جامعة محمد خيضر بسكرة
كلية العلوم الدقيقة وعلوم الطبيعة والحياة
قسم الرياضيات

السنة الأولى (MI+رياضيات)
مقياس جبر2
2023/2022

واجب السلسلة 01

تمرين الفضاء الشعاعي

ليكن $E = \mathbb{R}_+^* \times \mathbb{R}$ ، نزود E بالعملية الداخلية $\oplus$ والعملية الخارجية $\otimes$ المعرفتين كما يلي:

$$\forall (x,y),(x',y') \in E:\ (x,y) \oplus (x',y') = (xx', y+y')$$

$$\forall \lambda \in \mathbb{R},\ \forall (x,y) \in E:\quad \lambda \otimes (x,y) = \left(x^{\lambda}, \lambda y\right)$$

بين أن $(E, \oplus, \otimes)$فضاء شعاعي على الحقل $(\mathbb{R}, +, .)$.

تمرين الفضاء الشعاعي الجزئي

تحقق إن كانت المجموعات الجزئية F_i تشكل فضاءا شعاعيا جزئيا من الفضاء الشعاعي E.

$$E = \mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$$

$F_{10} = \{f \in E / f$ زوجية$\}$
$F_{11} = \{f \in E /$ متزايدة $f\}$
$F_{12} = \{f \in E / \forall x \in \mathbb{R}: f(1-x) = f(x)\}$

تمرين التوليد والاستقلال الخطي

1) من بين العائلات التالية، ما هي المولدة للفضاء الشعاعي E؟

a) $\underline{E = \mathbb{R}^2}$:

$$\mathcal{F}_1 = \{(-1,3)\ ,(0,1)\}$$

b) $\underline{E = \mathbb{P}_2[X]}$:

$$\mathcal{F}_1 = \{X^2 - 1, X^2 + 1, 2X\}$$

c) $\underline{E = \mathbb{R}^3}$:

$$\mathcal{F}_1 = \{(1,0,1)\ ,(0,2,2), (3,7,1)\ \}$$

2) من بين العائلات التالية، ما هي المستقلة خطيا في E ؟

c) $\underline{E = \mathbb{R}^3}$:

$$\mathcal{F}_1 = \{(1,2,3)\ ,(3,2,1)\ ,(4,4,4)\}, \mathcal{F}_2 = \{(1,1,0)\ ,(1,0,1), (0,1,1)\ \}$$