**2-2-3 . المعاينة حالة التباينين مجهولين:**

**في التباينين مجهولين تصادفنا حالتين، حالة حجم العينتين كبير وحالة العينتين صغيرتين.**

1. **توزيع المعاينة للفرق ( − ) عندما يكون تبايني المجتمعين مجهولين والعينتان مستقلتان كبيرتا الحجم.**

إذا كان هو الوسط الحسابي لعينة حجمها  أخذت من مجتمـع وسطـه وتباينه معلوم، وكان هو الوسط الحسابي لعينة حجمها  أخذت من مجتمع آخر مستقل عن الأول وسطه وتباينه معلوم أيضا، وكان حجم العينتين كبير بدرجة كافية ،فان توزيع المعاينة لـ ( − ) يخضع تقريبا للتوزيع الطبيعي بمتوسط وتباين تم تحديدهما في المعادلتين (16) **و** (17)على الترتيب**،** وعليه فان توزيع المتغير **Z** حيث :

هو التوزيع الطبيعي المعياري.

**مثال (6):**إذا كان الإنفاق الاستهلاكي العائلي اليومي في ولاية باتنة وسطه الحسابي 1500دج وتباينه 600 دج ، وكان الإنفاق الاستهلاكي العائلي اليومي في ولاية بسكرة وسطه الحسابي 1000دج وتباينه 450 دج ، فإذا سحبنا من ولاية باتنة عينة عشوائية حجمها 150 عائلة ، ومن ولاية بسكرة عينة عشوائية حجمها 100 عائلة ، وكانت العينتان مستقلتان والمجتمعين غير خاضعين للتوزيع الطبيعي

المطلوب : أوجد احتمال أن يكون الفرق بين متوسطي العينتين أكثر من 510 دج.

**الحل:** بما أن تبايني المجتمعين معلومين ، وحجم العينتين كبير بدرجة كافية ،فان المتغير ( − ) سيتوزع توزيعا قريبا من التوزيع الطبيعي بالرغم من أن توزيع المجتمعين غير طبيعي .

والمطلوب هو إيجاد الاحتمال التالي :

بتطبيق النظرية (5) نجد :

1. **توزيع المعاينة للفرق ( − ) عندما يكون تبايني المجتمعين مجهولين والعينتان مستقلتان وصغيرتا الحجم:**

إن قيمة التباينات في المجتمعات غالبا تكون مجهولة ، وعليه عند تقدير الانحراف المعياري للفرق( − ) علينا أن نستخدم تبايني العينتين ،بالإضافة إلى ذلك إذا كانت العينتين مستقلتين وصغيرتا الحجم فإن توزيع المعاينة لـ ( − ) ليس له توزيع طبيعي ،بل له توزيع **ستيودنت** (t) بدرجات حرية .**υ**

وبالتالي ، عند دراسة توزيع المعاينة للفرق( − ) لما يكون تبايني المجتمعين مجهولين وحجم العينتين صغير لدينا حالتين هما:

1- تبايني المجتمعين متساويين.

2- تبايني المجتمعين غير متساويين.

**1- حالة تبايني المجتمعين متساويين ومجهولين:**

ليكن هو التباين الخاص بالمجتمع الأول وهو مجهول القيمة ، وكان هو التباين الخاص بالمجتمع الثاني وهو مجهول القيمة أيضا ، وكان ، فأن التباين**** يمثل التباين المشترك لهما، وبالتالي فهو مجهول أيضا ، حيث نضع : =

ومنه تكون صيغة الانحراف المعياري للفرق() على الشكل التالي:

= ….……. (21)

حيث:

حيث يسمى الإحصاء **بتباين العينة التجميعي"**  pooled sample variance**"**  وذلك لأنه مكون من تجميع المعلومات عن العينتين معا.

**نظرية (06)**: إذا كان هو الوسط الحسابي لعينة عشوائية حجمها سحبت من مجتمع وسطه وتباينه ، وكان هو الوسط الحسابي لعينة عشوائية حجمها سحبت من مجتمـع آخر مستقل عــن المجتمع الأول وسطه وتباينه ، وكان حجم العينتـين صغير وتبايـني المجتمعين مجهوليـن ومتساويين ، فإن المتغير:

……(23) [

مع

يخضع لتوزيع **ستيودنت (t)** بدرجة حرية: **υ** =

**مثال (07):** سحبت عينة عشوائية حجمها 16 وحدة من مجتمع طبيعي وسطه 30 وتباينه مجهول، وسحبت أيضا عينة عشوائية حجمها 25 وحدة من مجتمع طبيعي آخر مستقـل عن الأول وسطه 28 وتباينه مجهول أيضا .وكـان و هما الوسطين الحسابيين للعينتين الأولى والثانية على الترتيب، وتباين العينة الأولى هو 4 ، وتباين العينة الثانية هو 7 .

المطلوب: إذا كان تبايني المجتمعين متساويين فأوجد احتمال أن الفرق بين متوسطي العينتين يكـون أقل من 3 .

**الحل:**

لدينا: 7= ، 4= ،25 = ، 16=

= 28  ، = 30

بما أن تبايني المجتمعين مجهولين ومتساويين فإننا نستخدم توزيع t بدرجة حرية () وذلك لإيجاد الاحتمال التالي :

لدينا:

الآن نقوم بحساب ، حيث :

ومنه يكون:

= 5.84

**=**

عند درجات الحرية : = 16+25-2 = 39

نجــد :  **0.9 =**

2- **حالة تبايني المجتمعين غير متساويين ومجهولين:**

إذا كان و هو الوسطين الحسابين لعينتين مستقلتين صغيرتا الحجم تم سحبهما من مجتمعين ذو متوسطين و ، وذو تباينين مجهوليـن وغير متساويين فإننا نستطيع تقديــر الانحراف المعياري للفرق ()باستخدام تبايني العينتين مباشرة ( و ) وذلك كما يلي:

= ….……. (24)

وعليه فـإن المتغير:

**………………….** (25)

يخضع تقريبا لتوزيع **ستيودنت** بدرجة حرية لها الصيغة المركبة التالية:

**……………………** (26)

**مثال (08):** إذا كانت نقاط طلبة السنة ثانية (ل.م.د) إدارة أعمال في مقياس الإحصاء لديها وسـط حسابي قدره 15، وكانت نقاط طلبة السنة ثانية (ل.م.د) محاسبة في نفس المقياس لديها وسط حسابي قدره 10.وقمنا بسحب عينة من طلبة السنة ثانية (ل.م.د) إدارة أعمال حجمها 25 طالب ، وقمنـا أيضا بسحب عينة من طلبة السنة ثانية (ل.م.د) محاسبة حجمها 20 طالبا .فإذا كان تباين العينة الأولى هو 6 وتباين العينة الثانية هو 4.

المطلوب : أوجد احتمال أن يكون الفـرق بين متوسطي العينتين أكثـر من 6، هذا إذا كان تبايـني المجتمعين مجهولين وغير متساويين.

الحل:

لدينا: 4= ، 6= ،20 = ، 25=

= 10  ، = 15

بما أن تبايني المجتمعين مجهولين وغير متساويين فإننا نستخدم توزيع t بدرجة حرية لها الصيغة المركبة الموضحة في العلاقة (26) وذلك لإيجاد الاحتمال التالي :   
ومنه يكون :

**= =**

عند درجات الحرية :

**υ = =**  = 43

نجـد: