جامعة محمد خيضر بسكرة
قسم علوم المادة
مقياس : رياضيات II

السنة الدراسية: 2022/2023
التاريخ: 07/02/2022

سلسلة الأعمال الموجهة رقم 1 (التطبيقات الخطية)

تمرين ـ Exercise 1 : لتكن *Let*

$$A=\begin{pmatrix}-7 & 2\\ 0 & -1\\ 1 & -4\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 2 & 3 & 1\\ 3 & 2 & 1\end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix}2\\ 0\\ -3\end{pmatrix}, D=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}, E=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -3 & 0\\ -8 & 6\end{pmatrix}.$$

A) أحسب كل المجاميع الممكنة لمصفوفتين من هذه المصفوفات.

Calculate all possible sums of two of these matrices.

B) أحسب كل الجداءات الممكنة لمصفوفتين من هذه المصفوفات.

Calculate all possible products of two of these matrices.

C) أحسب $3A+2E$ و $5B+4EA^T$.

Calculate $3A+2E$ and $5B+4EA^T$.

D) أوجد α حيث $A-\alpha E$ المصفوفة المعدومة.

Find α where $A-\alpha E$ is the null matrix.

تمرين ـ Exercise 2 : 1) أحسب الجدائين AB و BA عندما يكون معرف، في كل من الحالات التالية:

Calculate the product AB and BA when is defined, in each of the following cases:

a) $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2 & 0\end{pmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 3\end{pmatrix}$

b) $A=\begin{pmatrix}0 & 3 & 6\\ -2 & 0 & 0\\ 2 & 1 & 2\end{pmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix}1 & -1 & 1\\ 0 & 1 & 0\end{pmatrix}$

c) $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 1 & 1\\ 0 & 2\end{pmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix}1 & -1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0 & 2\end{pmatrix}$

2) أحسب منقول المصفوفات السابقة.

Calculate the transpose of the previous matrices.

تمرين ـ Exercise 3 : لتكن $A,\ B \in M_2(\mathbb{R})$ المصفوفة المعرفة بـ:

Let $A,\ B \in M_2(\mathbb{R})$ *be the matrix defined by:*

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{و} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

قارن بين المصفوفتين $(A+B)^2$ و $A^2+2AB+B^2$. ثم قارن بين المصفوفتين $(A+B)^2$ و $A^2+AB+BA+B^2$.

Compare the two matrices $(A+B)^2$ *with* $A^2+2AB+B^2$. *Then compare the two matrices* $(A+B)^2$ *with* $A^2+AB+BA+B^2$.

تمرين ـ Exercise 4 : لتكن

Let

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

أوجد كل المصفوفات

Find all matrices

$$B = \begin{pmatrix} c & d \\ e & f \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$$

التي يمكنها أن تتبادل مع A، يعني $AB = BA$.

which can be exchanged with A, *i.e.* $AB = BA$.

تمرين ـ Exercise 5 : لتكن a و b أعداد حقيقية غير معدومة و المصفوفة

Let $aandb$ *be non-zero real numbers and the matrix*

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix}$$

أوجد كل المصفوفات $B \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ التي يمكنها أن تتبادل مع A، أي $AB = BA$.

Find all the matrices $B \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ *that can interchange with* A, *i.e.* $AB = BA$.

تمرين ـ Exercise 6 : أوجد A و B من $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ حيث : $AB = 0$ و $BA \neq 0$.

Find A *and* B *from* $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ *where:* $AB = 0$ *and* $BA \neq 0$.

Let the matrix **لتكن المصفوفة**

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

.

1) **هل توجد مصفوفة** $B \in M_{2,3}(\mathbb{R})$ **حيث** $AB = I_3$**؟ إن كان الجواب بنعم، هات صيغة المصفوفة** B.

Is there a matrix $B \in M_{2,3}(\mathbb{R})$ where $AB = I_3$? If yes, give the matrix formula of B.

2) **هل توجد مصفوفة** $C \in M_{2,3}(\mathbb{R})$ **حيث** $CA = I_2$**؟ إن كان الجواب بنعم، هات صيغة المصفوفة** C.

Is there a matrix $C \in M_{2,3}(\mathbb{R})$ where $CA = I_2$? If yes, give the matrix formula of C.

تمرين ـ Exercise 7 : لنكن المصفوفات التالية : *Let the following matrices as:*

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

1) **أحسب** A^2، A^3. **ثم إستنتج من** A^n **من أجل كل** $n \geq 1$.

Calculate A^2, A^3. Then deduce from A^n for every $n \geq 1$.

2) **أجب على نفس السؤال من أجل المصفوفة** B.

Answer the same question for the matrix B.

تمرين ـ Exercise 8 : أحسب بإستعمال طريقة غوص ثم طريقة المصفوفة المرافقة، مقلوب المصفوفة
Calculate using the submerged method and then the conjugate matrix method, the inverse of the matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

تمرين ـ Exercise 9 : أثبت أن *Prove that*

$$D = \begin{vmatrix} 1+a & a & a \\ b & 1+b & b \\ c & c & 1+c \end{vmatrix} = 1 + a + b + c.$$