو J مساوية للصفر ولكن الأحسن نختار السطر أو العمود الذي يوجد به اكبر عدد من الخلايا المملوءة (الشاغرة).
- نحسب التخفيض الممكن لتكلفة النقل ونسميه (E_{ij}) ويعني اقتصاد التكلفة في حالة نقل وحدة واحدة من المورد I إلى المستفيد J ، حيث يحسب بالعلاقة: $E_{ij} = I + J - C$ لكل الخلايا في الجدول سواء مملوءة أو فارغة.
- في حالة وجود قيم E_{ij} سالبة معناه الحل غير أمثل ويمكن تخفيض تكلفة النقل.
- نختار أقل قيمة سالبة أو أكبر قيمة مطلقة.
- في حالة تساوي أقل قيمتين سالبتين لـE_{ij} نكون المسار المغلق في الحالتين ونختار المسار ذو اكبر قيمة لـ (Δ).
- نقوم بتكوين مسار مغلق انطلاقا من هذه الخلية بحيث نضيف ونطرح كمية معينة في كل مرة.
- هذه الكمية نسميها (Δ) وقيمتها هي أقل كمية في الخانات التي يوجد فيها رمز (Δ-).
- نستمر في عمليات التحسين كلما وجدنا قيم للاقتصاد في تكاليف النقل سالبة.
- لما تكون كل قيم E_{ij} موجبة أو معدومة يكون الحل امثل.

بالتطبيق على المثال السابق وبطريقة الزاوية الشمالية الغربية:

نضيف مربع صغير في كل خلية نكتب فيه قيم الاقتصاد في تكاليف النقل في الأسفل.

الطلب / العرض		المادة A $J_1=-5$	المادة B $J_2=-3$	المادة C $J_3=-6$	Σ
المورد1	$I_1=0$	$\boxed{-5}$ **40** $\boxed{0}$	$\boxed{-3}$ **10** $-\Delta$ $\boxed{0}$	$\boxed{-4}$ $+\Delta$ $\boxed{-2}$	~~50~~ ~~10~~ 0
المورد2	$I_2=1$	$\boxed{-6}$ **-** $\boxed{2}$	$\boxed{-2}$ **40** $\Delta+$ $\boxed{0}$	$\boxed{-5}$ **20** $-\Delta$ $\boxed{0}$	~~60~~ ~~20~~ 0
المورد3	$I_3=3$	$\boxed{-4}$ **-** $\boxed{2}$	$\boxed{-1}$ **-** $\boxed{1}$	$\boxed{-3}$ **50** $\boxed{0}$	~~50~~ 0
Σ		~~40~~ 0	~~50~~ ~~40~~ 0	~~70~~ ~~50~~ 0	**160**

شرح خطوات الحل:

بعد إضافة سطر I وعمود J قمنا بافتراض أن قيمة $I_1=0$ ، ثم قمنا بحساب قيمهم بالعلاقة ($I + J = C$) بالنسبة للخانات المملوءة فقط كما يلي:

$I + J = C$

$I_1 = 0$

$0 + J_1 = \mathbf{-5} \Rightarrow J_1 = \mathbf{-5}$

$0 + J_3 = \mathbf{-4} \Rightarrow J_3 = \mathbf{-4}$

$I_2 - 5 = \mathbf{-6} \Rightarrow I_2 = \mathbf{-6+5} = \mathbf{-1}$

$\mathbf{-1} + J_2 = \mathbf{-2} \Rightarrow J_2 = \mathbf{-2+1} = \mathbf{-1}$

$I_3 - 4 = \mathbf{-3} \Rightarrow I_3 = \mathbf{-3+4} = \mathbf{+1}$

$Eij = I + J - C \Rightarrow E_{11} = 0 - 5 - (-5) = -5+5 = 0$

$E_{12} = 0 - 3 - (-3) = -3+3 = 0$

$E_{13} = 0 - 6 - (-4) = -6+4 = -2$

$E_{21} = 1 - 5 - (-6) = -4+6 = 2$

$E_{22} = 1 - 3 - (-2) = -2+2 = 0$

$E_{23} = 1 - 6 - (-5) = -5+5 = 0$

$E_{31} = 3 - 5 - (-4) = -2+4 = 2$

$E_{32} = 3 - 3 - (-1) = 0+1 = 1$

$E_{33} = 3 - 6 - (-3) = -3+3 = 0$

بعد حساب كل قيم الاقتصاد في التكاليف Eij نلاحظ وجود قيمة سالبة معناه الحل غير أمثل يستدعي عملية التحسين، نختار أقل قيمة سالبة وهي (−2) ونكون مسار مغلق انطلاقا من خلية القيمة السالبة بحيث تكون كل الخانات مملوءة ماعدا الخلية التي يوجد فيها أقل قيمة سالبة في شكل (+Δ ، -Δ ، +Δ، -Δ) حيث أن قيمة (Δ) هي أقل كمية في الخانات التي يوجد فيها (-Δ).

بالتالي فإن قيمة (Δ= 10) وبالتالي نتحصل على جدول جديد:

الطلب / العرض		المادة A $J_1=-5$	المادة B $J_2=-3$	المادة C $J_3=-6$
المورد1	$I_1= 0$	-5 **40** 0	-3 **-** 2	-4 **10** **0**
المورد2	$I_2=1$	-6 **-** 0	-2 **50** 0	-5 **10** 0
المورد3	$I_3= 3$	-4 **-** 0	-1 **-** 1	-3 **50** 0

بعد حساب كل قيم الاقتصاد في التكاليف Eij نلاحظ أن كل القيم موجبة أو معدومة معناه الحل أمثل.

$\text{Min } C = 40*5 + 10*4 + 50*2 + 10*5 + 50*3 = 540$

المؤسسة تنقل من عند المورد الأول 40 وحدة من المادة A و10 وحدات من المادة C، وتنقل من عند المورد الثاني 50 وحدة من المادة B و10 وحدات من المادة C، وتنقل من عند المورد الثالث 50 وحدة من المادة C، وتحقق أقل تكلفة ممكنة تقدر بـ 540 وحدة نقدية.

2) الحالات الخاصة في مسائل النقل:

أ‌- **عدم تساوي العرض مع الطلب:** حيث نضيف عمود وهمي في حالة العرض أكبر من الطلب تكون الكمية فيه هي مقدار الفرق بين العرض والطلب والتكاليف أصفار (وهمية) ثم نقوم بالحل، والكمية الموجودة في العمود الوهمي تمثل عرض زائد أي الموردين الذين تتبقى لديهم كميات. أما في حالة كان الطلب أكبر من العرض نضيف سطر وهمي تكون الكمية فيه هي مقدار الفرق بين العرض

والطلب والتكاليف أصفار (وهمية) ثم نقوم بالحل (لا تأخذ الأصفار الوهمية بعين الاعتبار كأقل تكلفة)، والكمية الموجودة في السطر الوهمي تمثل الطلبيات التي لن تلبى.

مثال: ليكن المثال التالي أوجد الحل الأمثل بطريقة أقل تكلفة في الجدول؟

الطلب / **العرض**		المادة A $J_1=-2$	المادة B $J_2=-1$	**العمود الوهمي** $J_3=2$	Σ
المورد1	$I_1=0$	$\boxed{-2}$ **50** $\boxed{0}$	$\boxed{-1}$ **50** $\boxed{0}$	$\boxed{0}$ **-** $\boxed{2}$	~~100~~ ~~50~~ 0
المورد2	$I_2=-2$	$\boxed{-4}$ **50** $\boxed{0}$	$\boxed{-3}$ **-** $\boxed{0}$	$\boxed{0}$ **50** $\boxed{0}$	~~100~~ ~~50~~ 0
Σ		~~100~~ ~~50~~ 0	~~50~~ 0	~~50~~ 0	**200**

مشكلة النقل غير متوازنة: مجموع العرض (100+100) ≠ مجموع الطلب (100+50)

حيث نضيف عمود وهمي الكمية فيه هي مقدار الفرق بين العرض والطلب وهي 50 والتكاليف أصفار.

حساب تكلفة النقل الكلية: $C= 50*2 + 50*1 + 50*4 = 350$

التأكد من قبولية الحل: عدد الخانات المملوءة = $m+n-1$ (m هي عدد الأعمدة، n هي عدد الأسطر)

عدد الخانات المملوءة = 4 = $1-2+3$ وبالتالي فالحل مقبول.

بعد حساب كل قيم الاقتصاد في التكاليف Eij نلاحظ أن كل القيم موجبة أو معدومة معناه الحل أمثل.

ب-حالة الحل القاعدي الناقص:

هي الحالات التي يكون فيها الحل غير مقبول أي يكون عدد الخانات المملوءة أقل من $(m+n-1)$ مع العلم أنه يمكن ان يظهر الحل القاعدي الناقص في جدول التوزيع الأولي او خلال مراحل عملية التحسين. في مثل هذه الحالة لا نستطيع إيجاد الحل الأمثل لأننا لا نستطيع تحديد قيم (J و I)، نقوم باضافة قيمة صغيرة جدا (ε) من أجل ملأ خانة ولكن بشروط معينة:

- تكون في الخانة ذات أقل تكلفة.
- تسمح بحساب قيم (J و I).
- لا تكون فيها قيمة (Δ-).

ت- حالة الحل البديل:

كلما كانت هناك قيمة للاقتصاد في التكاليف (Eij) معدومة في خانة فارغة في الحل الأمثل، فهذا يعني وجود حل بديل حيث:

- توجد حلول بديلة بعدد الأصفار الموجودة في الخانات الفارغة.
- يتم الحصول على الحل البديل بتكوين مسار مغلق انطلاقا من هذه الخلية التي تحتوي على (0=Eij) للحصول على توزيع آخر هو الحل البديل.
- هذا المسار المغلق لا يعني التغيير في التكلفة وانما تكون نفسها.

ث-حالة الطرق الممنوعة:

وتتمثل في وجود قيد أو شرط يؤدي إلى تقييد التعامل بين المورد والمستهلك، مثلا إذا كان المورد لا يمكنه تزويد المستهلك نظرا لأن نوعية المادة غير مطابقة للمواصفات، أو العكس المستهلك لم يدفع مستحقاته لذلك لن يزوده المورد.

في هذه الحالة نضع تكلفة كبيرة جدا (∞) في الخلية التي لا يتوفر فيها الشرط ولا تأخذ تماما بعين الاعتبار عند عملية التوزيع.

ج- حالة مسألة النقل بمراحل متعددة:

وهي الحالة التي يتم فيها النقل على مرحلتين أو أكثر، مثلا في المرحلة الأولى يتم النقل من الوحدات الانتاجية إلى المخازن، ثم يتم النقل في مرحلة ثانية من المخازن إلى الزبائن، ولكن تعتمد المرحلة الثانية على المرحلة الأولى بحيث يتم أخذ بعين الاعتبار ما هو موجود فعليا في المخازن، وسوف يتم حل تمرين رقم 06 في السلسلة الثانية.

ح- مسألة التعظيم (MAX):

في بعض الحالات تكون مسألة النقل لا تتعلق بتخفيض التكاليف وإنما بتعظيم الأرباح مثلا، في هذه الحالة يتم الحل بإتباع الخطوات التالية:

- نختار أكبر قيمة في مصفوفة الأرباح.
- نقوم بتخفيض كل القيم من هذه القيمة، وبالتالي تتحول مصفوفة الأرباح(MaxZ) إلى مصفوفة الخسائر النسبية (MinP).
- لما تتحول المصفوفة إلى مصفوفة خسائر تصبح مسألة تخفيض وبالتالي يتم الحل بالطريقة السابقة.
- بعد أن نتحصل على التوزيع الأمثل نقوم بحساب (MaxZ) من المصفوفة الأصلية أي مصفوفة الأرباح.