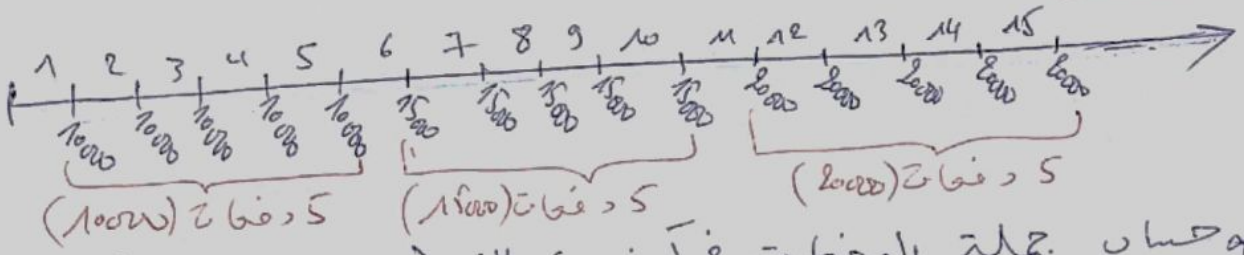
السلسلة رقم 03 - الفوائد المركبة

التمرين 01:



* حساب جملة الدفعات في آخر المبالغ: (بعد 15 سنة).

جملة خمس دفعات الأولى 10000 ثم تحسب إلى نهاية المدة ($n = 10$).
" " الثانية 15000 " " " " ($n = 5$).
" " الأخيرة 20000 " " " .

$S = S_1 + S_2 + S_3$

حيث جملة الدفعات العادية:

$$S = c\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

$$S = 10000\left[\frac{(1+0{,}06)^5 - 1}{0{,}06}\right] \times (1+0{,}06)^{10} + 15000\left[\frac{(1+0{,}06)^5 - 1}{0{,}06}\right](1+0{,}06)^5 + 20000\left[\frac{(1+0{,}06)^5 - 1}{0{,}06}\right].$$

$$S = 56370{,}93 \cdot (1{,}06)^{10} + 84.556{,}39 \cdot (1{,}06)^5 + 112.741{,}86$$

$$\boxed{S = 321.611{,}37}$$

ملاحظة:

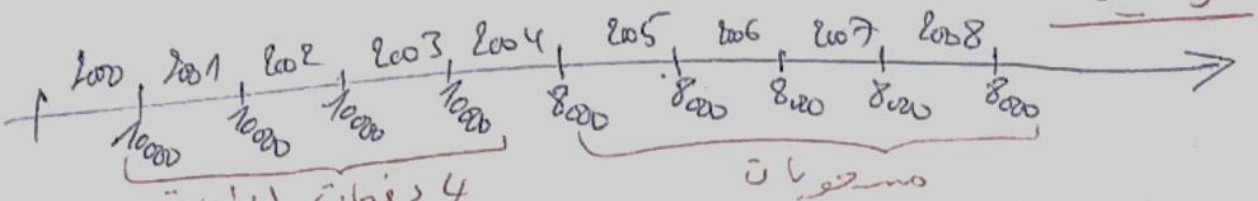
① عندما لا يذكر تاريخ الدفعات (بداية المدة أو نهاية المدة) نعتبر الدفعات عادية (بنهاية الفترة).

② - حسبنا جملة 5 دفعات الأولى، ثم الرصيد المتجمع بعد 5 دفعات بقي في البنك (لا يوجد سحب)، لذلك حسب جملة المبلغ المتجمع إلى غاية نهاية السنة الخامسة عشر (15).

Scanné avec CamScanner

سنوي $i = 10\%$

التمرين 02 :



* رصيد في نهاية 2008 :

• جملة دفعات الإيداع : $S_{\text{إيداع}} = C \dfrac{(1+i)^n - 1}{i} = 10000 \dfrac{(1+0{,}1)^4 - 1}{0{,}1} = \boxed{46410}$

• بقاء هذه الجملة إلى غاية 2008 : $S = C(1+i)^n$

$S_{2008} = 46410 \times (1+0{,}1)^5 = \boxed{74\,743{,}7691}$

• حساب جملة المسحوبات (علما أننا لم نطرحها في البداية مع كل سحب لذلك نحسبها بفوائدها لطرحها من S_{2008}) كما يلي :

$S_{\text{مسحوبات}} = 8000 \dfrac{(1+0{,}1)^5 - 1}{0{,}1} = \boxed{48\,840{,}8}$

إذن رصيد في نهاية 2008 هو :

$S_{\text{إيداع}} - S_{\text{مسحوبات}} = 74\,734{,}7691 - 48\,840{,}8$

$\boxed{\text{رصيد} = 25902{,}9691}$ (*)

* طريقة ثانية :

بعد حساب جملة الإيداعات (4 دفعات) نلاحظ أنها متجمعة في نهاية 2003، وأول سحب (8000) في نهاية 2004، إذن نحسب جملة الرصيد المتجمع في نهاية 2004 ثم نطرح 8000، ثم نعيد العملية بحساب الجملة لسنة واحدة قبل كل سحب 8000، إلى غاية سنة 2008، كما يلي : • رصيد نهاية 2003 :

$S_{\text{إيداع} \to 2003} = 46410.$

* رصيد نهاية 2004 قبل السحب : $S_{2004} = 46410(1+0{,}1)^1 = 51051$

* الرصيد بعد السحب الأول : $51051 - 8000 = 43051.$

Scanné avec CamScanner

$S_{2005} = 43051 \times (1+0{,}1)^1 = 47356{,}1$: 2005 الرصيد في

47356,1 - 8000 = 39356,1 : 8000 الرصيد بعد سحب

$S_{2006} = 39356{,}1 \cdot (1+0{,}1)^1 = 43291{,}71$: 2006 الرصيد في

43291,71 - 8000 = 35291,71 : 8000 الرصيد بعد سحب

$S_{2007} = 35291{,}71 \cdot (1+0{,}1)^1 = 38820{,}881$: 2007 الرصيد في

38820,881 - 8000 = 30820,881 : 8000 الرصيد بعد سحب

$S_{2008} = 30820{,}881 (1+0{,}1)^1 = 33902{,}9691$: 2008 الرصيد في

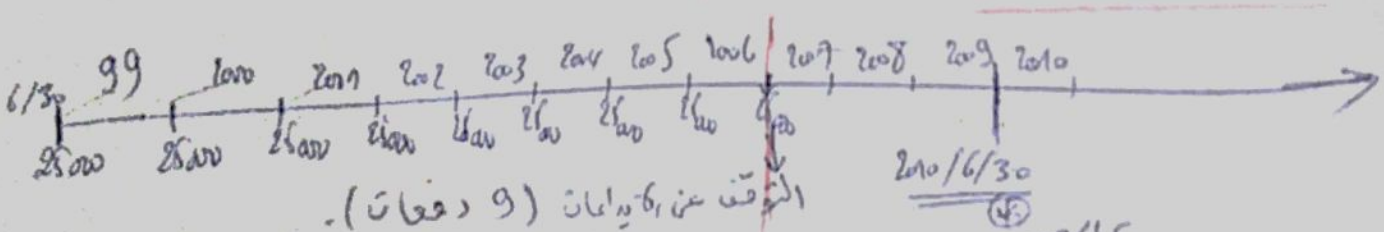
33902,9691 - 8000 = **25902,9691** (x) : 8000 الرصيد بعد سحب آخر سحب

⇐ نلاحظ أن الحل مختلف في كلا الطريقتين، لكن الرصيد نفسه ⇒ 25902,9691

التمرين 03:

$i = 5\%$

1007/6/30



(x) 15 الرصيد

(1) حساب الرصيد في 2010/6/30:

نحسب قيمة المدفوعات الدورية 9 دفعات) 2007/6/30 ثم نحسب قيمة الرصيد المتبقي في غاية 2010 كما يلي:

$$S_{2007} = C(1+i) \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i} = 25000(1+0{,}05) \cdot \frac{(1+0{,}05)^9 - 1}{0{,}05}$$

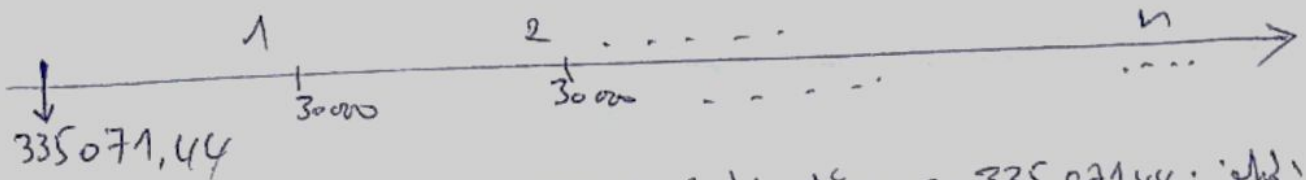
$$\boxed{S_{2007} = 289447{,}31}$$

Scanné avec CamScanner

$$S_{2010} = C(1+i)^4 = 289\,447,31\,(1+0,05)^3$$

$$\boxed{S_{2010} = 335.071,44}$$

④ وظف هذا المبلغ في بنك على أن يمنح هذا المتعهد مبلغا ثابتا قدره : 30.000 بداية كل سنة : ($i = 6\%$).



* المبلغ : 335.071,44 دج يمثل القيمة الحالية للدفعات (30000) لذلك :

$$V = S\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

$$335.071,44 = 30\,000\left[\frac{1-(1+0,06)^{-n}}{0,06}\right]$$

n : يمثل عدد الدفعات .

$$\frac{1-(1,06)^{-n}}{0,06} = 11,169048$$

$$(1,06)^{-n} = 0,329857$$

← نقوم بإدخال (Log) للطرفين :

$$\text{Log}(1,06)^{-n} = \text{Log}\,0,329857$$

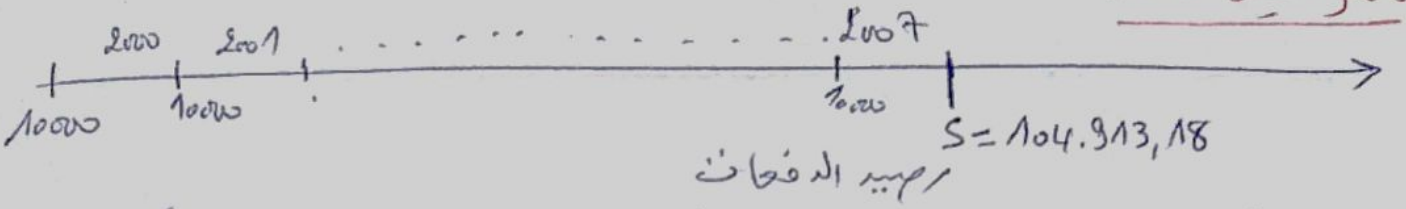
$$-n\,\text{Log}(1,06) = \text{Log}\,0,329857$$

$$n = \frac{\text{Log}\,0,329857}{-\text{Log}\,1,06} = \frac{-0,481674}{-0,0253058} = 19,034134$$

19 سنة و 12 يوم

Scanné avec CamScanner

التمرين 04 :



رصيد الدفعات

⇐ توجد 8 دفعات فورية (من سنة 2000 إلى 2007) :

$$S = c\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] \Rightarrow \frac{(1+i)^n - 1}{i} = \frac{S}{c} = \frac{104913,18}{10000}$$

$$\frac{(1+i)^8 - 1}{i} = 10,491318$$

⇐ لإيجاد معدل الفائدة هناك طريقتين :

① طريقة الجداول المالية : نبحث في الجدول المالي رقم

* الجدول المالي تشير إلى قيمة محسوبة لمبلغ 1 دج بالفائدة المركبة ، الجدول المالي رقم (1) سيشير الى قانون $S = c(1+i)^n$ فهو يعطينا قيمة $(1+i)^n$ لـ 1 دج ابتداء من معدل فائدة = 1٪ والمدة ($n=1$) .... وهكذا .

من الجدول المالي نذهب في السطر (n : المدة) = 8 .
ونقرأ في نفس السطر القيمة (10,491318) فنجد ما تقابل معدل الفائدة $i = 7\%$.

② - طريقة التجربة والخطأ :

نفرض قيمة لمعدل الفائدة وحسب القيمة ، وننبغي نكرر العملية إلى غاية الحصول على المعدل الذي يعطينا القيمة (10,491318) .

Scanné avec CamScanner

نفرض $i = 8\%$ ⟶ قيمة المعامل = 10,636627

نفرض معدل آخر:

$i = 7{,}5\%$ ← 10,446371 نواصل العملية.

$i = 7{,}6\%$ ← 10,484125 (قريبة لكن نواصل العملية).

$i = 7{,}61\%$ ← 10,487908 (قريبة جدا ، نفس الشيء).

$i = 7{,}62\%$ ← (10,491693) بالمقارنة مع (10,491318).

قريبة جدا ، اذن نأخذ $i = 7{,}62\%$

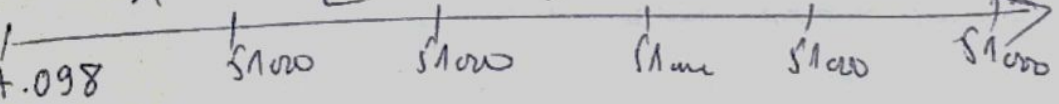
التمرين 05:

① $S_1 = C \dfrac{(1+i)^n - 1}{i} = 10000 \cdot \dfrac{(1+0{,}05)^{10} - 1}{0{,}05} = 661319{,}082$

② $S_2 = S_1 + 10000 \cdot \dfrac{(1+0{,}05)^{10} - 1}{0{,}05} = 661319{,}082 + 125778{,}925$

$$\boxed{S_2 = 787.098{,}007}$$

③



سعر المنزل = 787.098 + V (دفعات 5 سنوات)

$V = S\left[\dfrac{1 - (1+i)^{-n}}{i}\right] = 51000 \dfrac{1 - (1+0{,}06)^{-5}}{0{,}06}$

$$\boxed{V = 214830{,}55}$$

سعر المنزل = 787098 + 214830,55

= 1.001.928,55

Scanné avec CamScanner