

حل التمرين 1:

ننطلق من علاقة الجملة او الرصيد: $S = C(1+in)$

$$S=7743.64=C(1+0.042 \times 162/360)$$

$$7743.64=c(1.0189)$$

$$C=7743.64/1.0189 = 7600$$

لدينا المعطيات التالية:

$$\text{المدة } n = 162 \text{ يوم} = 360/162$$

$$\text{المعدل } i = 4.2 \%$$

$$\text{الجملة } S = 7743.64$$

التمرين 2:

المدة	المعدل	المبالغ
8 اشهر	0.06 سنوي	C1 الاكبر
6 اشهر	0.05 سنوي	C2 الاصغر

في هذا التمرين لدينا علاقات بين المبالغ و بين الفوائد، سنعتمد عليها لاستخراج المجاهيل

بحيث:

$$\text{الفرق بين المبلغين الاكبر و الاصغر : } 1 \dots\dots\dots C1-C2=250$$

$$I_1 = 2I_2 \dots\dots\dots 2$$

$$I_1=C_1.i.n_1= C_1 . 0.06 .8/12 = 0.04 C_1$$

$$I_2=C_2.i.n_2= C_2 . 0.05 .6/12 = 0.025 C_2$$

$$I_1 = 2I_2 \Rightarrow 0.04 C_1=0.025 C_2$$

و بتعويض العلاقة 1 في اخر علاقة نجد :

$$0.04(250+C_2)=0.025 C_2 \Rightarrow 10+0.04 C_2 =0.025 C_2$$

$$\Rightarrow C_2 =1000 \Rightarrow C_1=1000+250= 1250$$

بتعويض قيمة كل مبلغ في علاقة الفائدة نجد ان: $I_2=25$ و $I_1=50$

حل التمرين 03:

لدينا ما يلي:

$$\text{معدل الفائدة } i = 6\%$$

$$S=2C$$

$$S=2C$$

حل التمرين 2:

حل التمرين 4:

لدينا:

في هذا التمرين لدينا المعطيات التالية:

$I_c - I_r = 0.5$ 1 (علما ان الفائدة التجارية د وما اكبر من الحقيقية). السنة 2011 ومعدل الفائدة = 0.05، المدة $n = 60$ يوم

بما انه سنستخدم الفائدة الصحيحة، فاننا بحاجة لمعرفة عدد ايام سنة 2011. و لهذا نقسم السنة على 4، فان كانت النتيجة بالفاصلة فان السنة بسيطة اي فيفري فيه 28 يوم. و العكس. كالتالي:
 $502.75 = 4/2011$ اي سنة بسيطة و عدد ايام السنة 365
 بالعودة للعلاقة رقم 1، و بالتعويض بمكونات كل عنصر نجد:

$$C.n_c.i - C.n_r.i = (C \times 60/360 \times 0.05) - (C \times 60/365 \times 0.05) = 0.5$$

$$= 0.0083C - 0.0082C = 0.5$$

$$C \times 0.0001 = 0.5 \text{ يعني } C = 0.5/0.0001 = 5000$$

حل التمرين 05:

العلاقة	الجملة	المدة	المبلغ
$C_2 = 5/6 C_1$ 1	$S_1 = 6300$	1 سنة	C_1
$C_1 + C_2 = 13200$ 2	?	1 سنة	C_2
بتعويض 1 في 2 نجد: $5/6 C_2 + C_2 = 13200$			

<p>$C_2(1+5/6)=13200$ أي $C_2=13200/(11/6)$ بتوحيد المقامات نجد $C_2=7200$ و بالتالي نعوض بقيمة المبلغ في العلاقة 2 نجد: $C_1=13200-7200=6000$ بعد تحديد المبالغ، وبتعويض النتيجة للمبلغ C_1 في علاقة الجملة نجد: $S_1=I_1+I_1 \Rightarrow I_1=S_1-C_1$ $I_1=S_1-I_1=6300-6000=300$ اي و لتحديد معدل الفائدة نحتاج الى العلاقة بين المعدلين: $i_1=i_2+1 \dots \dots \dots 3$ لدينا: $I=C \cdot i \cdot n$ بتعويض المدة 1 سنة و المبلغ نجد: $I=300=6000 \cdot i_1 \cdot 1$ $300=6000 \cdot i_1 \Rightarrow i_1=5\%$ و نعوض النتيجة الاخيرة في العلاقة رقم 3 فنجد: $i_1=i_2+1 \Rightarrow 5/100=i_2+1/100$ $i_2=4\%$</p>			
--	--	--	--

حل التمرين 6:

لدينا:

$$C_1=52600, C_2=42700, C_3=35800$$

$$\text{المدة } n_1 = 24 + 30 + 10 - 31 = 75 \text{ يوم}$$

$$\text{المدة } n_2 = 18 + 31 + 30 + 10 - 31 = 100 \text{ يوم}$$

$$\text{المدة } n_3 = 8 + 30 + 31 + 30 + 10 - 31 = 120 \text{ يوم}$$

اولا: وعليه نحسب اولاً الفائدة الاجمالية كالتالي:

$$I = Cxixn = (52600 \times 0.15 \times 75 / 360) + (42700 \times 0.15 \times 100 / 360) + (35800 \times 0.15 \times 120 / 360)$$

$$= 1643.75 + 1779.16 + 1790 = 5212.91$$

ثانياً: و لحساب الجملة النهائية لا بد اولاً من حساب الجملة عند تاريخ 6/8 ثم اكمال الحساب لغاية 7/8، بحيث المدة من 3/31 الى 6/8 هي 90 يوم كالتالي

حل التمرين 07:

المبلغ	المعدل	المدة	العمليات
C	0.1 للبنك 1 0.13 للبنك 2	260 يوم في البنك 1 90 يوم في البنك 2	لدينا جملة المبلغ الاول تعطي فائدة $I_2=1568.125$ في البنك 2 اي: $S_1 \cdot i_2 \cdot 90/360 = I_2 = 1568.125$ و بالتالي $S_1 \cdot 0.13 \cdot 90/360 = 1568.125$ $S_1 = 1568.125 / 0.0325 = 48250$. و بالتالي لحساب المبلغ المستثمر في البنك الاول سنعمد على معدل الفائدة و مدة البنك 1 كالتالي: $S_1 = C(1 + 0.1 \cdot 260/360)$ $48250 = C(1.07222) \dots \dots C = 48250 / 1.07222 = 45000$

ملاحظات:

- التمارين في هذا الجزء مرتبطة بجملة دفعات متساوية.
- هناك نوعين من الدفعات:
فورية اي بداية الدورة او المدة.
عادية اي نهاية الدورة او المدة
- حساب الجملة يحتاج دوما الى عملية حسابية اخرى و هي حساب مدة اول قسط n_1 اي المدة الفاصلة بين يوم وضع القسط الاول و يوم السحب. و مدة اخر قسط n_n .
اي المدة بين يوم وضع اخر قسط و يوم السحب .

حل التمرين 08:

سيتم الاعتماد على العلاقة التالية في كل التمارين: المتبقية:

$$S = n.c + n/2.c.i.(n_1+n_n)$$

اولا: في حالة الدفعات العادية

<p>لحساب الجملة نحتاج الى تطبيق العلاقة:</p> $S = 13.4500 + 13/2 \cdot 4500 \cdot i \cdot (36/12 + 0/12)$ $= 58500 + 87750i$ $S = 79560 = 58500 + 87750i$ $79560 - 58500 = 87750i$ $21060 = 87750i$ $i = 21060/87750 = 0.24 = 24\%$	القسط: 4500
	الجملة S=79560
	المعدل : % i
	الدفعة: كل 3 شهر. دفعة نهاية المدة. اي كل 3 اشهر او كل فصل دفعة و بالتالي في السنة 3 دفعات
	المدة 3 سنوات و 3 اشهر
	عدد الدفعات n = 39 شهر / 3 = 13 دفعة
	$n_1 = 36/12$ $n_n = 0/12$

ثانيا: في حالة الدفعات الفورية

<p>لحساب الجملة نحتاج الى تطبيق العلاقة:</p> $S = 13.4500 + 13/2 \cdot 4500 \cdot i \cdot (39/12 + 3/12)$ $= 58500 + 102375i$ $S = 79560 = 58500 + 102375i$ $79560 - 58500 = 102375i$ $21060 = 102375i$ $i = 21060/102375 = 0.20 = 20\%$	القسط: 4500
	الجملة S=79560
	المعدل : % i
	الدفعة: كل 4 شهر. دفعة بداية المدة
	المدة 3 سنوات و 3 اشهر
	عدد الدفعات n = 39 شهر / 3 = 13 دفعة
	$n_1 = 39/12$ $n_n = 3/12$

حل التمرين 09:

لحل هذا التمرين نحتاج الى معرفة دور كل تاريخ من التواريخ التي تم توضيحها في المعطيات كما يلي:

لدينا في 6/10 اقتراض مبلغ 90000 على ان يسدد في 12/31 من نفس السنة.

و لدينا عمليات تسديد متفرقة في مواعيد مختلفة: تسديد 40000 في 7/14 ثم تسديد 20000 في 9/9 ثم تسديد 15000 في 11/2

و المطلوب: ما سيتم تسديده او الرصيد الواجب تسديده 12/31.

الطريقة التي سيتم بها حل التمرين تعتمد على معرفة الزمن او المدة الفاصلة بين كل فترة منذ يوم الاقتراض، اي:

اولا: $n_1 =$ من 6/10 الى 7/14 و نجد عدد الايام = (30-10=20) جوان + 14 يوم من جويلية = 34 يوم

حل تمارين السلسلة رقم 01 / مقياس الرياضيات المالية 2023/2022

ثانياً $n_2 =$ من 7/14 الى 9/9 = (31-14=17 يوم من جويلية) + 31 يوم من اوت + 9 ايام من سبتمبر = 57 يوم

ثالثاً: $n_3 =$ من 9/9 الى 11/2 = (30-9=21 يوم من سبتمبر) + 31 يوم من اكتوبر + 2 يوم في نوفمبر = 54 يوم

رابعاً: $n_4 =$ من 11/2 الى 12/31: اي (30-2=28 يوم في نوفمبر) + 31 يوم في ديسمبر = 59 يوم
و بهذا نبدأ الان حساب الرصيد في كل مرة يتم فيها التسدس الى غاية نهاية السنة كما يلي:

الفترة	المعطيات	العملية
6/10 — 7/14	$n_1 =$ 34 يوم $C_1 = 90000$ $i = 0.09$	$S_1 = C_1(1 + in_1) = 90000(1 + 0.09 \times 34/360)$ $= 90765$ و بعد سحب مبلغ 40000 من هذا الرصيد يتبقى : S_1 (بعد السحب) = $90765 - 40000$ $= 50765$
9/9 — 7/14	$n_2 =$ 57 يوم $C_2 = S_1 = 50765$ $i = 0.09$	$S_2 = C_2(1 + in_2) = 50765(1 + 0.09 \times 57/360)$ $= 51488.4$ و بعد سحب مبلغ 20000 من هذا الرصيد يتبقى : S_2 (بعد السحب) = $51488.4 - 20000$ $= 31488.4$
11/2 — 9/9	$n_3 =$ 54 يوم $C_3 = S_2 = 31488.4$ $i = 0.09$	$S_3 = C_3(1 + in_3) = 31488.4(1 + 0.09 \times 54/360)$ $= 31913.49$ و بعد سحب مبلغ 15000 من هذا الرصيد يتبقى : S_3 (بعد السحب) = $31913.49 - 15000$ $= 16913.49$
12/31 — 11/2	$n_4 =$ 59 يوم $C_4 = S_3 = 16913.49$ $i = 0.09$	$S_4 = C_4(1 + in_4) = 16913.49(1 + 0.09 \times 59/360)$ $= 17162.96$ وهذا هو الرصيد النهائي الذي يجب تسديده

حل التمرين 10:

لدينا في هذ التمرين، نوعين من الدفعات:

اولاً: دفعات متساوية بمبلغ 4000 كل بداية الشهر لمدة 5 اشهر أي:

عدد الدفعات $n = 5$ دفعات

مدة الدفعة الاولى = من يوم 1/1 اول الشهر الاول الى 12/31 يوم السحب = 12/12 اي 12 شهر

مدة الدفعة الاخيرة = من يوم 6/1 اول الشهر السادس الى 12/31 يوم السحب = 12/8 اي 8 اشهر

$$0.04 = i \text{ المعدل}$$

و عليه لحساب الجملة او الرصيد لمجموع الدفعات المتساوية بمبلغ 4000 نطبق القانون التالي:

$$S = n.c + n/2.c.i.(n_1+n_n)$$

$$S1 = 5 \times 4000 + 5/2 \times 4000 \times 0.04 \times (12/12 + 8/12) = 20000 + 666.66$$

$$S1 = 20666.66$$

ثانيا: دفعات متساوية بمبلغ 6000 كل بداية الشهر لمدة 7 اشهر المتبقية من السنة أي:

$$\text{عدد الدفعات } n = 7 \text{ دفعات}$$

مدة الدفعة الاولى = من يوم 6/1 الى 12/31 يوم السحب = 12/7 اي 7 اشهر

مدة الدفعة الاخيرة = من يوم 12/1 الى 12/31 يوم السحب = 12/1 اي شهر واحد

$$0.04 = i \text{ المعدل}$$

و عليه لحساب الجملة الرصيد لمجموع الدفعات المتساوية بمبلغ 6000 نطبق القانون التالي:

$$S = n.c + n/2.c.i.(n_1+n_n)$$

$$S2 = 7 \times 6000 + 5/2 \times 6000 \times 0.04 \times (7/12 + 1/12) = 42000 + 560$$

$$S2 = 42560$$

$$S = S1 + S2 = 63226.67$$

حل التمرين 11:

في هذا التمرين لدينا: مدة 3 سنوات اي 36 شهر، هي مدة اقتراض مبلغ 40000. بمعدل

$$i = 0.06$$

بحيث يسدد هذا القرض بدفعات متساوية قيمة كل دفعة هي قيمة فائدة شهرين، اي يدد نهاية كل شهرين نفس المبلغ.

المطلوب، حساب المبلغ الواجب دفعه بعد تاخير الموعد بثلاث اشهر؟

اولا: لدينا بداية يجب ان نحدد ما دفعه المقترض و ما تبقى من دون تسديد، بحيث سدد 3 فوائد فقط اي سدد 6 اشهر و بقي عليه فائدة 30 شهر: لذا نحسب اولا الفائدة الدورية التي يدفعها كل 2 شهر اي:

$$I_{2\text{mois}} = C \times i \times n = 40000 \times 0.06 \times 2/12 = 400$$

ثم نحسب الفائدة التي دفعها لثلاث مرات اي فائدة 6 اشهر:

$$(I_{2\text{mois}}) \times 3 = 400 \times 3 = 1200 \text{ او } I_{6\text{mois}} = 40000 \times 0.06 \times 6/12 = 1200$$

1200 هي الفائدة المسددة. اي لم يسدد 15 دفعة متبقية من الفوائد، لانه لدينا 36 شهر سدد فائد 6 اشهر و تبقى فائدة 30 شهر، اي 15 دفعة لم تسدد . و نحسبها كما يلي:

$$I_{30\text{mois}} = 400 \times 15 = 6000 \text{ او } I_{30\text{mois}} = 40000 \times 0.06 \times 30/12 = 6000$$

ثانيا: بعدما تاخر لمدة 3 اشهر اخرى، نحسب عليه كذلك فوائد التاخير بمعدل 0.08 و التي تحتسب على المبلغ المقترض و الفوائد التي عليه اي على مبلغ (46000 = 6000 + 40000) كما يلي:

$$\text{فوائد التاخير} = 46000 \times 0.08 \times 3/12 = 920$$

و بالتالي اصبح الدين الاجمالي او الرصيد الواجب دفعه هو:

$$S = C + I = C + I_{30\text{mois}} + I_{\text{التاخير}} = (40000 + 6000) + 920 = 46920$$

حل التمرين 12:

النتيجة	الرصيد S	المدة	المعدل	المبلغ
لدينا الفرق بين الجملتين هو الفرق في الفائدة . وهذا لان المبالغ متساوية و المعدل نفسه للجملتين . أي: $S_1 = C + I_1$, $S_2 = C + I_2$ $S_2 - S_1 = I_2 - I_1$ $1612.5 - 1575 = 37.5$ بما ان الفرق في المدة بين الجملتين هو 3 اشهر فان الفرق في الفائدة بينهما اي 37.5 هو الفائدة لمدة 3 اشهر و بالتالي فائدة 6 اشهر هي $37.5 \times 2 = 75$ وانطلاقا من هذه العلاقة نجد:	$S_1 = 1575$	6 اشهر	؟	C1
	$S_2 = 1612.5$	9 اشهر	؟	C2

<p>75=I= C₁. i. 6/121</p> <p>كما لدينا $S - C = I$ 6 اشهر</p> <p>و بالتالي نعوض بالجملة و الفائدة نجد $1575 - C = 75$</p> <p>$C = 1575 - 75 = 1500$</p> <p>بتعويض قيمة المبلغ في العلاقة 1 نجد:</p> <p>$75 = 1500 \cdot i \cdot 6/12 \Rightarrow i = 0.6/6 = 0.1 = 10\%$</p>				
---	--	--	--	--