الفصل الرابع: إستهلاك القروض

Amortissement des emprunts

أولا/ إستهلاك القروض بدفعات ثابتة

1. تحديد قيمة الدفعة الثابتة
2. جدول إستهلاك القرض
3. علاقات بين عناصر الجدول

ثانيا/ إستهلاك القروض باستهلاكات ثابتة

1. تحديد قيمة الإستهلاك الثابت
2. جدول إستهلاك القرض
3. علاقات بين عناصر الجدول

الفصل الرابع: إستهلاك القروض
Amortissement des emprunts

ومن المتعارف عليه أن طريقة سداد القرض وفوائده مرة واحدة عند تاريخ إستحقاقه لا تتلاءم ومصلحة كل من طرفي العلاقة، لذا نجد أن أغلب المتعاقدين على القروض طويلة الأجل يتفقون على إستهلاكها وتسويتها خلال فترات زمنية بواسطة دفعات سواء من أصل رأس المال فقط دون الفائدة[1] ، أو عن طريق سداد القرض التي يدفعها المقترض مع المُدة وا ٍعادة جزء من رأس مال قرض[2]. وهما الطريقتين التي سوف نتطرق إليهما:

- إستهلاك القروض بدفعات ثابتة.
- إستهلاك القروض باستهلاكات ثابتة.

أولا/ إستهلاك القروض بدفعات ثابتة

طبقا لهذه الطريقة يقوم المدين بسداد أصل القرض وفوائده على دفعات دورية متساوية (ثابتة) في نهاية كل فترة زمنية قد تكون في نهاية كل شهر أو نهاية كل ثلاثي أو نهاية كل سداسي أو سنة على حسب المتفق عليه بين المدين والدائن[3]،و الدفعة هنا تسدد فى آخر كل فترة دورية منتظمة،وتشتمل الدفعة على جزئين الأول: جزء من قيمة القرض الأصلى،و الجزء الثانى: الفوائد المستحقة على القرض، وتناسب هذه المشروعات تجارية التي تدر إيراداً منتظما خلال فترة حياة المشروع [4].

1. تحديد قيمة الدفعة الثابتة:

عملية إستهلاك القرض بالدفعات الثابتة تطابق عملية تسديد القرض بدفعات نهاية الفترة، وقبل تحديد قيمة الدفعة الثابتة يجب تحديد العناصر الأساسية المستعملة في إعداد جدول إستهلاك القرض:

V_0 **:** قيمة أصل القرض في بداية التاريخ الصفر.

C**:** الدفعة الثابتة (القسط الثابت) وتتكون من عنصرين هما $(M+I)$:

- M**:** الإستهلاك: وهو يتزايد حسب السنوات بتناقص الفائدة.
- I: الفائدة: وهي تتناقص حسب السنوات.

---

[1] باديس بوغرة، مرجع سابق، ص.199.

[2] Gérard Neuberg, **Mathématiques Financières et Actuarielles**, Dunod, Paris, 2012 , P 176.

[3] يحيى موسى حسين الجبالى ، **برنامج مهارات التسويق والبيع (الرياضة المالية)**، مركز التعليم المفتوح، 2011، ص. 129.

[4] أحمد كامل، **مقدمة فى رياضيات الاستثمار والتمويل**، بدون سنة نشر، ص.91.

n: مدة القرض: إذ في نهاية الفترة n يصبح أصل القرض معدوما.

ومنه يمكن إيجاد قيمة الدفعة الثابتة عن طريق العلاقة التالية:

$$V_0 = C\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

$$\boxed{\rightarrow C = V_0 \frac{i}{[1-(1+i)^{-n}]}}$$

ملاحظة:

يستعمل الجدول المالي رقم 05 لحساب قيمة الكسر التالي: $\frac{i}{[1-(1+i)^{-n}]}$

2. جدول إستهلاك القرض:

هو كشف حساب يتم فيه متابعة القرض وعملية سداد الدفعاتأو لا بأول ويتم إعداده بواسطة الطرف الدائن عادة (البنك) ويأخذ جدول الاستهلاك القرض الشكل الآتي:

الفترة	الدين المتبقي في بداية الفترة	فائدة الفترة	الدفعة الثابتة	الإستهلاك للفترة	الدين المستهلك	الدين المتبقي في نهاية الفترة
1	V_0	$I_1 = V_0 . i$	C	$M_1 = C - I_1$	M_1	$V_1 = V_0 - M_1$
2	V_1	$I_2 = V_1 . i$	C	$M_2 = C - I_2$	$M_1 + M_2$	$V_2 = V_1 - M_2$
...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...
x-1	V_{x-2}	$I_{x-1} = V_{x-2} . i$	C	$M_{x-1} = C - I_{x-1}$	$\sum M_1 + \cdots + M_{x-1}$	$V_{x-1} = V_{x-2} - M_{x-1}$
x	V_{x-1}	$I_x = V_{x-1} . i$	C	$M_x = C - I_x$	$\sum M_1 + \cdots + M_x$	$V_x = V_{x-1} - M_x$
x+1	V_x	$I_{x+1} = V_x . i$	C	$M_{x+1} = C - I_{x+1}$	$\sum M_1 + \cdots + M_{x+1}$	$V_{x+1} = V_x - M_{x+1}$
...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...
n-1	V_{n-2}	$I_{n-1} = V_{n-2} . i$	C	$M_{n-1} = C - I_{n-1}$	$\sum M_1 + \cdots + M_{n-1}$	$V_{n-1} = V_{n-2} - M_{n-1}$
n	V_{n-1}	$I_n = V_{n-1} . i$	C	$M_n = C - I_n$	$\sum M_1 + \cdots + M_n$	0
$\sum$	-	$\sum I$	$n \times C$	$\sum M$	-	-

مثال:

اشترى تاجر بضاعة من أحد الموردين بمبلغ 40848,7204 دج واتفق مع المورد على سداد قيمة البضاعة بدفعات سنوية ثابتة من الأصل القرض والفوائد معا خلال 3 سنوات . فإذا عملت أن معدل الفائدة المستخدم 5 % سنويا . أحسب قيمة الدفعة الثابتة ؟ ثم إعداد جدول إستهلاك القرض؟

الحل:

- حساب قيمة الدفعة الثابتة:

لدينا:

$$C = V_0 \frac{i}{[1 - (1 + i)^{-n}]}$$

$$C = 40848,7204 \times \frac{0,05}{[1 - (1 + 0,05)^{-3}]}$$

$$C = 15000\ DA$$

- إعداد جدول إستهلاك القرض:

الفترة	الدين المتبقي في بداية الفترة	فائدة الفترة	الدفعة الثابتة	الإستهلاك للفترة	الدين المستهلك	الدين المتبقي في نهاية الفترة
1	40848,7204	2042,436	15000	12957,5639	12957,5639	27891,1564
2	27891,1564	1394,5578	15000	13605,4421	26563,0060	14285,7143
3	14285,7143	714,2857	15000	14285,7143	40848,7204	0
$\sum$	-	4151,2795	45000	40848,7204	-	-

3. علاقات بين عناصر الجدول:

هناك العديد من العلاقات التي تربط العناصر المكونة للجدول، بحيث نستفيد من هذه العلاقات في إيجاد العناصر الأخرى في الجدول.

1.3. العلاقة بين الدفعات وأصل القرض:

مجموع الدفعات تساوي إلى أصل القرض V_0 مضافا إليه مجموع الفوائد. ومنه:

$$\sum C = V_0 + \sum I$$
$$\rightarrow n \times C = V_0 + \sum I$$
$$\rightarrow n \times C = \sum M + \sum I$$

$$\boxed{\rightarrow C = \frac{\sum M + \sum I}{n}}$$

2.3. العلاقة بين الإستهلاكات:

إذا وضعنا الفرق بين دفعتين متساويتين نجد:

$$C_{x+1} - C_x = [(I_{x+1} + M_{x+1}) - (I_x + M_x)]$$
$$\rightarrow C_{x+1} - C_x = [(V_x.\, i + M_{x+1}) - (V_{x-1}.\, i + M_x)]$$
$$\rightarrow C_{x+1} - C_x = V_x.\, i + M_{x+1} - V_{x-1}.\, i - M_x$$
$$\rightarrow C_{x+1} - C_x = (V_{x-1} - M_x)i + M_{x+1} - V_{x-1}.\, i - M_x$$
$$\rightarrow C_{x+1} - C_x = \cancel{V_{x-1}}.\, i - M_x.\, i + \cancel{M_{x+1}} - V_{x-1}.\, i - M_x$$
$$\rightarrow -M_x.\, i + M_{x+1} - M_x = 0$$
$$\rightarrow M_{x+1} = M_x + M_x.\, i$$

$$\boxed{\rightarrow M_{x+1} = M_x(1 + i)}$$

ملاحظة:

- هذه العلاقة معناها أن: أي إستهلاك في سطر من الجدول يساوي إلى الإستهلاك السابق له×$(1+i)$
- هذه العلاقة معناها أيضا أن: الإستهلاكات تتزايد فيما بينها بمتتالية هندسية حدها الأول M_1 وأساسها $(1+i)$ وعدد حدودها n ومنه يمكن إستنتاج العلاقة التالية:

$$M_x = M_k(1 + i)^{x-k}$$

3.3. العلاقة بين الإستهلاكات وأصل القرض:

نعلم أن أصل القرض يستهلك سنويا إلى أن ينعدم ويصبح مساويا إلى الصفر في نهاية المدة المتفق عليها أي:

$$V_1 = V_0 - M_1$$
$$V_2 = V_1 - M_2 = V_0 - M_1 - M_2$$
$$V_3 = V_2 - M_3 = V_0 - M_1 - M_2 - M_3$$
$$V_n = V_{n-1} - M_n = V_0 - M_1 - M_2 - \cdots - M_n = 0$$
$$V_0 = M_1 + M_2 + \cdots + M_n$$

$$\boxed{V_0 = \sum_{s=1}^{n} M_s}$$

وبما أن الإستهلاكات تكون فيما بينها متتالية هندسية متزايدة حسب ما سبق فإن:

$$\boxed{V_0 = \sum_{s=1}^{n} M_1 = M_1\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]}$$

4.3. الفرق بين إستهلاكين متتاليين:

$$M_{x+1} - M_x = (C - I_{x+1}) - (C - I_x)$$
$$\rightarrow M_{x+1} - M_x = \cancel{C} - I_{x+1} - \cancel{C} + I_x$$
$$\boxed{\rightarrow M_{x+1} - M_x = I_x - I_{x+1}}$$

5.3. الفرق بين فائدتين متتاليتين:

$$I_x - I_{x+1} = (C - M_x) - (C - M_{x+1})$$
$$\rightarrow I_x - I_{x+1} = \cancel{C} - M_x - \cancel{C} + M_{x+1}$$
$$\rightarrow I_x - I_{x+1} = M_{x+1} - M_x$$
$$\rightarrow I_x - I_{x+1} = M_x(1+i) - M_x$$
$$\rightarrow I_x - I_{x+1} = \cancel{M_x} + M_x.i - \cancel{M_x}$$
$$\boxed{\rightarrow I_x - I_{x+1} = M_x.i}$$

6.3. العلاقة بين كل فائدتين متتاليتين:

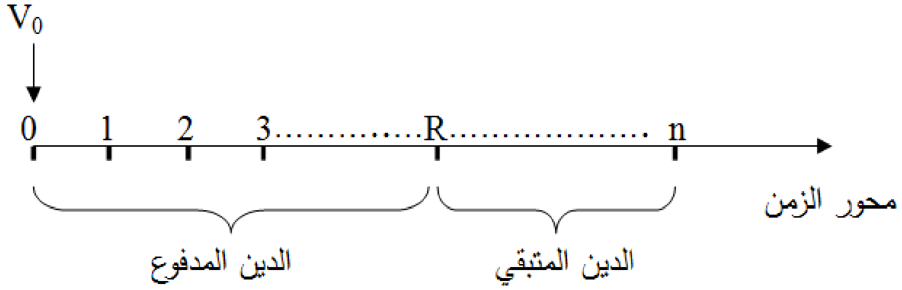
من العلاقة السابقة:

$$I_x - I_{x+1} = M_x.i$$
$$I_{x+1} - I_{x+2} = M_{x+1}.i = M_x.i(1+i)$$
$$I_{x+2} - I_{x+3} = M_{x+2}.i = M_x.i(1+i)^2$$

وا ٍذا كانت M_1 مكان M_x وبالتعميم نجد:

$$\boxed{I_x - I_{x+1} = M_1.i(1+i)^{x-1}}$$

8.3. الدِّين المدفوع والدِّين المتبقي:



أ/ الدِّين المدفوع:

الدين المدفوع يتكون من مجموع الإستهلاكات من السنة الأولى إلى غاية السنة R.

$$\boxed{V_{0R} = M_1\left[\frac{(1+i)^R - 1}{i}\right]}$$

ب/الدِّين المتبقي:

أي الدين المتبقي يبدأ من السنة R إلى غاية السنة n.

$$\boxed{V_{Rn} = M_{R+1}\left[\frac{(1+i)^{n-R} - 1}{i}\right]}$$

9.3. الدفعة الثابتة من السطر الأخير للجدول:

لدينا:

$$C = M_x + I_x$$
$$C = M_n + I_n$$
$$\rightarrow C = M_n + M_n . i$$

$$\boxed{\rightarrow C = M_n(1+i)}$$

مثال:

من جدول التطبيق السابق تحقق من العلاقات سابقة الذكر؟

الحل:

- **العلاقة بين الدفعات وأصل القرض:**

لدينا:

$$C = \frac{\sum M + \sum I}{n}$$
$$\rightarrow C = \frac{40848,7204 + 4151,2795}{3}$$

$$\rightarrow C = 15000\ DA$$

- **العلاقة بين الإستهلاكات:**

لدينا:

$$M_{x+1} = M_x(1+i)$$

لنأخذ السطر الثاني من الجدول، لنجد أن:

$$M_2 = M_1(1+i)$$

$$M_2 = 12957,5639(1 + 0,05)$$

$$\rightarrow M_2 = 13605,4421\ DA$$

- **العلاقة بين الإستهلاكات وأصل القرض:**

$$V_0 = M_1 \left[\frac{(1 + i)^n - 1}{i}\right]$$

$$\rightarrow V_0 = 12957,5639 \left[\frac{(1 + 0,05)^3 - 1}{0,05}\right]$$

$$\rightarrow V_0 = 40848,7204\ DA$$

- **الفرق بين إستهلاكين متتاليين:**

لدينا:

$$M_{x+1} - M_x = I_x - I_{x+1}$$

لنحسب الفرق بين الإستهلاك الثاني والثالث:

$$M_3 - M_2 = I_2 - I_3$$
$$\rightarrow 14285,7143 - 13605,4421 = 1394,5578 - 714,2857$$
$$\rightarrow 680,2722 = 680,2722\ DA$$

- **الفرق بين فائدتين متتاليتين:**

لدينا:

$$I_x - I_{x+1} = M_x.\,i$$

لنحسب الفرق بين الفائدتين الثانية والثالثة:

$$I_2 - I_3 = M_2.\,i$$
$$\rightarrow 1394,5578 - 714,2857 = 13605,4421 \times 0,05$$
$$\rightarrow 680,2721 = 680,2721\ DA$$

- **العلاقة بين كل فائدتين متتاليتين:**

لدينا:

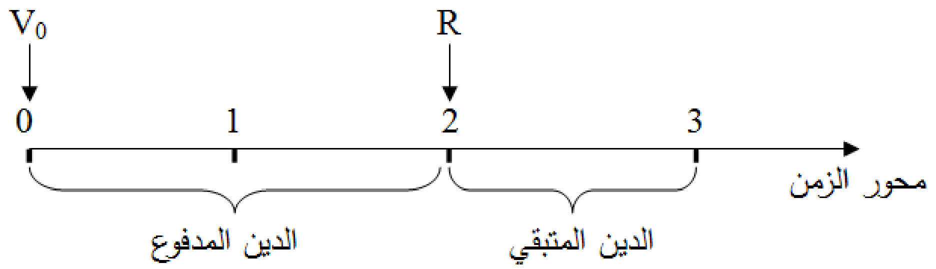
$$I_x - I_{x+1} = M_1.\,i(1 + i)^{x-1}$$

لنحسب الفرق بين الفائدتين الثانية والثالثة:

$$I_2 - I_3 = M_1.\,i(1 + i)$$
$$\rightarrow 1394,5578 - 714,2857 = 12957,5639 \times 0,05 \times (1 + 0,05)$$

$$\rightarrow 680,2721 = 680,2721\ DA$$

- **الدِّين المدفوع والدِّين المتبقي:**



✓ **<u>الدِّين المدفوع</u>:** من بداية السنة الأولى إلى غاية نهاية السنة الثانية.

$$V_{0R} = M_1\left[\frac{(1+i)^R - 1}{i}\right]$$

$$\rightarrow V_{0R} = 12957,5639\left[\frac{(1+0,05)^2 - 1}{0,05}\right]$$

$$\rightarrow V_{0R} = 26563,0060\ DA$$

✓ **<u>الدِّين المتبقي</u>:** من نهاية السنة الثانية إلى غاية نهاية السنة الثالثة.

$$V_{Rn} = M_{R+1}\left[\frac{(1+i)^{n-R} - 1}{i}\right]$$

$$\rightarrow V_{Rn} = 14285,7143\left[\frac{(1+0,05)^{3-2} - 1}{0,05}\right]$$

$$\rightarrow V_{Rn} = 14285,7143\ DA$$

- **الدفعة الثابتة من السطر الأخير للجدول:**

لدينا:

$$C = M_n(1+i)$$

$$\rightarrow C = 14285,7143(1+0,05)$$

$$\rightarrow C = 15000\ DA$$

ثانيا/ إستهلاك القروض باستهلاكات ثابتة

مبلغ الإستهلاك الثابت عبارة عن مبلغ أصل القرض مقسوما على عدد سنوات الاستهلاك ، ويسدد المدين في نهاية كل سنة مبلغ الاستهلاك الثابت (المتساو ي) مضافا إليه الفائدة على رصيد القرض المتبقي في أول السنة (فائدة الفترة)[1].

1. تحديد قيمة الإستهلاك الثابت:

يحسب الإستهلاك الثابت بقسمة أصل القرض على عدد الفترات الزمنية التي تسدد فيها، وقبل تحديد قيمة الإستهلاك الثابت يجب تحديد العناصر الأساسية المستعملة في إعداد جدول إستهلاك القرض:

V_0 : قيمة أصل القرض في بداية التاريخ الصفر.

C: الدفعة المتغيرة (القسط المتغير): وهي تتناقص حسب السنوات، وتتكون من عنصرين هما $(M+I)$:

- M: الإستهلاك الثابت.
- I: الفائدة: وهي تتناقص حسب السنوات.

n: مدة القرض: إذ في نهاية الفترة n يصبح أصل القرض معدوما.

ويمكن التعبير عما سبق بالعلاقة التالية:

$$\boxed{M = \frac{V_0}{n}}$$

2. جدول إستهلاك القرض:

هو كشف حساب يتم فيه متابعة القرض وعملية سداد الدفعاتأو لا بأول ويتم إعداده بواسطة الطرف الدائن عادة (البنك)، أي يستحق الإستهلاك الثابت في نهاية كل فترة زمنية فيتم حسابها على الرصيد المتبقي من القرض في كل فترة زمنية، أي بعد خصم الإستهلاك الثابت، ويكون حساب الفوائد المستحقة وفق ما يلي (بافتراض أن الفترات الزمنية متساوية):

$$I_1 = C_0 \times i \times n$$
$$I_2 = (C_0 - M)i \times n$$
$$I_3 = (C_0 - 2M)i \times n$$
$$I_4 = (C_0 - 3M)i \times n$$

....

....

$$I_n = M \times i \times n$$

---

[1] أحمد كامل، مرجع سابق، ص.217.

ويأخذ جدول الاستهلاك القرض الشكل الآتي:

الفترة	الدين المتبقي في بداية الفترة	فائدة الفترة	الدفعة المتغيرة	الإستهلاك الثابت	الدين المستهلك	الدين المتبقي في نهاية الفترة
1	V_0	$I_1 = V_0 . i$	$C_1 = I_1 + M$	M	M	$V_1 = V_0 - M$
2	V_1	$I_2 = V_1 . i$	$C_2 = I_2 + M$	M	$2M$	$V_2 = V_1 - 2M$
…	…	…	…	…	…	…
…	…	…	…	…	…	…
…	…	…	…	…	…	…
x-1	V_{x-2}	$I_{x-1} = V_{x-2} . i$	$C_{x-1} = I_{x-1} + M$	M	$(x-1)M$	$V_{x-1} = V_{x-2} - (x-1)M$
x	V_{x-1}	$I_x = V_{x-1} . i$	$C_x = I_x + M$	M	xM	$V_x = V_{x-1} - xM$
x+1	V_x	$I_{x+1} = V_x . i$	$C_{x+1} = I_{x+1} + M$	M	$(x+1)M$	$V_{x+1} = V_x - (x+1)M$
…	…	…	…	…	…	…
…	…	…	…	…	…	…
…	…	…	…	…	…	…
n-1	V_{n-2}	$I_{n-1} = V_{n-2} . i$	$C_{n-1} = I_{n-1} + M$	M	$(n-1)M$	$V_{n-1} = V_{n-2} - (n-1)M$
n	V_{n-1}	$I_n = V_{n-1} . i$	$C_n = I_n + M$	M	nM	*0*
$\sum$	-	$\sum I$	$\sum C$	V_0	-	-

مثال:

اقترض أحد التجار من بنك 30000 دج وتعهد بسدادها على خمس دفعات سنوية بطريقة (الاستهلاكات الثابتة) مع سداد الفوائد آخر كل سنة على الجزء المتبقي من القرض بمعدل 6%. إعداد جدول الاستهلاك القرض ؟

الحل:

- حساب قيمة الإستهلاك الثابت:

لدينا:

$$M = \frac{V_0}{n}$$
$$\rightarrow M = \frac{30000}{5}$$
$$\rightarrow M = 6000\ DA$$

- إعداد جدول إستهلاك القرض:

الفترة	الدين المتبقي في بداية الفترة	فائدة الفترة	الدفعة المتغيرة	الإستهلاك الثابت	الدين المستهلك	الدين المتبقي في نهاية الفترة
1	30000	1800	7800	6000	6000	24000
2	24000	1440	7440	6000	12000	18000
3	18000	1080	7080	6000	18000	12000
4	12000	720	6720	6000	24000	6000
5	6000	360	6360	6000	30000	0
$\sum$	-	5400	35400	30000	-	-

3. علاقات بين عناصر الجدول:

هناك العديد من العلاقات التي تربط العناصر المكونة للجدول، بحيث نستفيد من هذه العلاقات في إيجاد العناصر الأخرى في الجدول.

1.3. أصل القرض:

$$M = \frac{V_0}{n}$$

$$\boxed{\rightarrow V_0 = M \times n}$$

2.3. العلاقة بين الدفعات:

لدينا:

$$C_1 = \frac{V_0}{n} + V_0.i = M + I_1$$

$$C_2 = \frac{V_0}{n} + V_1.i = M + I_2$$

……………………………

……………………………

$$C_x = \frac{V_0}{n} + V_{x-1}.i = M + I_x$$

$$C_{x+1} = \frac{V_0}{n} + V_x.i = M + I_{x+1}$$

ولدينا كذلك:

$$V_x = V_{x-1} - \frac{V_0}{n}$$

ومنه:

$$C_{x+1} = \frac{V_0}{n} + \left(V_{x-1} - \frac{V_0}{n}\right).i$$

$$\rightarrow C_{x+1} = \frac{V_0}{n} + V_{x-1}.i - \frac{V_0}{n}.i$$

$$\boxed{\rightarrow C_{x+1} = C_x - \frac{V_0}{n}.i}$$

ملاحظة:

نلاحظ أن الدفعة في أي تاريخ معين تساوي الدفعة ما قبلها ناقصا منها فائدة الإستهلاك.

3.3. مجموع الدفعات:

من خلال العلاقة السابقة نستنتج أن الدفعات تكون فيما بينها متتالية عددية حدها الأول C_1 وأساسها $\frac{V_0}{n}.i$ (فائدة الإستهلاك) وعدد حدودها n.

قانون مجموع حدود المتتالية العددية:(S المجموع، a_1 الحد الأول، a_n الحد الأخير، n عدد الحدود) هو:

$$S = \left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right) \times n$$

ومنه:

$$\boxed{\sum_{s=1}^{n} C_s = \left(\frac{C_1 + C_n}{2}\right) \times n}$$

4.3. الدفعة الأخيرة من الجدول:

$$C_n = M + M.i$$

$$\boxed{\rightarrow C_n = M(1 + i)}$$

5.3. مجموع الفوائد:

من خلال جدول إستهلاك القرض باستهلاكات ثابتة نستنتج أن الفوائد تكون فيما بينها متتالية عددية حدها الأول $I_1 = V_0.i$ ، وحدها الأخير $M.i = V_{n-1}.i$ وأساسها $\frac{V_0}{n}.i$ (فائدة الإستهلاك) وعدد حدودها n.

قانون مجموع حدود المتتالية العددية:(S المجموع، a_1 الحد الأول، a_n الحد الأخير، n عدد الحدود) هو:

$$S = \left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right) \times n$$

ومنه:

$$\sum_{s=1}^{n} I_s = \left(\frac{V_0 . i + M . i}{2}\right) \times n$$

$$\rightarrow \sum_{s=1}^{n} I_s = \left(\frac{V_0 . i + \frac{V_0}{n} . i}{2}\right) \times n$$

$$\rightarrow \sum_{s=1}^{n} I_s = \left(\frac{1 + \frac{1}{n}}{2}\right) V_0 . i . n$$

$$\rightarrow \sum_{s=1}^{n} I_s = \left(\frac{\frac{1 + n}{n}}{2}\right) V_0 . i . n$$

$$\rightarrow \sum_{s=1}^{n} I_s = \left(\frac{1 + n}{2\cancel{n}}\right) V_0 . i . \cancel{n}$$

$$\boxed{\rightarrow \sum_{s=1}^{n} I_s = \left(\frac{1 + n}{2}\right) V_0 . i}$$

6.3. الفرق بين دفعتين:

لدينا:

$$C_{x-1} - C_x = (I_{x-1} + M) - (I_x + M)$$
$$\rightarrow C_{x-1} - C_x = I_{x-1} + \cancel{M} - I_x - \cancel{M}$$
$$\boxed{\rightarrow C_{x-1} - C_x = I_{x-1} - I_x}$$

مثال:

من جدول التطبيق السابق تحقق من العلاقات سابقة الذكر؟

الحل:

- **أصل القرض:**

$$V_0 = M \times n$$
$$\rightarrow V_0 = 6000 \times 5$$
$$\rightarrow V_0 = 30000\ DA$$

- **العلاقة بين الدفعات:**

لنبحث عن العلاقة بين الدفعة الثالثة والرابعة، لدينا:

$$C_{x+1} = C_x - \frac{V_0}{n}.i$$
$$\rightarrow C_4 = C_3 - \frac{V_0}{n}.i$$
$$\rightarrow C_4 = 7080 - \frac{30000}{5} \times 0,06$$
$$\rightarrow C_4 = 6720\ DA$$

- **مجموع الدفعات:**

لدينا:

$$\sum_{s=1}^{n} C_s = \left(\frac{C_1 + C_n}{2}\right) \times n$$
$$\rightarrow \sum_{s=1}^{n} C_s = \left(\frac{7800 + 6360}{2}\right) \times 5$$
$$\rightarrow \sum_{s=1}^{n} C_s = 35400\ DA$$

- **الدفعة الأخيرة من الجدول:**

$$C_n = M(1 + i)$$
$$\rightarrow C_5 = 6000(1 + 0,06)$$
$$\rightarrow C_5 = 6360\ DA$$

- **مجموع الفوائد:**

$$\sum_{s=1}^{n} I_s = \left(\frac{1 + n}{2}\right) V_0.i$$

$$\rightarrow \sum_{s=1}^{5} I_s = \left(\frac{1+5}{2}\right) 30000 \times 0,06$$

$$\rightarrow \sum_{s=1}^{5} I_s = 5400\ DA$$

الفرق بين دفعتين:

لنبحث عن الفرق بين الدفعة الثانية والثالثة، لدينا:

$$C_{x-1} - C_x = I_{x-1} - I_x$$
$$\rightarrow C_2 - C_3 = I_2 - I_3$$
$$\rightarrow 7440 - 7080 = 1440 - 1080$$
$$\rightarrow 360\ DA = 360\ DA$$