ملخص التقدير

1- ملخص التقدير بنقطة

التقدير: هو ايجاد قيمة تقريبية لمعالم المجتمع المجهولة.

المقدر: هو العلاقة الرياضية التي يتم التقدير بها.

التقدير: هو قيمة المقدر عند التعويض بقيم العينة.

من هو المقدر الجيد: هو المقدر الذي يمتاز بعدم التحيز، الكفاءة، الاتساق.

- **أحسن مقدر بنقطة (قيمة) لمتوسط المجتمع هو متوسط العينة** ($\overline{\boldsymbol{x}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$).
- **أحسن مقدر بنقطة (قيمة) لنسبة المجتمع هو نفس النسبة في العينة** ($\boldsymbol{p} = \frac{x}{n}$)
- **أحسن مقدر بنقطة (قيمة) لتباين المجتمع حالة السحب بالإرجاع هو** ($\boldsymbol{s'^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}{n-1}$)

ملخص التقدير بفترة .

2- التقدير بفترة للمتوسط وفرق متوسطين ونسبة المجتمع والفرق بين نسبة مجتمعين.

تعطى فترة الثقة $(1-\alpha)$*100% للمتوسط وفرق متوسطين ونسبة المجتمع والفرق بين نسبة مجتمعين بالعلاقة التالية:

التقدير بفترة = التقدير بنقطة $\mp$ (قيمة جزئية * الانحراف المعياري لتوزيع المعاينة)

القيمة الجزئية يمكن أن تكون $Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ أو $t\left(_{1-\frac{\alpha}{2}};v\right)$ وذلك تبعا لتوزيع المعاينة

التقدير بفترة = التقدير بنقطة $\pm$ هامش خطأ المعاينة

مثلا التقدير بفترة للمتوسط حالة توزيع المعاينة للمتوسط هو التوزيع الطبيعي هي: $\bar{x} \mp Z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)} * \sigma_{\bar{x}} \Rightarrow \bar{x} \mp Z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)} * \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

أو
$$\bar{x} - Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \delta/\sqrt{n} \le \mu \le \bar{x} + Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \delta/\sqrt{n}$$

مثال(01): أوجد فترة ثقة 95 % لمتوسط مجتمع طبيعي تباينه 36، هذا إذا اخترت عينة عشوائية حجمها 16، وكان وسطها الحسابي 50.

الحل: بما ان المجتمع طبيعي وتباينه معلوم فإن توزيع المعاينة للمتوسط سوف يقترب من التوزيع الطبيعي، وعليه مجال الثقة للمتوسط يعطى بالعلاقة التالية:

$\mu = \bar{x} \mp Z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)} * \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$. بما أن درجة الثقة تساوي 0.95 فإن:

$$1-\alpha=0.95 \Rightarrow \alpha=0.05 \Rightarrow 1-\frac{\alpha}{2}=1-\frac{0.05}{2}=0.975 \Rightarrow Z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)}=Z_{0.975}=1.96$$ من الجدول

اذن بالتعويض في فترة الثقة نجد ان فترة ثقة 95% للوسط μ هي: $50-1.96 \cdot \frac{6}{\sqrt{16}} \leq \mu \leq 50+1.96 \cdot \frac{6}{\sqrt{16}}$

$$50-2.94 \leq \mu \leq 50+2.94 \Longrightarrow 47.06 \leq \mu \leq 52.94$$

يمكن القول أننا واثقون بنسبة 95% أن المتوسط سوف ينتمي للمجال $[47.06 \quad 52.94]$

مثال (02): أخذت عينة عشوائية حجمها 7 من مجتمع طبيعي ، فكان وسطها الحسابي 11.2 ، ومقدر انحرافها المعياري 0.4. المطلوب: أوجد فترة ثقة 95% لمعدل المجتمع μ

الحل:

بما ان حجم العينة صغير وتباين المجتمع مجهول فإن فترة تعطى بالعلاقة التالية: $\left[\overline{X}-t_{(1-\frac{\alpha}{2},\upsilon)} \cdot \frac{S'}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \overline{X}+t_{(1-\frac{\alpha}{2},\upsilon)} \cdot \frac{S'}{\sqrt{n}}\right]$

بما أن : $1-\alpha=0.95$ فان : $\frac{\alpha}{2}=0.025$ ، $v=n-1=7-1=6$ ومن جدول توزيع t بدرجات حرية 6 نجد أن : $t_{(0.975,6)}=2.447$

إذن فترة الثقة 95% للمعدل μ هي: $11.2-2.447 \cdot \frac{0.4}{\sqrt{7}} \leq \mu \leq 11.2+2.447 \cdot \frac{0.4}{\sqrt{7}}$

$$11.2-0.37 \leq \mu \leq 11.2+0.37$$

$$10.83 \leq \mu \leq 11.57$$

مثال(03): لمقارنة متوسط طول نوع معين من الأنابيب المنتجة من المصنع (أ) بطول الأنابيب المنتجة من المصنع (ب)، سحبنا عينة عشوائية من المصنع (أ)تحتوي على 20 أنبوبة ، وكان الوسط الحسابي لأطوالها 3.8 سم ، وسحبنا عينة عشوائية مستقلة عن العينة الأولى من المصنع (ب)تحتوي على 25 أنبوبة ، وكان الوسط الحسابي لأطوالها 3.2 سم، فإذا كان طول الأنابيب المنتجة في المصنع (أ) يتبع توزيعا طبيعيا بتباين 0.82 سم ، وطول الأنابيب المنتجة في المصنع (ب) يتبع توزيعا طبيعيا بتباين 0.64 سم

المطلوب : أوجد فترة ثقة 95% للفرق بين متوسطي الطول في المصنعين $(\mu_1-\mu_2)$.

الحل:

بما ان المجتمعين يتوزعان توزيعا طبيعيا ، والعينتين مستقلتان ، وتبايني المجتمعين معلومين ، فان فترة الثقة المطلوبة هي على الشكل التالي:

$$\mu_1-\mu_2 \in (\bar{x}_1-\bar{x}_2) \mp Z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)} * \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

بما أن درجة الثقة تساوي 0.95 فإن:

$$1-\alpha=0.95 \Rightarrow \alpha=0.05 \Rightarrow 1-\frac{\alpha}{2}=1-\frac{0.05}{2}=0.975 \Rightarrow Z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)}=Z_{0.975}=1.96$$ من الجدول

وبالتعويض في هذه الفترة بالبيانات المتوافرة لدينا نتحصل على:

الحد الأدنى لفترة الثقة: $(\overline{X}_1-\overline{X}_2)-z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}=(3.8-3.2)-1.96 \cdot \sqrt{\frac{0.82}{20}+\frac{0.64}{25}}=0.09$

الحد الأعلى لفترة الثقة: $= (3.8 - 3.2\ ) + 1.96.\sqrt{\frac{0.82}{20}+\frac{0.64}{25}}(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) + z_{\alpha/2}.\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}} \ = 1.11$

إذن **فترة الثقة للفرق** بين الوسط الحسابي لأطوال أنابيب المصنع (أ) والوسط الحسابي لأطوال أنابيب المصنع (ب) عند مستوى الثقة 95% هي: [1.11 ، 0.09]

أي نستطيع القول بثقة قدرها 95% أن الفرق الحقيقي بين الوسط الحسابي لأطوال كل أنابيب المصنع (أ) ، والوسط الحسابي لأطوال كل أنابيب المصنع (ب)، يقع بين القيمتين 0.09 سم و1.11 سم. وبما أن **حدي فترة الثقة موجبان**، نستنتج أن الوسط الحسابي لأطوال الأنابيب المنتجة من المصنع (أ) اكبر من الوسط الحسابي لأطوال الأنابيب المنتجة من المصنع (ب).

مثال (04): استخدمت طريقتين لإنتاج سلعة معينة، وتوضح البيانات التالية الوقت بالدقائق المستغرق في إنتاج الوحدة بالنسبة لست وحدات أنتجت بالطريقة الأولى ، وخمس وحدات أنتجت بالطريقة الثانية ، حيث X_1 يمثل الوقت المستغرق عند استعمال الطريقة الأولى، و X_2 يمثل الوقت المستغرق عند استعمال الطريقة الثانية:

X_1: 40 40 50 60 60 50 X_2: 40 45 55 58 62

فإذا علمت أن الوقت المستغرق في الإنتاج بالطريقتين يتوزع توزيعا طبيعيا بتباينين متساويين

المطلوب : أوجد فترة ثقة 95% للفرق بين متوسطي الوقت المستغرق بالطريقتين $(\mu_1 - \mu_2)$.

الحل:

بما أن الوقت المستغرق في الإنتاج بالطريقتين يتوزع توزيعا طبيعيا **بتباينين مجهولين ومتساويين** ، والعينتين صغيرتان ومستقلتان لان كل عينة خاصة بآلة مستقلة عب الآلة الأخرى ،

إذن فترة الثقة المناسبة في هذه الحالة هي :

$$\mu_1 - \mu_2 = (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \mp t_{\left(1-\frac{\alpha}{2};v\right)} * \sqrt{sp^2\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}$$

ولإيجاد هذه الفترة يجب إيجاد ما يلي : $\overline{X}_1$ ، $\overline{X}_2$ ، s_1^2 ، s_2^2 ، s_p^2 ، وذلك كما يلي :

$$\overline{X}_1 = \frac{\sum X_{1i}}{n_1} = \frac{300}{6} = 50 \qquad \bar{x}_2 = \frac{\sum X_{2i}}{n_2} = \frac{260}{5} = 52$$

$$s'^2_1 = \frac{\Sigma\left(X_{1i} - \overline{X}_1\right)^2}{n_1 - 1} = \frac{400}{5} = 80 \quad ; \quad s'^2_2 = \frac{\Sigma\left(X_{2i} - \overline{X}_2\right)^2}{n_2 - 1} = \frac{338}{4} = 84.5$$

إذن يكون : $s_p^2 = \frac{(n_1-1)\,s'^2_1 + (n_2-1)\,s'^2_2}{n_1 + n_2 - 2} = \frac{(6-1)80+(5-1)84.5}{6+5-2} = 82$

وبما أن: $1\text{-}\ \alpha\ = 0.95$ فان : $\frac{\alpha}{2} = 0.025$، ولدينا: $v = n_1 + n_2 - 2 = 6 + 5 - 2 = 9$ فيكون: $t_{(1-\frac{\alpha}{2},\upsilon)} = t_{(0.025,9)} = 2.262$

إذن بالتعويض في فترة الثقة السابقة نحصل على :

الحد الأدنى لفترة الثقة: $(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - t_{(1-\frac{\alpha}{2},\upsilon)} \cdot \sqrt{s_p^2(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2})} = (50 - 52) - 2.626 . \sqrt{82(\frac{1}{6}+\frac{1}{5})} = -14.40$

الحد الأعلى لفترة الثقة: $= (\overline{X}_1 - \overline{X}_2) + t_{(\frac{\alpha}{2},\upsilon)} \cdot \sqrt{s_p^2(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2})} = (50 - 52) + 2.626 . \sqrt{82(\frac{1}{6}+\frac{1}{5})} = 10.40$

وبالتالي ،فان فترة ثقة للفرق بين متوسطي الوقت المستغرق بالطريقتين $(\mu_1 - \mu_2)$ عند مستوى ثقة 95 % هي: [10.40 ، 14.40-]

أي نستطيع القول بثقة قدرها 95 % بأن الفرق الحقيقي بين متوسط الوقت المستغرق لإنتاج الوحدة بالطريقة الأولى ، ومتوسط الوقت المستغرق لإنتاج الوحدة بالطريقة الثانية ، يقع بين القيمتين 14.40- دقيقة و 10.40 دقيقة.

مثال (05): البيانات التالية خاصة بعينتين مستقلتين مسحوبتين من مجتمعين يتوزعان توزيعا طبيعيا بتباينين غير متساويين:

العينة الأولى: $n_1 = 4;\ s'^2_1 = 0.0547;\ \overline{X}_1 = 1$ العينة الثانية: $n_2 = 5;\ \overline{X}_2 = 1.2;\ s'^2_2 = 0.0991$

المطلوب : أوجد فترة ثقة 90% للفرق بين متوسطي المجتمعين.

الحل:

بما أن المجتمعين يتوزعان توزيعا طبيعيا بتباينين مجهولين وغير متساويين ، والعينتين مستقلتان ، فان فترة الثقة المطلوبة في هذه الحالة هي:

$$\mu_1 - \mu_2 \in (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \mp t_{\left(1-\frac{\alpha}{2};v\right)} * \sqrt{\frac{s'^2_1}{n_1} + \frac{s'^2_2}{n_2}}$$

ولدينا : $1-\alpha = 0.90$ فان : $1 - \frac{\alpha}{2} = 0.95$ و

$$v = \left(\frac{\left(\frac{s'^2_1}{n_1} + \frac{s'^2_2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{s'^2_1}{n_1}\right)^2}{(n_1-1)} + \frac{\left(\frac{s'^2_2}{n_2}\right)^2}{(n_2-1)}} \right) = \left(\frac{\left(\frac{0.0547}{4} + \frac{0.0991}{5}\right)^2}{\frac{\left(\frac{0.0547}{4}\right)^2}{(4-1)} + \frac{\left(\frac{0.0991}{5}\right)^2}{(5-1)}} \right) = 6.99 \approx 7$$

وعليه يكون : $t_{(1-\frac{\alpha}{2},\upsilon)} = t_{(0.95,7)} = 1.895$ وعند التعويض في فترة الثقة المطلوبة نحصل على:

الحد الأدنى لفترة الثقة: $(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - t_{(1-\frac{\alpha}{2},\upsilon)} \cdot \sqrt{(\frac{s'^2_1}{n_1} + \frac{s'^2_2}{n_2})} = (1 - 1.2) - 1.895 . \sqrt{(\frac{0.0547}{4} + \frac{0.0991}{5})} = -\ 0.5468$

الحد الأعلى لفترة الثقة: $(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) + t_{(\frac{\alpha}{2},\upsilon)} \cdot \sqrt{(\frac{s^2_1}{n_1} + \frac{s^2_2}{n_2})} = (1 - 1.2) + 1.895 . \sqrt{(\frac{0.0547}{4} + \frac{0.0991}{5})} = 0.1468$

إذن فترة ثقة للفرق بين متوسطي المجتمعين $(\mu_1 - \mu_2)$ عند مستوى الثقة 90% هي بالتقريب: [0.15، 0.55-]

مثال (06): إذا اخترنا عشوائيا 500 طالب من طلبة جامعة بسكرة، ووجدنا أن 180 منهم يملكون هواتف نقالة، فقدر نسبة الطلبة الذين يملكون هواتف نقالة في جامعة بسكرة ككل باستخدام مستوى ثقة 99% .

الحل:

بما أن حجم العينة كبير $n = 500$ ، فان فترة الثقة المطلوبة تأخذ الشكل التالي: $p \in \bar{p} \mp Z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)} * \sqrt{\frac{\bar{p}\bar{q}}{n}}$

وفي هذه الحالة لا نستخدم معامل التصحيح، لأن حجم المجتمع كبير، ولدينا كذلك: $\bar{p} = \frac{180}{500} = 0.36$

و $1-\alpha = 0.99$ فان : $\frac{\alpha}{2} = 0.005$ يكون : $z_{1-\alpha/2} = z_{0.995} = 2.58$ ، وعند التعويض في فترة الثقة السابقة نحصل على:

الحد الأدنى لفترة الثقة: $\left[\bar{p} - z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\left(\frac{\bar{p}\bar{q}}{n}\right)}\ \right] = 0.36 - 2.58\sqrt{\frac{(0.36)(0.64)}{500}} = 0.3046$ –

الحد الأعلى لفترة الثقة: $\left[\bar{p} + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\left(\frac{\bar{p}\bar{q}}{n}\right)}\ \right] = 0.36 + 2.58\sqrt{\frac{(0.36)(0.64)}{500}} = 0.4154$

وعليه يمكن القول بثقة 99% بأن نسبة الطلبة الذين يملكون هواتف نقالة في جامعة بسكرة تقع بين النسبتين 30.46% و 41.46% .

– **تحديد حجم العينة المناسب لتقدير نسبة المجتمع**:

– إذا كانت P معلومة من دراسات سابقة واردنا تقدير حجم العينة المناسب حيث الخطأ في تقدير لا يجب ان يتجاوز E فإن: $n \geq \left(\frac{z_{\alpha/2}}{E}\right)^2 . P(1-P)$

– أما إذا كانت P مجهولة بالكامل واردنا تقدير حجم العينة المناسب حيث الخطأ في تقدير لا يجب ان يتجاوز E فإن: $n \geq \frac{1}{4}\left(\frac{z_{\alpha/2}}{E}\right)^2$

مثال (07): نريد القيام بدراسة طبية لتقدير نسبة المواطنين الذين يعانون من مشاكل في النظر، كم شخصا يجب فحصهم كي نكون واثقين بنسبة 98% أن الخطأ في تقدير هذه النسبة لا يزيد عن 0.05 في الحالتين التاليتين : 1– إذا لم يكن لدينا أية معلومات سابقة عن هذه النسبة. 2– إذا كنا نعلم من دراسات سابقة أن هذه النسبة قد تكون حوالي 0.3 .

الحل:

لدينا: $1-\alpha = 0.98$ فان : $\frac{\alpha}{2} = 0.01$ ، ومنه $z_{1-\alpha/2} = z_{0.99} = 2.33$

1- $P = \frac{1}{2}$, $E = 0.05$ فتكون: $n \geq \frac{1}{4}\left(\frac{z_{\alpha/2}}{E}\right)^2 \Rightarrow n \geq \frac{1}{4}\left(\frac{2.33}{0.05}\right)^2 \Rightarrow n \geq 542.89 \Rightarrow n = 543$

2- $P = 0.3$, $E = 0.05$ فتكون: $n \geq \left(\frac{z_{\alpha/2}}{E}\right)^2 * P(1-P) \Rightarrow n \geq \left(\frac{2.33}{0.05}\right)^2 * 0.3 * 0.7 \Rightarrow n \geq 456.0276 \Rightarrow n = 457$

مثال (08):سحبت عينتان عشوائيتان مستقلتان مع الإرجاع، الأولى تحتوي على 120 وحدة منتجة بالآلة (أ) ووجدنا بها 6 وحدات معيبة، والثانية تحتوي على 200 وحدة منتجة بالآلة (ب) ووجدنا بها 9 وحدات معيبة ، إذن قدر الفرق بين نسبة الوحدات المعيبة في الإنتاج الكلي للآلة (أ) و نسبة الوحدات المعيبة في الإنتاج الكلي للآلة (ب) ، وذلك باستخدام مستوى ثقة 95% .

الحل: بما أن العينتين العشوائيتين مستقلتين ، وحجم العينتين كبير ، فان فترة الثقة المطلوبة هي : $(\bar{p}_1 - \bar{p}_2) \pm z_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{\bar{p}_1\,\bar{q}_1}{n_1} + \frac{\bar{p}_2\,\bar{q}_2}{n_2}}$

ومن البيانات المتوافرة لدينا نستطيع حساب ما يلي:

نسبة الوحدات المعيبة لعينة إنتاج الآلة (أ) هي: $p_1 = \frac{6}{120} = 0.05$ ونسبة الوحدات المعيبة لعينة إنتاج الآلة (ب) هي: $p_2 = \frac{9}{200} = 0.045$

ولدينا: $1-\alpha = 0.95$ فان : $1-\frac{\alpha}{2} = 0.975$ ، ومنه $z_{1-\alpha/2} = z_{0.975} = 1.96$

وعند التعويض في فترة الثقة السابقة نحصل على: $$(\bar{p}_1 - \bar{p}_2) \pm z_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{\bar{p}_1\,\bar{q}_1}{n_1} + \frac{\bar{p}_2\,\bar{q}_2}{n_2}} = (0.005) \pm 1.96\sqrt{\frac{(0.05)(0.95)}{120} + \frac{(0.045)(0.955)}{200}}$$

$$\Rightarrow (\bar{p}_1 - \bar{p}_2) \in [-0.0434\ ,\ 0.0534]$$

أي نستطيع القول بثقة قدرها 95% أن الفرق بين نسبة الوحدات المعيبة في الإنتاج الكلي للآلة (أ) و نسبة الوحدات المعيبة في الإنتاج الكلي للآلة (ب) ، يقع ب

2– تقدير بفترة ثقة لتباين المجتمع.

تعطى فترة الثقة $(1-\alpha)$*100% لتباين المجتمع بالعلاقة التالية: $$\frac{s'^2}{\chi^2_{(1-\frac{\alpha}{2};n-1)}} \le \sigma^2 \le \frac{s'^2}{\chi^2_{(\frac{\alpha}{2};n-1)}}$$

مثال (09): إذا علمت أن درجات طلبة المرحلة الابتدائية في مادة الرياضيات تتوزع توزيعا طبيعيا وسحبنا من طلبة هذه المرحلة عينة عشوائية تحتوي على 10 طلاب ، وكانت درجاتهم كما يلي: 44 ، 72 ، 50 ، 65 ، 55 ، 38 ، 81 ، 49 ، 67 ، 69 .

المطلوب: قدر التباين والانحراف المعياري لدرجات كل الطلبة المشتركين في هذا الامتحان، وذلك باستخدام فترة الثقة عند مستوى ثقة 95 % .

الحل: نلاحظ أن المجتمع محل الدراسة يتكون من درجات كل الطلبة المشتركين في هذا الامتحان، وبما أن هذا المجتمع يتبع التوزيع الطبيعي، فان فترة الثقة لتباين درجات كل الطلبة المشتركين في هذا الامتحان ستكون كما يلي : $$\frac{(n-1)S'^2}{\chi^2_{(1-\frac{\alpha}{2},\upsilon)}} \le \sigma^2 \le \frac{(n-1)S'^2}{\chi^2_{(\frac{\alpha}{2},\upsilon)}}$$

نقوم أولا بحساب الوسط الحسابي وتباين العينة: $\bar{X} = \frac{\Sigma X_i}{n} = \frac{590}{10} = 59$ ؛ $S'^2 = \frac{\Sigma(x_i-\bar{X})^2}{n-1} = \frac{(69-59)^2+\cdots+(44-59)^2}{10-1} = 190.67$

ولدينا: $1-\alpha = 0.95$ ، $\alpha = 0.05$ ، $\frac{\alpha}{2} = 0.025$ ، $\upsilon = n-1 = 10-1 = 9$، ويكون: $\chi^2_{(\frac{\alpha}{2},\upsilon)} = \chi^2_{(0.025,9)} = 2.7$

$$\chi^2_{(1-\frac{\alpha}{2},\upsilon)} = \chi^2_{(0.975,9)} = 19.023$$

وبالتالي فان الحد الأدنى لهذه الفترة هو: $\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{(1-\frac{\alpha}{2},\upsilon)}} = \frac{(10-1)190.67}{19.023} = 90.21$ و الحد الأعلى هو: $\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{(\frac{\alpha}{2},\upsilon)}} = \frac{(10-1)190.67}{2.70} = 635.56$

وعليه فان فترة الثقة لتباين المجتمع عند مستوى الثقة 95% هي: [635.56 ، 90.21]

أي نستطيع القول بثقة قدرها 95% بأن تباين درجات كل الطلبة المشتركين في هذا الامتحان يقع بين القيمتين 90.21 و 635.56 .

وبأخذ الجذر التربيعي للحدين نحصل على حدي فترة الثقة للانحراف المعياري، وبالتالي فان فترة الثقة للانحراف المعياري لدرجات كل الطلبة المشتركين في هذا الامتحان عند مستوى الثقة 95% هي: [25.21 ، 9.50]

3– تقدير بفترة ثقة للنسبة بين تباينين.

تعطى فترة الثقة $(1-\alpha)*100\%$ للنسبة بين تباينين بالعلاقة التالية: $\dfrac{{s'}_1^2/{s'}_2^2}{F\left(\frac{\alpha}{2};n_1-1;n_2-1\right)} \le \dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \le \dfrac{{s'}_1^2/{s'}_2^2}{F\left(1-\frac{\alpha}{2};n_1-1;n_2-1\right)}$

مثال (10): إذا علمت أن مجتمع طول الطالبات ومجتمع طول الطلبة في جامعة محمد خيضر ببسكرة يتبع التوزيع الطبيعي ، سحبنا من مجتمع الطالبات عينة عشوائية تشمل 25 طالبة ، ومن الطلبة عينة عشوائية تشمل 21 طالبا وكانت العينتان مستقلتين ، ووجدنا أن مقدر تباين الطول للطالبات يساوي 64 ، ومقدر تباين الطول للطلبة يساوي 36 .

المطلوب: أوجد فترة الثقة لنسبة تباين مجتمع طول الطالبات إلى تباين مجتمع طول الطلبة، وذلك باستخدام مستوى ثقة 95% .

الحل: بما أن المجتمعين يتوزعان توزيعا طبيعيا، والعينتين مستقلتان، إذن فترة الثقة المطلوبة هي : $\dfrac{s_1^2/s_2^2}{F_{(\frac{\alpha}{2},\upsilon_1,\upsilon_2)}} \le \dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \le \dfrac{s_1^2/s_2^2}{F_{(1-\frac{\alpha}{2},\upsilon_1,\upsilon_2)}}$

لدينا: $\upsilon_1 = n_1 - 1 = 25 - 1 = 24\ ,\quad \upsilon_2 = n_2 - 1 = 21 - 1 = 20$ وبما أن : $1-\alpha = 0.95$ فإن $\alpha = 0.05$ ، $\frac{\alpha}{2} = 0.025$، يكون : $F_{(\frac{\alpha}{2},\upsilon_1,\upsilon_2)} = F_{(0.025,24,20)} = 0.43$ و $F_{(1-\frac{\alpha}{2},\upsilon_1,\upsilon_2)} = 2.4$

وبالتالي فان الحد الأدنى لفترة الثقة هو: $\dfrac{s_1^2/s_2^2}{F_{(1-\frac{\alpha}{2},\upsilon_1,\upsilon_2)}} = \dfrac{64/36}{2.40} = 0.74$ و الحد الأعلى هو: $\dfrac{s_1^2/s_2^2}{F_{(\frac{\alpha}{2},\upsilon_1,\upsilon_2)}} = \dfrac{64/36}{0.43} = 4.13$

وعليه فان فترة الثقة لنسبة تباين مجتمع طول الطالبات إلى تباين مجتمع طول الطلبة $\dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$ في جامعة بسكرة عند مستوى الثقة 95% هي: [0.74 ، 4.13]

أي نستطيع القول بثقة قدرها 95% بأن النسبة بين تباين طول كل الطالبات إلى تباين طول كل الطلبة في جامعة بسكرة يقع بين القيمتين 0.74 و4.13