

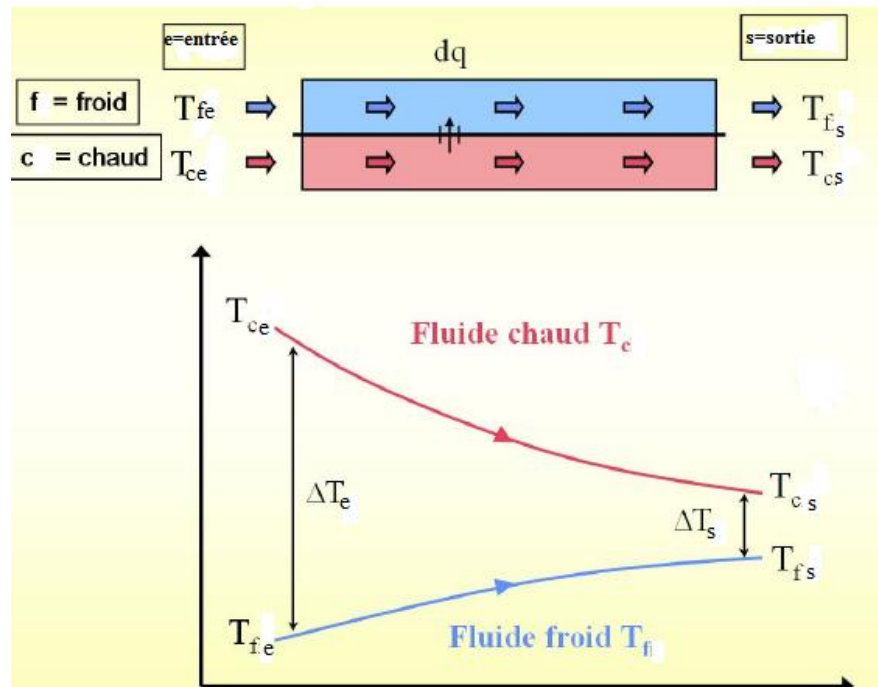
Chapitre 3. Echangeurs de chaleur et chaudières

3ème leçon

3.6. Méthode de la différence de température logarithmique moyenne DTLM

3.6.1. Cas à co-courant

Considérons le cas d'un échangeur de chaleur en arrangement co-courant. Le bilan énergétique sur chaque fluide entre l'entrée et la sortie est :



On a :

$$\Delta T_e = T_{ce} - T_{fe}$$

$$\Delta T_s = T_{cs} - T_{fs}$$

La chaleur perdue par le fluide chaud est :

$$q = \dot{m}_c C p_c (T_{ce} - T_{cs}) \quad (1)$$

La chaleur reçue par le fluide froid est :

$$q = \dot{m}_f C p_f (T_{fs} - T_{fe}) \quad (2)$$

Avec : $\dot{m}_c$ et $\dot{m}_f$ sont les débits massiques des deux fluides chaud et le fluide froid respectivement en (kg/s).

Si on se place à une position quelconque dans l'échangeur, le bilan entre les deux cotes x et $x+dx$:

$$dq = \dot{m}_c C p_c (-dT_c) = -C_c dT_c \quad (3)$$

$$dq = \dot{m}_f C p_f (-dT_f) = -C_f dT_f \quad (4)$$

D'autre part on a :

$$dq = K(dA)\Delta T = K(dA)(T_c - T_f) \quad (5)$$

$$d(\Delta T) = dT_c - dT_f = -dq \left[\frac{1}{C_c} + \frac{1}{C_f} \right] \quad (6)$$

On remplace dq (éq.5) dans (éq.6)

$$d(\Delta T) = -K(dA)\Delta T \left[\frac{1}{C_c} + \frac{1}{C_f} \right]$$

$$\int_{\text{entrée}}^{\text{sortie}} \frac{d(\Delta T)}{\Delta T} = -K \left[\frac{1}{C_c} + \frac{1}{C_f} \right] \int_{\text{entrée}}^{\text{sortie}} dA$$

$$\ln \frac{\Delta T_s}{\Delta T_e} = -KA \left[\frac{1}{C_c} + \frac{1}{C_f} \right]$$

On a : $C_f = \dot{m}_f C p_f = \frac{\dot{q}}{T_{fs} - T_{fe}}$ et $C_c = \dot{m}_c C p_c = \frac{\dot{q}}{T_{ce} - T_{cs}}$

$$\ln \frac{\Delta T_s}{\Delta T_e} = -KA \left[\frac{(T_{ce} - T_{cs})}{\dot{q}} + \frac{(T_{fs} - T_{fe})}{\dot{q}} \right] = -\frac{KA}{\dot{q}} [(T_{ce} - T_{fe}) - (T_{cs} - T_{fs})]$$

$$\dot{q} = KA \left[\frac{\Delta T_s - \Delta T_e}{\ln \frac{\Delta T_s}{\Delta T_e}} \right] = KA \Delta T_{LM}$$

L'équation finale est analogue à la loi de refroidissement de Newton, mais appliquée à tout l'échangeur de surface A , ayant un coefficient global K

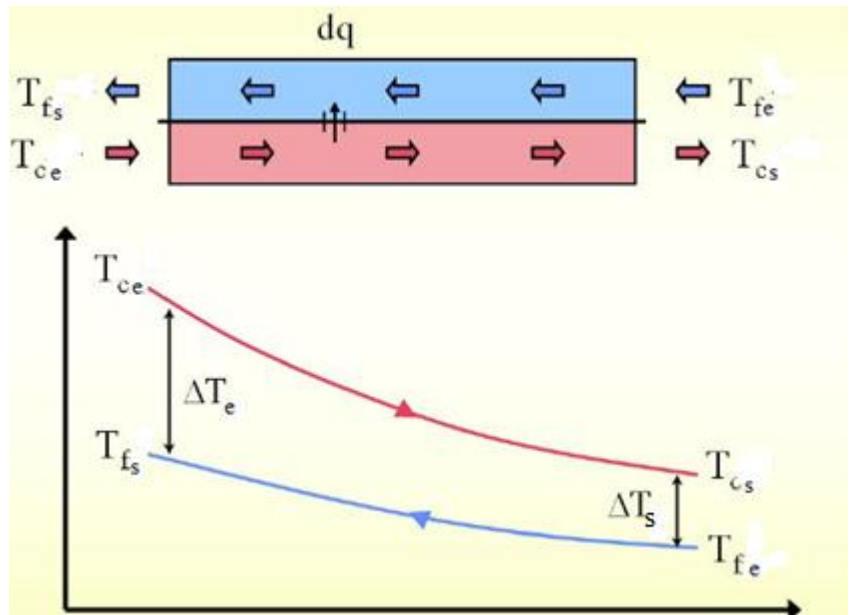
constant, et en utilisant comme différence de température : La différence de température logarithmique moyenne (ΔT_{LM}).

3.6.2. Cas à contre-courant

Dans le cas d'un échangeur à contre-courant, le résultat serait identique avec une expression différente pour ΔT_e et ΔT_s

$$\Delta T_e = T_{ce} - T_{fs}$$

$$\Delta T_s = T_{cs} - T_{fe}$$



3.7. Méthode du nombre d'unités de transfert NUT(efficacité).

3.7.1. Nombre d'unité de transfert :

Le nombre d'unité de transfert est un nombre adimensionnel. Il représente le rapport entre la conductance et la capacité calorifique du fluide.

➤ Pour le fluide chaud :
$$NUT_c = \frac{KS}{(\dot{m} Cp)_c} = \frac{(T_{ce} - T_{cs})}{\Delta T_{LM}}$$

➤ Pour le fluide froid :
$$NUT_f = \frac{KS}{(\dot{m} Cp)_f} = \frac{(T_{fs} - T_{fe})}{\Delta T_{LM}}$$

Pour les calculs, on doit prendre le nombre d'unité de transfert le plus élevé, ce qui correspond au fluide ayant la plus faible capacité calorifique, c'est-à-dire le fluide qui commande le transfert.

3.7.2. Efficacité d'un échangeur de chaleur

L'efficacité d'un échangeur est définie comme le rapport de la puissance thermique réellement échangée $P_{réel}$ à la puissance maximum qu'il est théoriquement possible d'échanger P_{max} si l'échangeur est parfait.

$$\varepsilon = E = \frac{P_{réel}}{P_{max}}$$

La puissance thermique réellement échangée d'un échangeur $P_{réel}[\text{W}]$:

Où :

$\dot{m}_c$ et $\dot{m}_f$: Débit massique des fluides respectivement chaud et froid en kg/s

Cp_c Cp_f : Chaleur spécifique à pression constante des fluides respectivement chaud et froid, en $\text{J/(kg} \cdot \text{K)}$

ΔT_c ΔT_f : Écart de température des fluides respectivement chaud et froid, en K ou en $^{\circ}\text{C}$

$$\Delta T_c = T_{ce} - T_{cs}$$

$$\Delta T_f = T_{fe} - T_{fs}$$

T_{ce} T_{fe} : Températures d'entrée des fluides respectivement chaud et froid, en K ou en $^{\circ}\text{C}$.

T_{cs} T_{fs} : Températures de sortie des fluides respectivement chaud et froid, en K ou en $^{\circ}\text{C}$.

La puissance d'échange maximum théoriquement possible P_{max} est le produit du débit de capacité thermique le plus faible d'un fluide C_{min} , $[\text{W/K}]$ et de la température égale à l'écart maximal existant dans l'échangeur soit $(T_{ce} - T_{fe})$

$$P_{max} = C_{min} \cdot (T_{ce} - T_{fe}) = C_{min} \Delta T_{max}$$

Avec : $\Delta T_{Max} = (T_{ce} - T_{fe})$

Le débit de capacité thermique massique minimale C_{min} est le produit du débit massique $\dot{m}$ par la chaleur spécifique C_p du fluide :

$$C_{min} = \min(\dot{m}_c * C_{p_c}; \dot{m}_f * C_{p_f}) = \min(C_c; C_f)$$

On peut écrire

$$\varepsilon = E = \frac{\text{Max}(\Delta T_c - \Delta T_f)}{\Delta T_{max}}$$

3.7.3. Le rapport des capacités calorifiques

Le rapport des capacités calorifiques (Z ou R) est donné par :

$$Z = R = \frac{\text{Min}(C_c, C_f)}{\text{Max}(C_c, C_f)} = \frac{\text{Min}(\Delta T_c, \Delta T_f)}{\text{Max}(\Delta T_c, \Delta T_f)}$$

3.7.4. Relation entre l'efficacité et le NUT

➤ Échangeur contre- courant

- **Le cas du fluide chaud qui commande le transfert :**

Dans ce cas on a

$$Z = \frac{T_{fs} - T_{fe}}{T_{ce} - T_{cs}} \quad \text{et} \quad E = \frac{T_{ce} - T_{cs}}{T_{ce} - T_{fe}}$$

On peut écrire :

$$\Delta T_c = T_{ce} - T_{cs} = T_{ce} - T_{fe} + T_{fe} - T_{cs} = \Delta T_{Max} - \Delta T_s$$

On tire

$$\Delta T_s = (1 - E)\Delta T_{Max}$$

D'autre part, on peut écrire

$$\begin{aligned}\Delta T_f &= T_{ce} - T_{fs} = T_{ce} - T_{fe} + T_{fe} - T_{fs} = \Delta T_{Max} - \Delta T_f \\ &= \Delta T_{Max} - Z(T_{ce} - T_{cs})\end{aligned}$$

$$\Delta T_e = \Delta T_{Max} - Z\Delta T_c = \Delta T_{Max}(1 - ZE)$$

Le nombre d'unité de transfert est donné par :

$$NUT = \frac{T_{ce} - T_{cs}}{\Delta T_{LM}} = \frac{\Delta T_c}{\Delta T_e - \Delta T_s} \ln \frac{\Delta T_e}{\Delta T_s}$$

On obtient :

$$NUT = \frac{1}{1 - Z} \ln \frac{1 - ZE}{1 - E}$$

On peut avoir aussi :

$$E = \frac{1 - \exp[-(1 - Z)NUT]}{1 - Z \exp[-(1 - Z)NUT]}$$

➤ Échangeur co-courant

$$NUT = \frac{1}{1 + Z} \ln \frac{1}{1 - E(1 + Z)}$$

$$E = \frac{1 - \exp[-(1 + Z)NUT]}{1 + Z}$$

3.7.5. L'efficacité et le nombre de NUT(échangeur de configuration quelconque) :

Voir tableau ci-dessous

Type de circulation	$E(NUT, R)$	$NUT(E, R)$	Cas particulier	E_{lim} pour $NUT \rightarrow +\infty$
Contre-courant	$E = \frac{1 - \exp.[-(1-R)NUT]}{1 - R \exp.[-(1-R)NUT]}$	$NUT = \frac{1}{1-R} \mathcal{L}_n \left(\frac{1-ER}{1-E} \right)$	$R=0 \quad E = 1 - \exp.(-NUT)$ $NUT = \mathcal{L}_n(1-E)$ $R=1 \quad E = NUT/(1+NUT)$ $NUT = E/(1-E)$	$E_{lim} = 1$ qq soit R
Courants croisés fluide non brassé	$E = \frac{1}{R NUT} \sum_{n=0}^{n=\infty} F_n(NUT) F_n(R NUT)$ $F_n(x) = 1 - \exp. - \sum_{p=0}^n \frac{x^p}{p!}$		$R=0 \quad E = 1 - \exp.(-NUT)$	$E_{lim} = 1$ qq soit R
Courants croisés 1 fluide brassé à q_{fmax}	$E = 1 - \exp.[-\Gamma/R] \text{ avec } \Gamma = 1 - \exp.[-R \cdot NUT]$	$NUT = -\frac{1}{R} \mathcal{L}_n[1 + R \mathcal{L}_n(1-E)]$	$R=0 \quad E = 1 - \exp.(-NUT)$	$E_{lim} = 1 - \exp.(-1/R)$
Courants croisés 1 fluide brassé à q_{fmin}	$E = \frac{1}{R} (1 - \exp.[-R \cdot \Gamma]) \text{ avec } \Gamma = 1 - \exp.[-NUT]$	$NUT = -\mathcal{L}_n \left[1 + \frac{1}{R} \mathcal{L}_n(1-ER) \right]$	$R=0 \quad E = 1 - \exp.(-NUT)$	$E_{lim} = \frac{1}{R} (1 - \exp.(-R))$
(1-N)	$E = \frac{2}{(1+R) + \sqrt{1+R^2}} \frac{1 + \exp.[-NUT \sqrt{1+R^2}]}{1 - \exp.[-NUT \sqrt{1+R^2}]}$	$NUT = \frac{1}{\sqrt{1+R^2}} \mathcal{L}_n \frac{2-E(1+R-\sqrt{1+R^2})}{2-E(1+R+\sqrt{1+R^2})}$	$R=0 \quad E = 1 - \exp.(-NUT)$	$E_{lim} = \frac{2}{1+R+\sqrt{1+R^2}}$
Co-courant	$E = \frac{1}{1+R} [1 - \exp.[-(1+R)NUT]]$	$NUT = -\frac{1}{1+R} \mathcal{L}_n[1 + E(1+R)]$	$R=0 \quad E = 1 - \exp.(-NUT)$	$E_{lim} = \frac{1}{1+R}$