

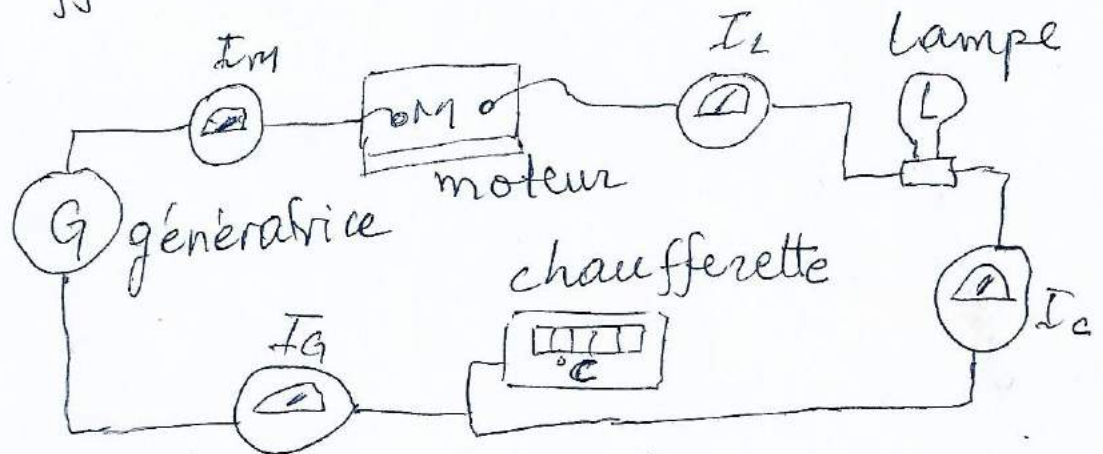
module licence (L3)  
métallurgie  
électricité industrielle.

## Circuits à courant continu

La plupart des circuits électriques sont raccordés soit en série, soit en parallèle, soit en série-parallèle.

### Groupeement en serie.

La figure suivante montre des appareils électriques sont raccordés en série formé d'une génératrice, d'un moteur, d'une lampe, et d'une chaufferette.



Groupeement en serie - mesure des courants à l'aide d'ampère-mètre

Les circuits series possèdent trois propriétés :

1) Les courants est le même dans tous les éléments : (les 4 ampèremètre donnent la même lecture)

$$I_{\text{moteur}} = I_{\text{lampe}} = I_{\text{chaufferette}} = I_{\text{génératrice}}$$

$$I_M = I_L = I_C = I_G$$

(1)

2) la somme des tensions aux bornes des charges est égale à la tension aux bornes de la source (par expérience)

$$E_{\text{moteur}} + E_{\text{lampe}} + E_{\text{chaufferette}} = E_{\text{génératrice}}$$

$$E_M + E_L + E_C = E_G.$$

3) la somme des puissance absorbées par les charges est égale à la puissance fournie par la source.

$$P_{\text{moteur}} + P_{\text{lampe}} + P_{\text{chaufferette}} = P_{\text{génératrice}}$$

$$\text{soit } E_M I_G + E_L I_L + E_C I_C = E_G I_G.$$

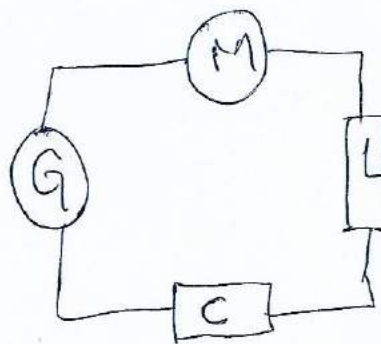


Diagramme schématique du montage (précédent)

Remarque: ces trois règles s'appliquent à tout circuit série, quelle que soit la nature des charges

## Grouperement de résistances en série ;

la résistance de l'ensemble de ces résistances est égale à la somme des résistances individuelles (série) :

un groupe de résistance  $R_1, R_2, R_3, \dots, R_n$   
par une seule résistance équivalente  $R_{eq}$ .

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n$$

voir vers

Exemple :

$$(a) R_{eq} = 4 + 6 + 12 = 22 \Omega$$

la tension de 220V  
donne un courant :

$$I = \frac{E}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$\Rightarrow I = \frac{220}{4 + 6 + 12} = 10 A$$

$$(b) I = \frac{E}{R_{eq}} = \frac{220}{22} = 10 A$$

la puissance dépensée par effet Joule dans  
chaque des résistances sont : ( $P = RI^2$ )

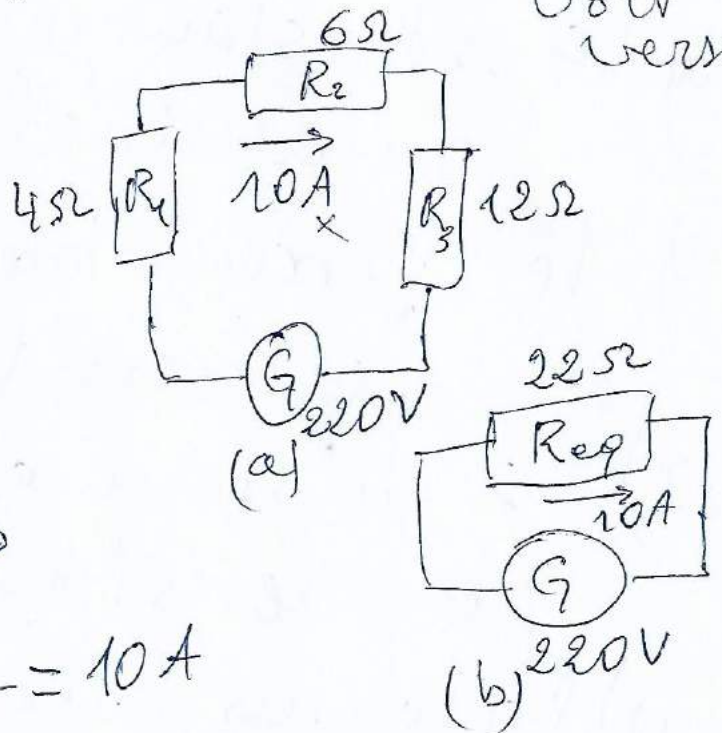
$$\text{dans } R_1 : P_1 = 4 \times 10^2 = 400 W$$

$$P_2 = 6 \times 10^2 = 600 W$$

$$P_3 = 12 \times 10^2 = 1200 W$$

soit au total : 2200W

(3)



la puissance débitée dans la résistance équivalente:  $p = 22 \times 10 = 2200 \text{ W}$ .

la puissance ~~de puissance~~ débitée par la génératrice:  
 $p = E \cdot I = 220 \times 10 = 2200 \text{ W}$

la tension aux bornes de chaque résistance est  $E = R I$

pour  $R_1: E_1 = 4 \times 10 = 40 \text{ V}$

$R_2: E_2 = 6 \times 10 = 60 \text{ V}$

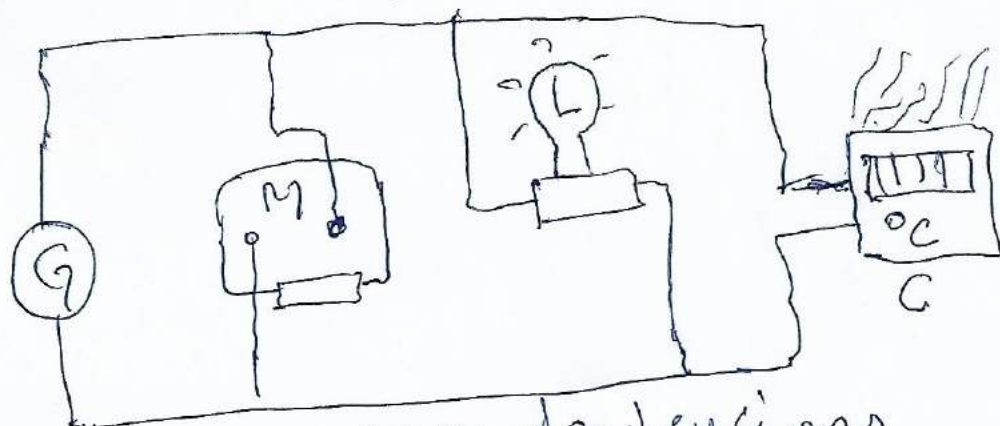
$R_3: E_3 = 12 \times 10 = 120 \text{ V}$

ou total:  $220 \text{ V}$

Groupement en parallèles

la figure suivante montre un groupement en parallèle formé d'un moteur, d'une lampe, et d'une chaufferette branchés aux bornes A et B d'une génératrice.

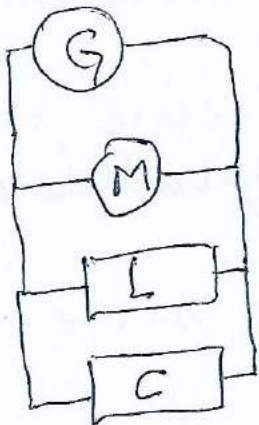
appareils de mesure  $E_G, E_M, E_L, E_C$   
 entre les bornes



(4)

mesure des tensions aux bornes des éléments

on peut schématiser la figure précédente  
par :



groupement en parallèle

les circuits parallèles possèdent trois propriétés :

1) La tension est la même aux bornes de chaque élément :

$$E_{\text{moteur}} = E_{\text{lampe}} = E_{\text{chauffeurette}} = E_{\text{génératrice}}$$

$$\Rightarrow E_M = E_L = E_C = E_G$$

2) La somme des courants par les charges est égale au courant débité par la source :

$$I_{\text{moteur}} + I_{\text{lampe}} + I_{\text{chauffeurette}} = I_{\text{génératrice}}$$

$$\Rightarrow I_M + I_L + I_C = I_G$$

3) La somme ~~des~~ des puissances consommées par les charges est égale à la puissance fournie par la source.

$$P_{\text{moteur}} + P_{\text{lampe}} + P_{\text{chauffeurette}} = P_{\text{génératrice}}$$

$$\Rightarrow E_{M1} + E_{M2} + E_{M3} = E_G - I_G r_G$$

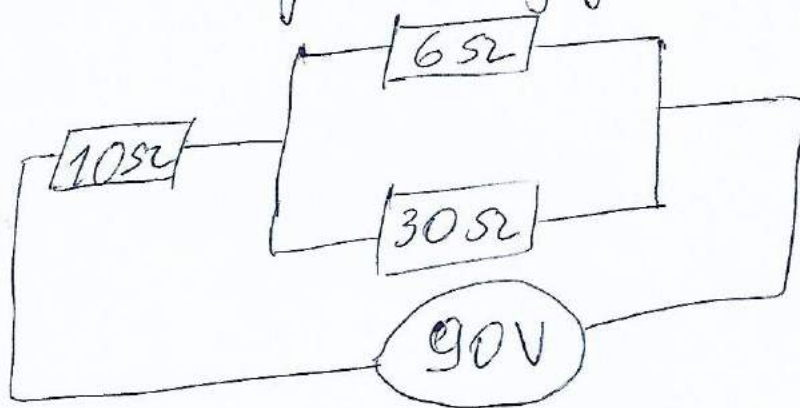
ces trois règles s'appliquent à tout circuit parallèle.

Remarque: si les R sont en série la Req. à chaque R  
 " R " " parallèle " < " " "

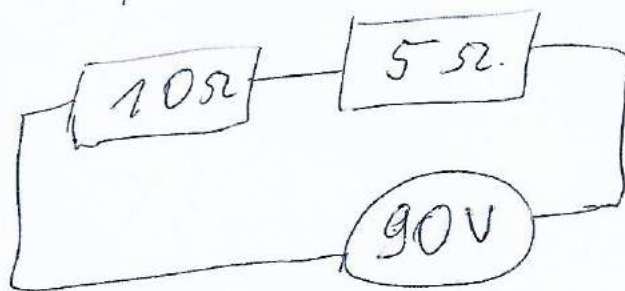
~~Groupelement en série-parallel~~

Exemple:

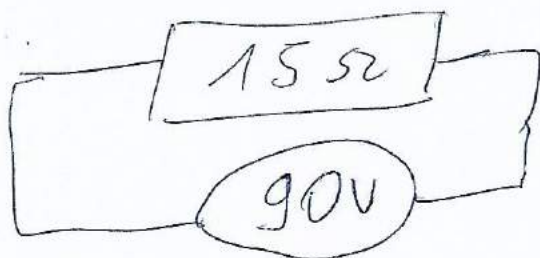
soit le montage de la figure suivante.



Determiner  $(I, E_1, E_2, I_1, I_2, P)$ .  
 les courants, les tensions et  
 on a: puissance aux bornes R?



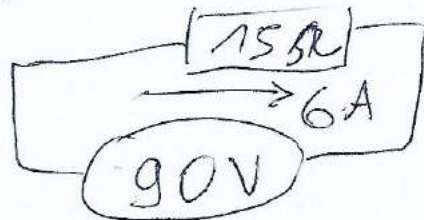
$$R_{11} = \frac{6 \cdot 30}{6 + 30} = \frac{180}{36} = 5 \Omega$$



$$10 + 5 = 15 \Omega$$

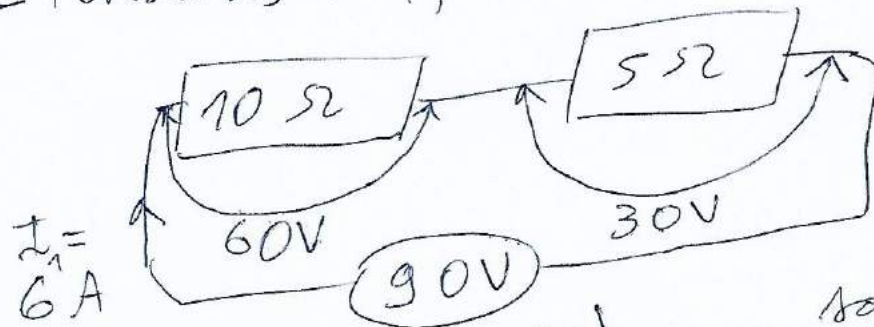
- le courant  $I$ .

$$E = R_{eq} I$$



$$I = \frac{90}{15} = 6A$$

- tensions :  $E_1, E_2$  (même courant d. d. p ≠)



$$10 \times 6 = 60V = E_1$$

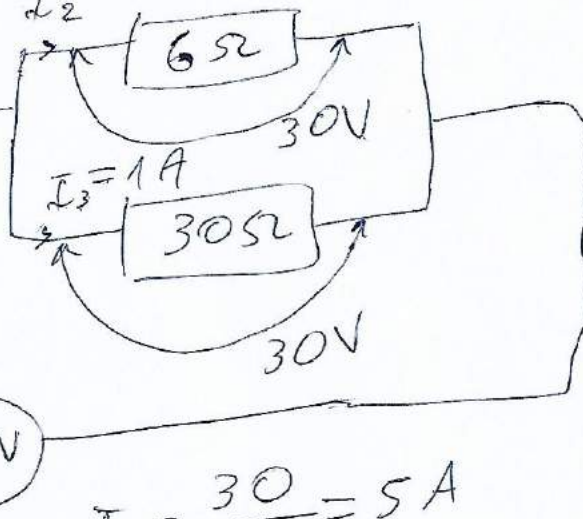
$$5 \times 6 = 30V = E_2$$

$$I_1 = 6A$$

soit au total :  
 $60 + 30 = 90V$

(même d. d. p et courant ≠)

$$I_2 = 5A$$



$$I_2 = \frac{30}{6} = 5A$$

$$I_3 = \frac{30}{30} = 1A$$

soit au total  $5 + 1 = 6A$

- Puissances : ( $P = EI = RI^2$ )

$$10\Omega \rightarrow P_1 = R_1 I_1^2 = 10 \cdot 6^2 = 360W$$

$$6\Omega \rightarrow P_2 = R_2 I_2^2 = 6 \cdot 5^2 = 150W$$

$$30\Omega \rightarrow P_3 = R_3 I_3^2 = 30 \cdot 1^2 = 30W$$

soit au total  $360 + 150 + 30 = 540W$

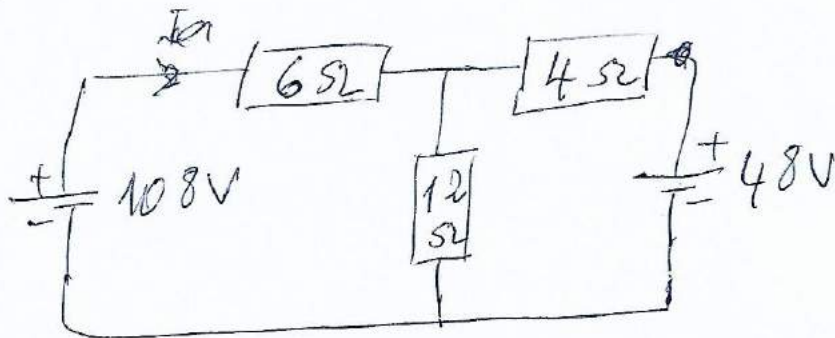
Pole génératrice :  $P = EI = 90 \cdot 6 = 540W$ .



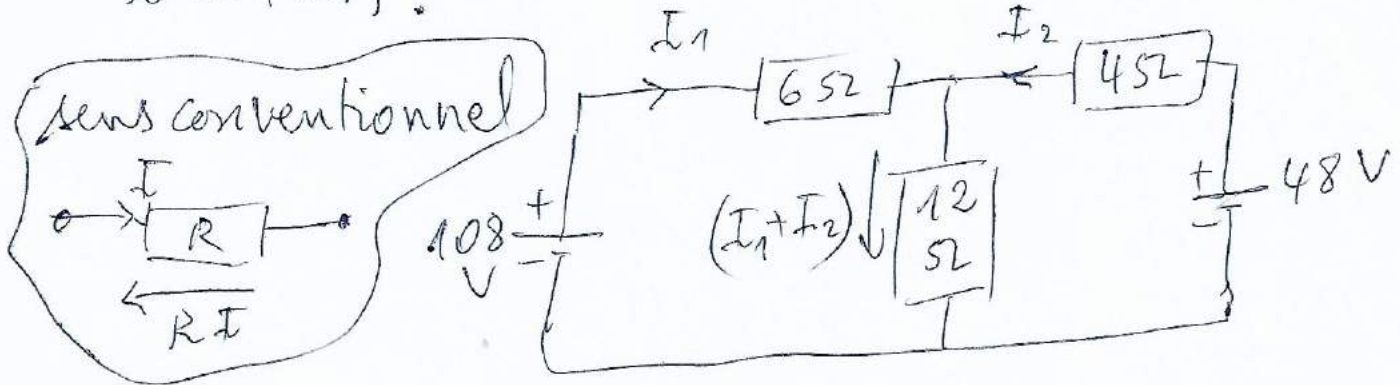


# Solution des circuits à courant continu

Calculer les courants et les tensions pour chacune des résistances



Solution :



~~100~~ • boucle fermée par deux sources et les résistances de 6Ω et 4Ω

En utilisant ~~en ap~~ ~~108~~ ~~6I1~~

• boucle fermée par la source de 108V et les résistances de 6Ω et 12Ω :

$$108 - 6I_1 - 12(I_1 + I_2) = 0$$

$$\Rightarrow 18I_1 + 12I_2 = 108$$

• En utilisant la boucle fermée par la source 48V et les résistances 4Ω et 12Ω :

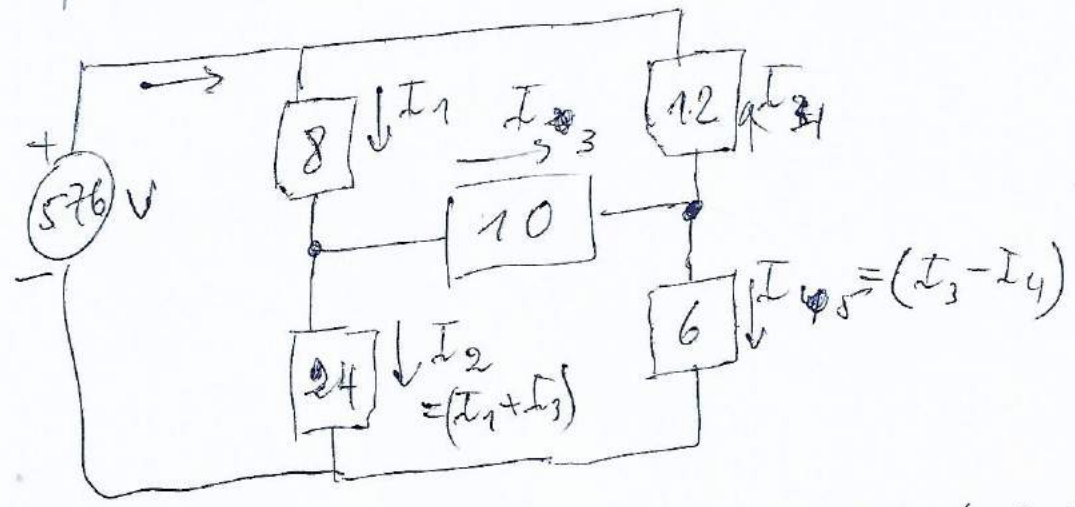
$$48 - 4I_2 - 12(I_1 + I_2) = 0$$

$$12I_1 + 16I_2 = 48$$

2 équations à 2 inconnues:

$$\begin{cases} 18I_1 + 12I_2 = 108 \\ 12I_1 + 16I_2 = 48 \end{cases} \Rightarrow I_1 \text{ et } I_2 ?$$

autre exemple: trouver les courants?



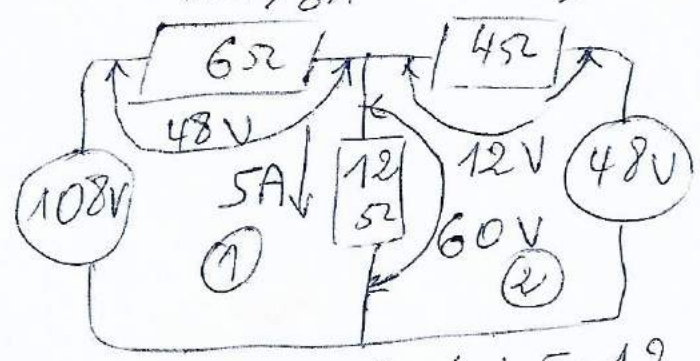
$$\begin{cases} 18I_1 + 12I_2 = 108 \quad /:6 \\ 12I_1 + 16I_2 = 48 \quad /:4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3I_1 + 2I_2 = 18 \quad / \times (-1) \\ 3I_1 + 4I_2 = 12 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -3I_1 - 2I_2 = -18 \\ 3I_1 + 4I_2 = 12 \rightarrow \textcircled{1} \end{cases} \text{ et } \textcircled{1} \Rightarrow 3I_1 + 4(-3) = 12$$

$$\Rightarrow 3I_1 = 24 \Rightarrow I_1 = 8A$$

$$2I_2 = -6 \Rightarrow I_2 = -3A$$

$$3A \text{ et } I_1 + I_2 = 8 - 3 = 5A$$



$$\textcircled{1} \Rightarrow 48 + 60 = 108V \Leftrightarrow 8 \cdot 6 + 5 \cdot 12$$

$$\textcircled{2} \Rightarrow 60 - 12 = 48V \Leftrightarrow 12 \cdot 5 + 4(-3)$$

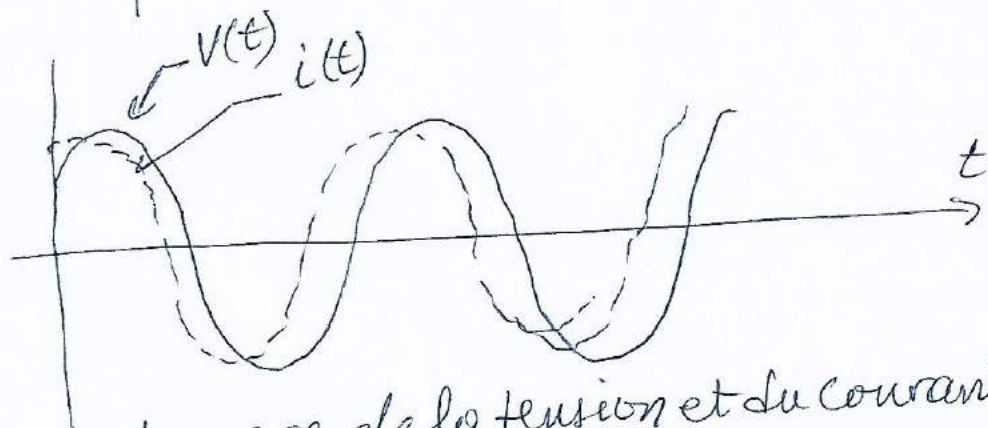
(9)

# Circuits à courant alternatif

Nous décrirons les propriétés des ondes sinusoïdales.  
Dans ce cas on va voir l'onde du courant, résultant  
(provoquons) de l'application d'une tension  
sinusoïdale à un ~~circuit~~ circuit résistif; un  
circuit capacitif et un circuit inductif.

Cela nous amène aux notions (فهم) de  
de réactance inductive, réactance capacitive,  
puissance active, et puissance réactive.

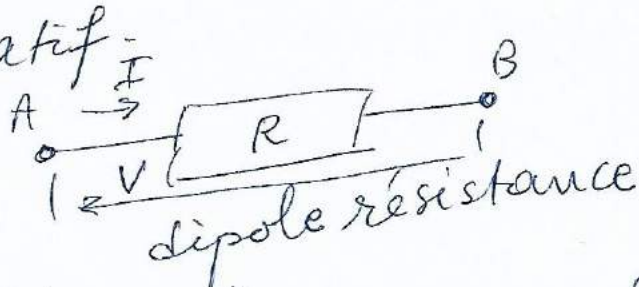
Lorsqu'un courant traverse un circuit ou  
impédance complexe, ce courant est dans  
la plupart des cas en déphasage (تأخر أو تقدم) par rapport à la tension appliquée à ce circuit  
ou à cette impédance (voir figure)



déphasage de la tension et du courant  
dans un circuit présentant une  
impédance complexe.

# Tension au borne d'une résistance

La tension au borne d'une résistance lorsqu'elle est traversée par un courant alternatif.



loi d'ohm:  $V = R \cdot I$ .

si le courant est type sinusoïdale:  
 $i = I_m e^{j\omega t}$ .

donc  $V = R \cdot I \Rightarrow V = R \cdot I_m e^{j\omega t}$

on peut écrire  $Z = R \cdot I_m$ .  
ou  $Z$ : impédance.

d'où:  $I$  et  $V$  sont en phase c-a-d.  $\varphi = 0$   
(voir figure)

La valeur efficace d'une tension sinusoïdale ou d'un courant sinusoïdale est toujours égal à  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  fois sa valeur crête (maxim)

$$E_{\text{eff}} = \frac{E_M}{\sqrt{2}} = 0,707 \cdot E_M$$

$$I_{\text{eff}} = \frac{I_M}{\sqrt{2}} = 0,707 \cdot I_M$$



La valeur efficace d'une tension sinusoïdale ou d'un courant sinusoïdale est toujours égal à  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  fois sa valeur crête

$$E_{\text{eff}} = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = 0,707 E_m$$

$$\text{et } I_{\text{eff}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0,707 I_m$$

Remarque: Presque tous les instruments de mesure sont calibrés de façon à indiquer la valeur efficace d'une tension ou d'un courant et non la valeur crête.  
Si on donne la valeur d'une tension alternative ou d'un courant alternative, il est entendu que c'est la valeur efficace.

Exemple 1.

Un voltmètre à courant alternatif indique la tension dans une résidence est de 120V 60Hz. Calculer.

- la valeur ~~max~~ de la tension.
- la valeur <sup>efficace</sup> minimal de la tension
- le taux de variation maximal.

(12)

(13)

$$\left(\frac{dE}{dt}\right) = 2\pi \nu E_m \text{ [KV/s]}$$

a) L'instrument indique la valeur efficace de la tension:

$$120 : \cancel{0,707} = 169,7 \text{ V}$$

b) la valeur minimale de la tension est  $\neq$  zéro

c) le taux de variation maximal et

$$\left(\frac{\Delta E}{\Delta t}\right)_{\max} = 2\pi f E_{\max}$$

$$= 2 \cdot 3,1416 \cdot 60 \cdot 169,7$$

$$= 63977 \text{ V/s} \approx 64 \text{ KV/s}$$

Exemple 2.  
Une tension efficace de 100V est appliquée à une résistance de 50Ω.

Calculer:

a) le courant efficace

b) la puissance dissipée par la résistance

$$\text{on a : } I_{\text{eff}} = \frac{E_{\text{eff}}}{R} = \frac{100}{50} = 2 \text{ A}$$

$$\text{b) } P = E_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} = 100 \cdot 2 = 200 \text{ W}$$

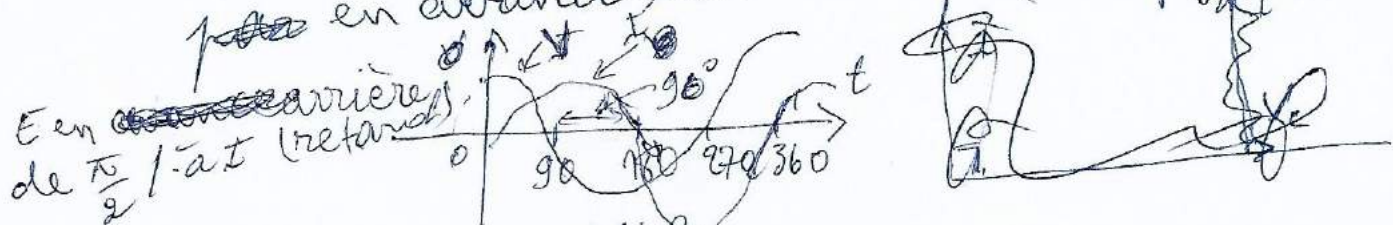
circuit capacitif alternatif de type sinusoïdale  
 lorsqu'un courant traversant un circuit  
 capacitif, il se produit une tension sinusoïdale  
 soit ~~v~~ par définition:

$$V_c = \frac{1}{C} \int I dt \quad \text{si } I = I_m e^{j\omega t}$$

$$\Rightarrow V_c = \frac{1}{C} \int I_m e^{j\omega t} dt = \frac{I_m}{j\omega} e^{j\omega t} \quad ; j^2 = -1$$

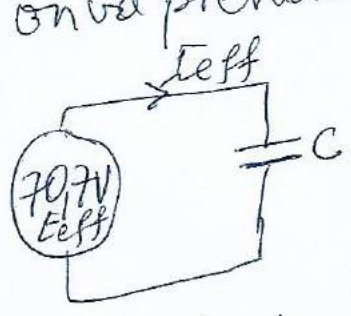
$$\Rightarrow V_c = \frac{-j I_m}{\omega} e^{j\omega t} = \frac{I_m}{\omega} \left( \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + j \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) \right) e^{j\omega t}$$

le courant est ~~en~~ déphasé d'un angle  $+\frac{\pi}{2}$   
~~par~~ en avance sur la tension ~~(voir figure)~~



### Réactance capacitif.

On va prendre un exemple suivant:



$$E_{eff} = 70,7 \text{ V}$$

$$I_{eff} = 2,62 \text{ A}$$

$$R_{condensateur} = \frac{E_{eff}}{I_{eff}} = \frac{70,7}{2,62} = 26,5 \Omega$$

pour éviter la confusion avec les circuits résistifs  
 en appelant réactance capacitif

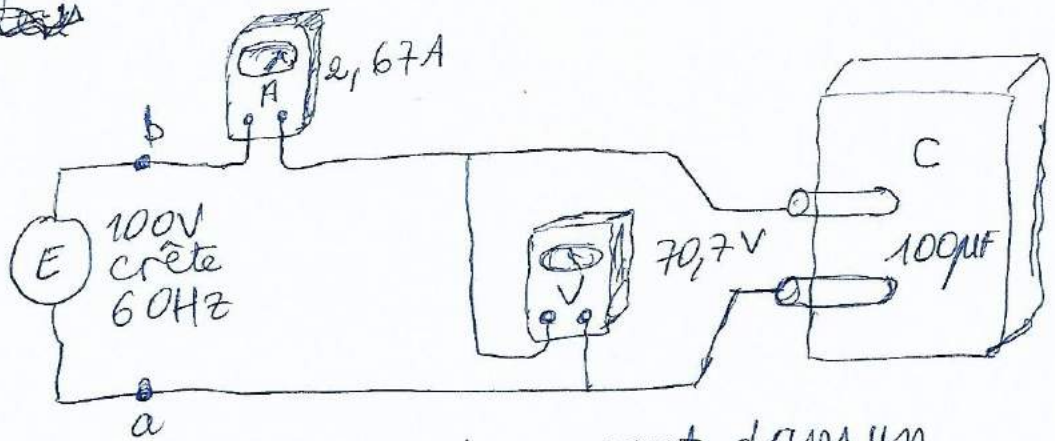
on le définit par définition:

$$X_c = \frac{1}{2\pi\nu C} j$$

- $X_c$ : réactance capacitif en  $[\Omega]$
- $\nu$ : fréquence de la source
- $C$ : capacité du condensateur  $[F]$

par sa valeur.  
 change à la fréquence  
 de la source.

~~Exemple~~



Tension et courant dans un courant capacitif.

$$X_c = \frac{1}{2\pi\nu C} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 60 \cdot 100 \cdot 10^{-6}}$$
$$\Rightarrow X_c = 26,5 \Omega$$

Exemple :

un condensateur de  $10 \mu\text{F}$  est raccordé à une source de tension dont la valeur efficace est de  $100\text{V}$ .

Si la fréquence est de  $200\text{Hz}$ .

quel est le courant efficace dans ce circuit

$$X_c = \frac{1}{2\pi\nu C} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 200 \cdot 10 \cdot 10^{-6}} = 79,6 \Omega$$

$$\text{et } I = \frac{E}{X_c} = \frac{100}{79,6} = 1,26 \text{ A.}$$



# Puissance réactive dans un condensateur : var capacitif.

- Dans un circuit où  $E$  et  $I$  sont en phase, ( $\varphi=0$ ) on parle de puissance active  $P=EI$  (c'est le cas d'un circuit contenant  $R$ , car  $\varphi$  déphasage nul).
- Dans un circuit où  $E$  et  $I$  sont déphasés ( $\varphi \neq 0$ ) on parle de puissance réactive @ capacitif ~~et inductif~~  $Q_c$  son unité est var. de même pour puissance réactif  $E$  et sont déphasés ( $\varphi \neq 0$ ) donne une puissance réactive

circuit inductif.

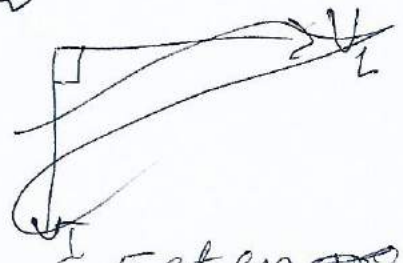
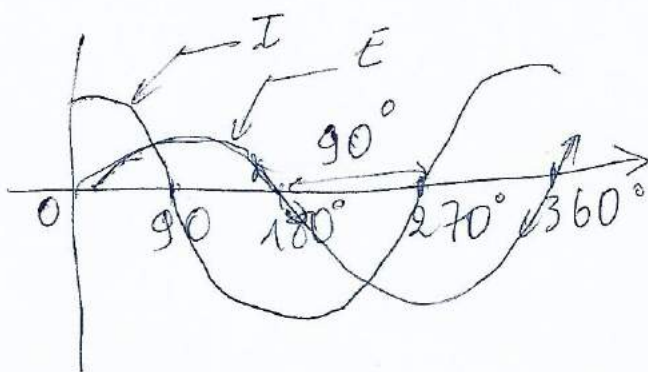
lorsqu'un courant alternatif sinusoïdale traversant un circuit inductif, il se produit une tension sinusoïdale.

par définition

$$V_L = L \frac{di}{dt}; \text{ et } I = I_m e^{j\omega t}$$

$$\Rightarrow V_L = L \frac{d}{dt} I_m j\omega e^{j\omega t} = j\omega L I_m (\cos \frac{\pi}{2} + j \sin \frac{\pi}{2})$$

Ce courant est déphasé de  $\frac{\pi}{2}$  en arrière de la tension



$E$  est en avance / d au  $I$ .

tension instantanée ;

instantanée : c-a-d. :

puissance réactive dans une inductance :  
var inductif.

Puisque il ~~ya~~ existe un déphasage  
entre  $E$  et  $I$ , donc  $Q_L = EI$   
et la puissance active est nul.

Exemple : Une bobine ayant une inductance  
de  $2H$  et raccordée à une source de  $100V$   
efficace dont la fréquence est de ~~400~~  $60Hz$ .  
~~La résistance de la bobine~~  
calculer : le courant qui la parcourt

$$X_L = 2\pi\nu L = 2 \cdot 3,14 \cdot 60 \cdot 2 = 754 \Omega$$

$$\text{et } I = \frac{E}{X_L} = \frac{100}{754} = 0,133A \text{ (efficace)}$$

La puissance active est  $P_a = E_{\text{eff}} I_{\text{eff}}$  dans une  $R$   
" réactive fournie à la bobine :

$$Q_L = E_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \quad [\text{var}]$$

" réactive ~~absorbée~~ <sup>ive</sup> absorbée par la bobine

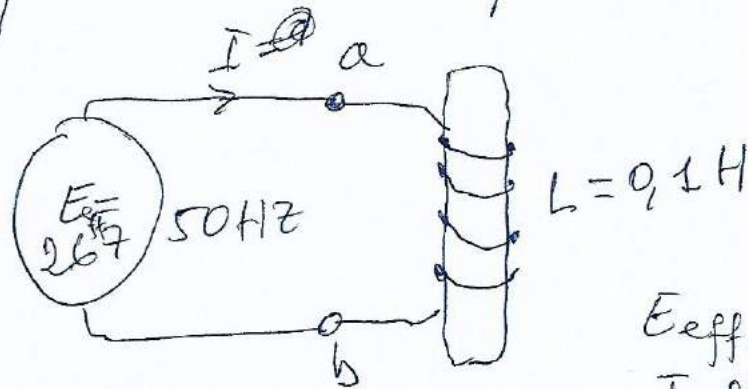
$$Q_C = E_{\text{eff}} I_{\text{eff}}$$

réactive du condensateur

$$Q_C = E_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}}$$

# Réactance ~~capacitive~~ inductive

on va prendre l'exemple suivant :



$$E_{\text{eff}} = 267\text{V}$$
$$I_{\text{eff}} = 7,07\text{A}$$

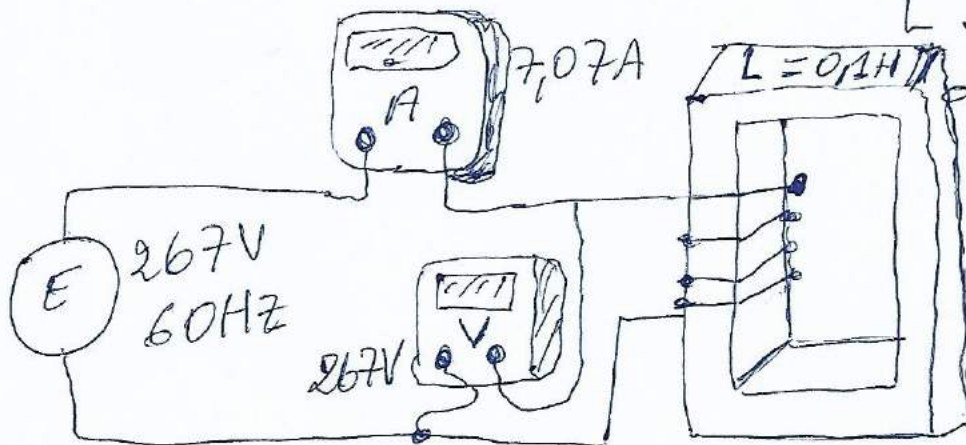
$$R_{\text{inductance}} = \frac{E_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}} = \frac{267}{7,07} = 37,7\Omega$$

pour éviter toute confusion avec les circuits résistifs, en appelant réactance inductif on le définit par :

$$X_L = 2\pi \nu L$$

$X_L$  : réactance inductance [ $\Omega$ ]  
 $\nu$  : fréquence de la source [Hz]

$L$  : inductance de la bobine [H]



$$X_L = 2 \cdot 3,14 \cdot 60 \cdot 0,1 = 37,7\Omega$$

Exemple:

Une bobine de  $0,2\text{ H}$  est reliée à une source de  $110\text{ V}$  ayant une fréquence de  $60\text{ Hz}$ .

calculer:

- la réactance inductive de la bobine
- le courant efficace
- la puissance réactive par la bobine:

on a:

$$a) X_L = 2\pi fL = 2 \cdot 3,14 \cdot 60 \cdot 0,2 = 75,4\ \Omega$$

$$b) I = \frac{E}{X_L} = \frac{110}{75,4} = 1,46\text{ A (efficace)}$$

$$c) Q_L = EI = 110 \cdot 1,46 = 160\text{ var}$$

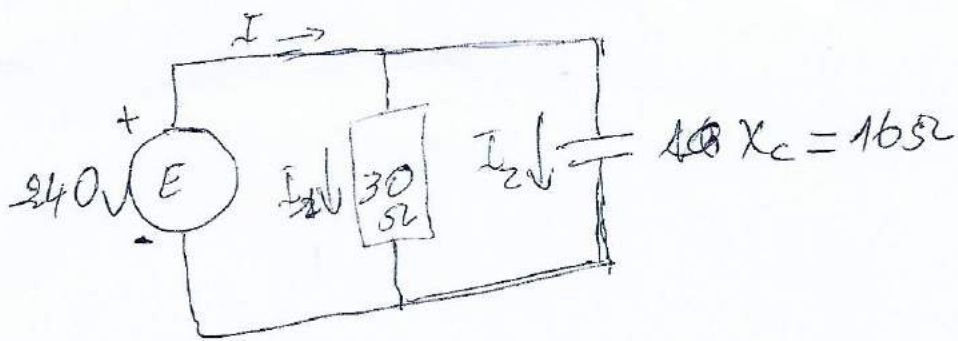
• Solution des circuits par la méthode Graphique.

Exemple:

Le circuit de la fig. suivante comprend une résistance de  $30\ \Omega$  et une réactance  $\sqrt{\quad}$  de  $16\ \Omega$  rattachés en parallèles sur une source de  $240\text{ V}$  capacitif

Déterminer:

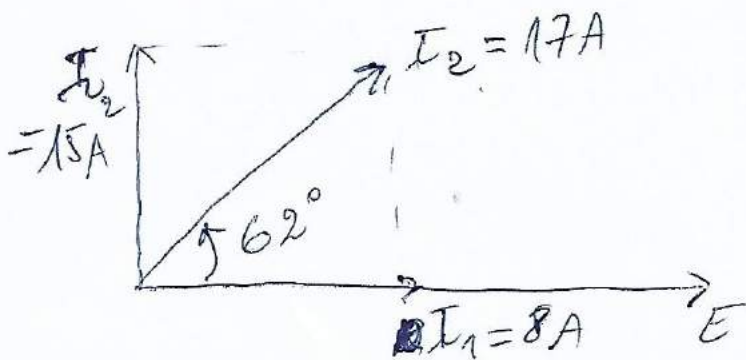
- le courant  $I$  et son déphasage par rapport à la tension  $E$
- L'impédance du circuit
- les puissances active, réactive et apparente du circuit.



1) on a:  $I_1 = \frac{E}{R} = \frac{240}{30} = 8A$  (tension est la même pour R et Xc car ils sont en //)

$I_2 = \frac{E}{X_c} = \frac{240}{16} = 15A$

on choisit comme référence (0°) E, R car le déphasage  $\varphi = 0$



or  $I_2$  est en avance de  $\frac{\pi}{2}$  par rapport à E

$I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2} = \sqrt{8^2 + 15^2} = 17A$

$\tan \varphi = \frac{15}{8} \Rightarrow \varphi = 62^\circ$

2)  $Z = \frac{E}{I} = \frac{240}{17} = 14,1 \Omega$

3). puissance active consommée par R

$$P = EI_1 = 240 \cdot 8 = 1920 \text{ W}$$

puissance réactive pour C

$$Q_c = EI_c = 240 \cdot 15 = 3500 \text{ var}$$

$\mathcal{P}$ : la puissance apparente par définition st  $S = P + Q_c$ .

$S$  n'est pas égal à  $\Sigma$  de  $P + Q_c$

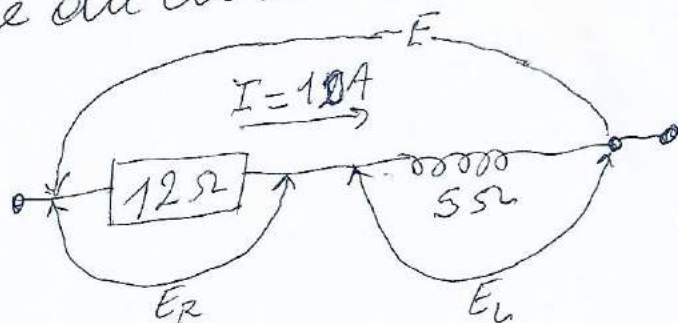
Exemple:

soit un circuit (voir figure) formé d'une résistance de  $12 \Omega$  en série avec une inductif et parcouru par un courant  $I$  de  $10 \text{ A}$  de  $5 \text{ H}$ . Déterminer:

1) la tension  $E$  et son déphasage par rapport au courant  $I$

2) l'impédance du circuit

3) les puissances active, réactive et apparente du circuit.

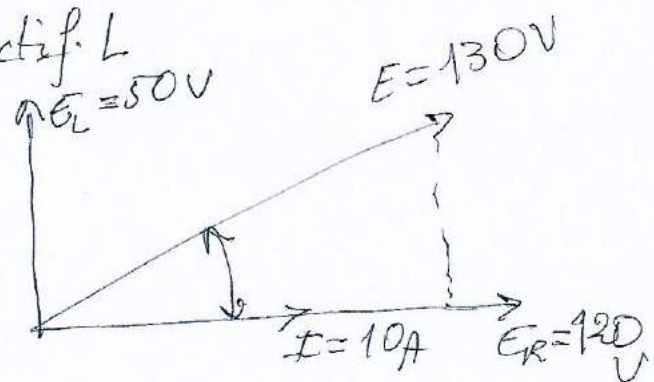


on a :  
 tension au borne de R (  $I$  est le même dans le circuit car pont branché en série et tensions  $\neq$  )  
 $E_R = RI = 12 \cdot 10 = 120V$

Prenez comme référence  $E_R$  et  $I$  car il sont en phase ( $\varphi = 0$ )

tension au borne de l'inductif L

$$E_L = X_L \cdot I = 5 \cdot 10 = 50V$$



donc  $E_L$  est en avance de  $\frac{\pi}{2}$  par rapport à  $I$

$$\text{d'où } E = \sqrt{E_R^2 + E_L^2} = \sqrt{120^2 + 50^2} = \sqrt{14400 + 2500}$$

$$\Rightarrow E = \sqrt{16900} = 130V$$

$$\text{déphasage: } \tan \varphi = \frac{50}{120} = 22,6^\circ$$

pourquoi  $E_R + E_L = 170V$  n'est égal à  $130V$  la tension  $E = 130$  car il ne sont pas en phase

b) L'impédance  $Z$ .

$$Z = \frac{E}{I} = \frac{130}{10} = 13\Omega$$

c) puissance apparente du circuit :

$$S = EI = 130 \cdot 10 = 1300 \text{ V.A}$$

• puissance active :

$$P = E_R \cdot I = 120 \cdot 10 = 1200 \text{ W}$$

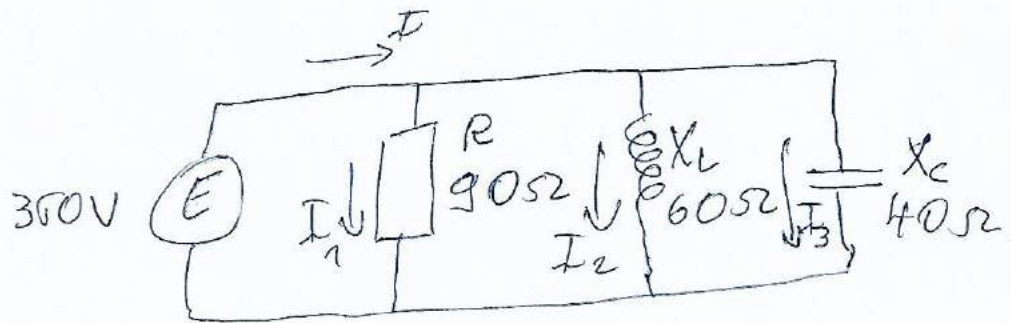
• puissance réactive :

$$Q_L = E_L \cdot I = 50 \cdot 10 = 500 \text{ var.}$$

Exemple :

Tracer le diagramme vectoriel pour le circuit de la figure ci-dessous.

Trouver la valeur efficace du courant  $I_T$  et son déphasage par rapport à la tension  $E$ .  
 la tension de la source est de 360 V efficace.



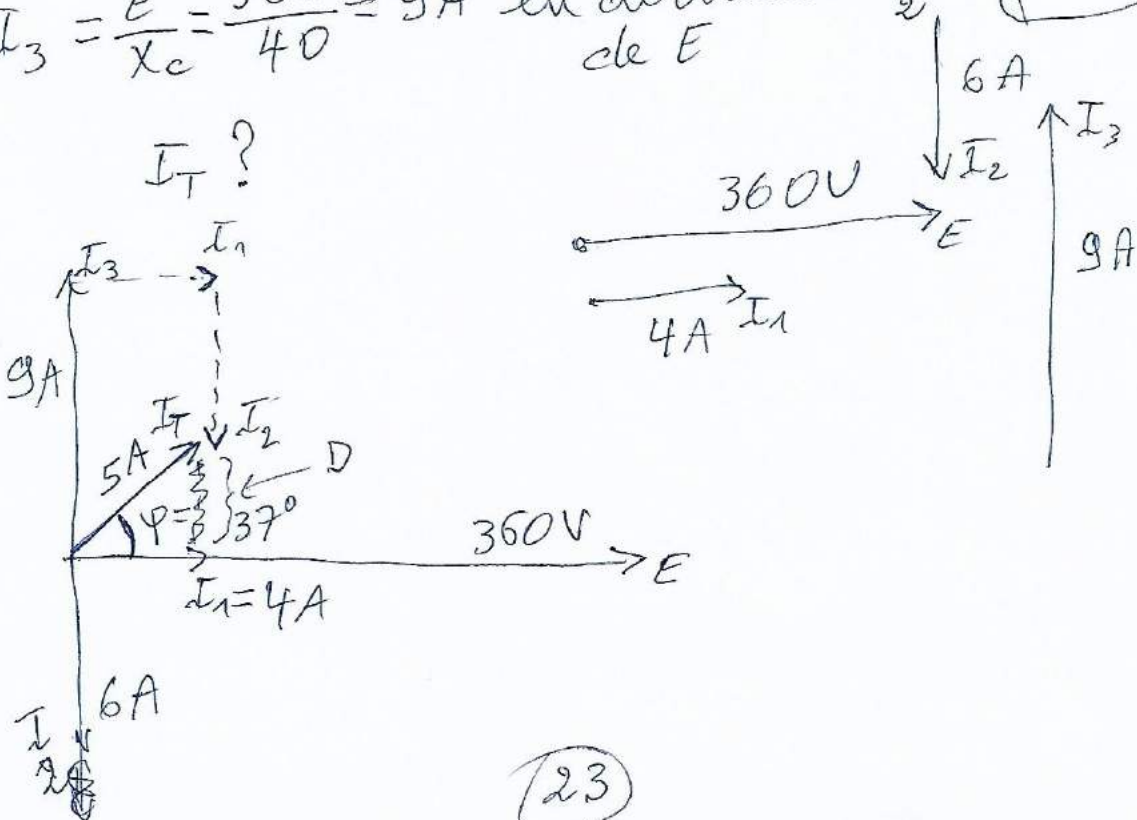
on a : (même tension aux 3 éléments)

•  $I_1 = \frac{E}{R} = \frac{360}{90} = 4 \text{ A}$  en phase avec  $E$

•  $I_2 = \frac{E}{X_L} = \frac{360}{60} = 6 \text{ A}$  en arrière de  $\frac{\pi}{2}$  de  $E$

•  $I_3 = \frac{E}{X_C} = \frac{360}{40} = 9 \text{ A}$  en avance de  $\frac{\pi}{2}$  de  $E$

Echelle :  
 1 mm = 6 V  
 3 mm = 1 A





D?

$$D^2 + I_1^2 = I_T^2 \Rightarrow I_T^2 = (I_3 - I_2)^2 + I_1^2$$

$$\Rightarrow I_T^2 = (9 - 6)^2 + 4^2$$

$$\Rightarrow I_T = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25}$$

$$\Rightarrow I_T = 5A$$

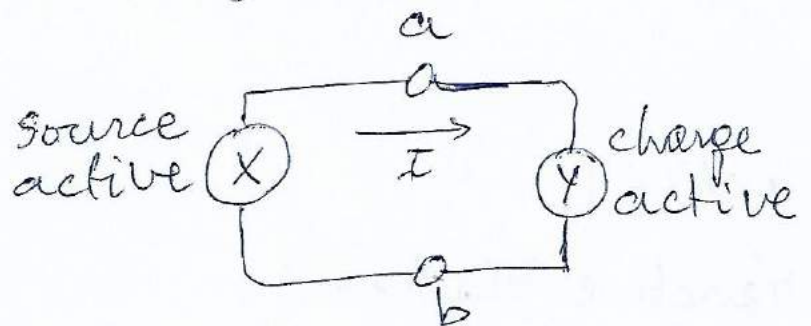
$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{D}{I_1} = \frac{I_3 - I_2}{I_1} = \frac{9 - 6}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow \varphi = 37^\circ$$

# Puissance active, réactive et apparente

## • Sources et charge actives.

- Par définition: Un dispositif ayant deux bornes a et b absorbe une puissance active, lorsque le courant  $I$  entrant dans la borne a ~~et~~ du dispositif est en phase avec la tension ~~source~~  $E_{ab}$ . Le dispositif est une charge active.

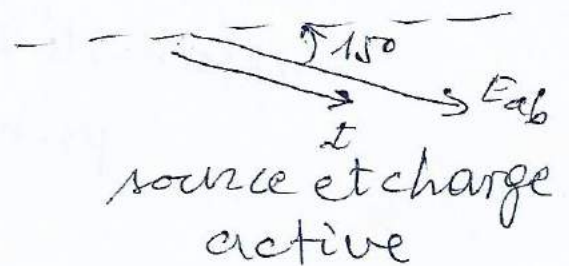
- Un dispositif ayant deux bornes a et b débite une puissance active, lorsque le courant  $I$  sortant de la borne a du dispositif est en phase avec la tension  $E_{ab}$ . Le dispositif est une source active; [W]; [kW], [MW]



Par exemple: supposons qu'on trouve:

$$E_{ab} = 80V \text{ avec } \varphi = -15^\circ$$
$$\text{et } I = 6A \text{ avec } \varphi = -15^\circ$$

selon nos définitions  
Y est une charge active  
et X // source //

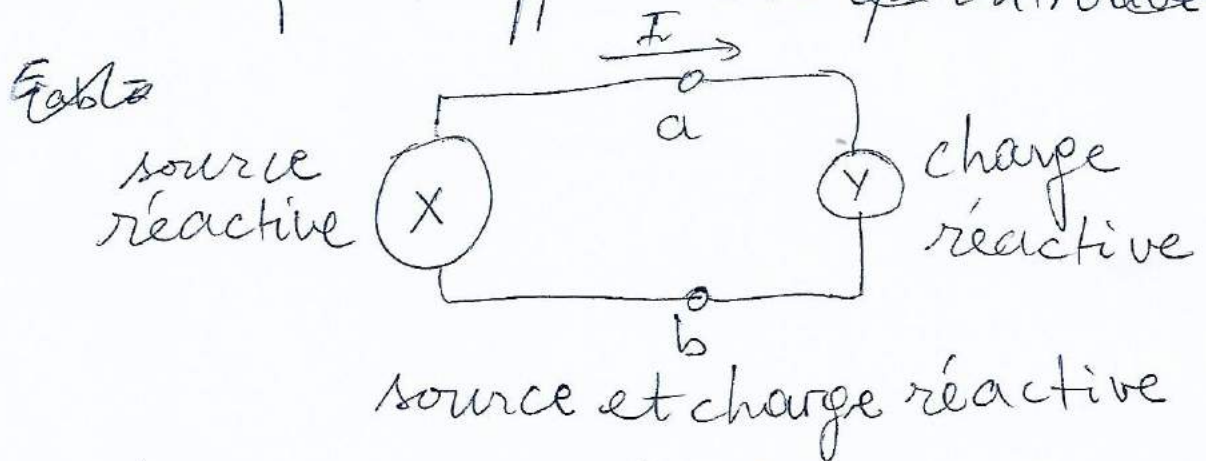


• Source et charges réactives

- Par définition: Un dispositif ayant deux bornes a et b absorbe une puissance réactive lorsque le courant  $I$  entrant dans la borne a du dispositif est  $90^\circ$  en arrière de la tension  $E_{ab}$ .  
Le dispositif est ~~alors~~ une charge réactive.

- Un dispositif ayant deux bornes a et b délivre une puissance réactive lorsque le courant  $I$  sortant de la borne a du dispositif est  $90^\circ$  en arrière de la tension  $E_{ab}$ .  
Le dispositif est une ~~charge~~ source réactive

~~par exemple: supposons que on trouve~~



Exemple: supposons qu'on trouve:

$$E_{ab} = 60V; \varphi = 140^\circ$$

$$I = 7A; \varphi = 50^\circ$$



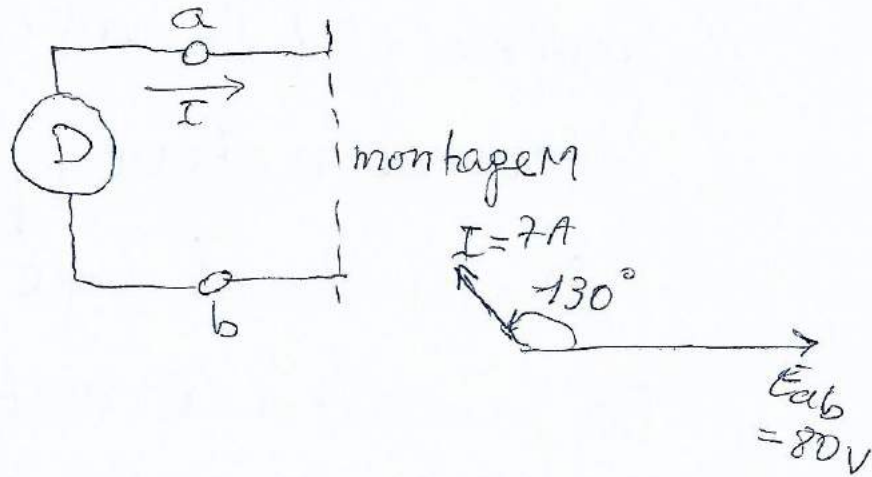
et [var]; [kilovars]; [Mvar]

Exemple:

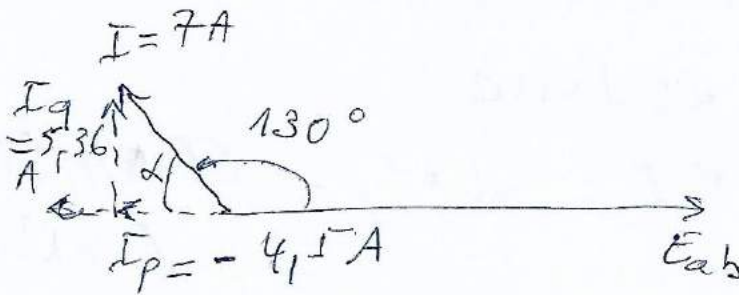
Un dispositif D raccordé à montage M porte un courant I de 7 A déphasé de  $130^\circ$  en avance sur la tension  $E_{ab}$  (voir figure).

Déterminer:

la nature des puissances actives et réactives.



on a:



~~I vector~~  
le courant I  
est décomposé  
en deux vecteurs  
 $I_p$  et  $I_q$

•  $I_p = 7 \cos \alpha$   
 $\alpha = \pi - 130^\circ$

$I_p = 7 \cos(\pi - 130^\circ)$

$\cos(\pi - 130^\circ) = \cos \pi \cos 130^\circ - \sin \pi \sin 130^\circ$   
 $= -\cos 130^\circ$

$I_p = -7 \cos 130^\circ = -4.50 \text{ A}$

ce courant est déphasé de  $180^\circ$  par rapport  $E_{ab}$

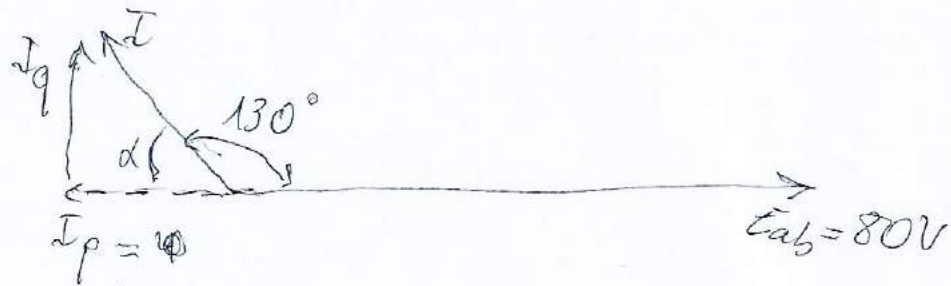
~~selon la définition  $I_p$  est en phase avec  $E_{ab}$~~

le montage M: est une charge active, par conséquent D est une charge active

la puissance absorbée par D est:

$P = E I_p = 80 \cdot 4.50 = 360 \text{ W}$

Décomposons le courant  $I$  en deux vecteurs  $I_p$  et  $I_q$  respectivement, en ligne et en quadrature avec la tension  $E_{ab}$  (voir figure)



on obtient les résultats suivants :

1)  $I_p = 7 \cos \alpha$ ;  $\alpha = \pi - 130^\circ$ ; ce courant est déphasé de  $180^\circ$  par rapport à  $E_{ab}$ ;  $I_p = 7 \cos(\pi - 130^\circ)$

$$= 7 \cos \pi \cos 130^\circ - 7 \sin \pi \sin 130^\circ$$

$$= -7 \cos 130^\circ = -4,5 \text{ A}$$

2) selon la définition :

Si  $I_p$  était en phase avec  $E_{ab}$ , le montage M serait une charge active.

Comme c'est le cas contraire, M est une source active par conséquent D est une charge active.

la puissance active absorbée par D est :

$$P = EI = E_{ab} I_p = 80 \cdot 4,50 = 360 \text{ W}$$

3)  $I_q = 7 \sin \alpha$ ;  $\alpha = \pi - 130^\circ$  ce courant est déphasé de  $90^\circ$  en avance sur  $E_{ab}$

$$I_q = 7 \sin(\pi - 130^\circ) = 7 \sin \pi \cos 130^\circ + 7 \cos \pi \sin 130^\circ$$

$$= 7 \sin 130^\circ = 5,36 \text{ A}$$

4) selon la définition :

si  $I_q$  était  $90^\circ$  en arrière de  $E_{ab}$ , le montage M serait une charge réactive.

Comme c'est le cas contraire, M est une source réactive, par conséquent D est une charge réactive :

$$I_q = I \sin \phi \alpha$$

$$\alpha = \pi - 130^\circ$$

$$I_q = 7 \sin(\pi - 130^\circ)$$

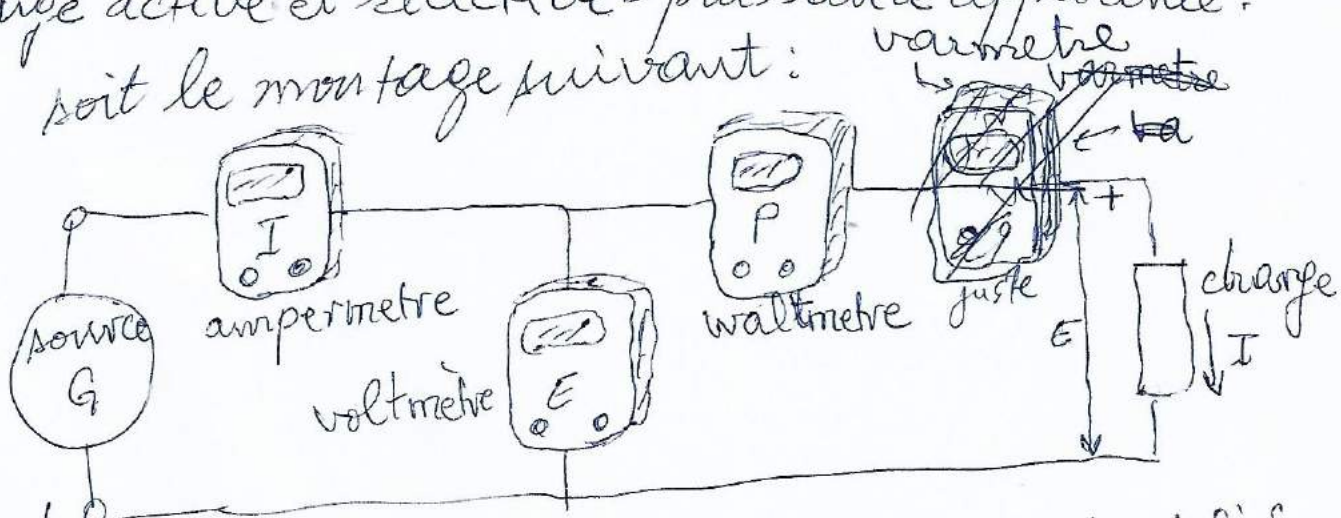
$$\sin(\pi - 130^\circ) = \sin \pi \cos 130^\circ + \sin 130^\circ \cos \pi \rightarrow 0$$

$$I_q = 7 \sin 130 = 5,36 \text{ A}$$

ce courant déphasé de  $90^\circ$  ~~en avance~~ sur  $E_{ab}$   
 selon la définition  $I_q$  est en arriere de  $90^\circ$  sur  $E_{ab}$   
 le montage M: est une réactive, par conséquent  
 D est une charge réactive:  
 la puissance réactive absorbée par D est:

$$Q = E I_q = 80 \cdot 5,36 = 429 \text{ var}$$

• Charge active et réactive - puissance apparente.  
 soit le montage suivant:

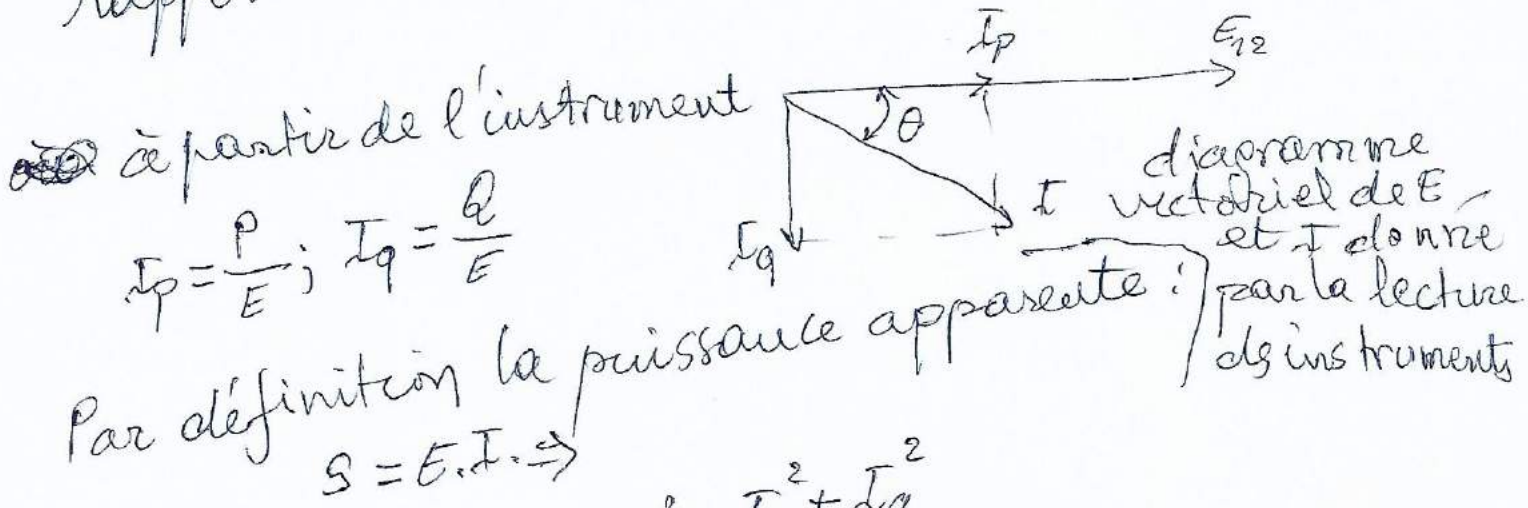


Composé de:

- voltmètre E volts
- ampèremètre I Ampères
- wattmètre P watts
- varmètre Q var

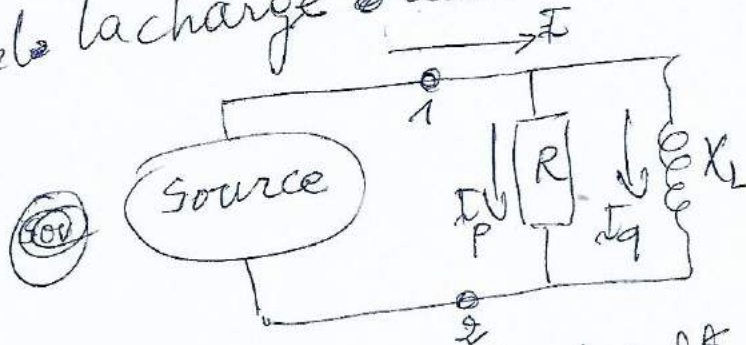
Instruments utilisés  
 pour mesurer les  
 valeurs de E, I, P, Q  
 dans le circuit

Puisque les instruments <sup>Role</sup> donnent des puissances  $P$  et  $Q$ , cela veut dire que la charge absorbe de la puissance active et réactive.  
 Par conséquent le courant  $I$  est déphasé par rapport à la tension. voir figure:



$$I = \frac{S}{E} \text{ or } I^2 = I_p^2 + I_q^2$$

si on prend la charge constituée de  $R$  et  $X_L$



la charge industrielle peut être représentée par une résistance avec une réactance.

D'après les équations précédentes on a :

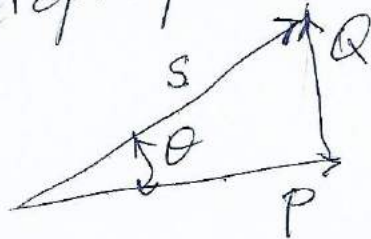
$$\left(\frac{S}{E}\right)^2 = \left(\frac{P}{E}\right)^2 + \left(\frac{Q}{E}\right)^2 \Rightarrow \boxed{S^2 = P^2 + Q^2}$$

S : puissance apparente [V.A]

P : " active [W]

Q : " réactive [var]

représentation graphique entre les puissances P, Q, et S.



Interprétation des puissances P, Q, S

1) Dans le cas d'une charge qui absorbe une puissance active, le vecteur P est dirigé vers la droite ( $\rightarrow$ )

2) Dans le cas d'une charge qui absorbe une puissance réactive, le vecteur Q est dirigé vers le haut ( $\uparrow$ )

3) Dans le cas d'une source qui débite une puissance active, le vecteur P est dirigé vers la gauche ( $\leftarrow$ )

4) Dans le cas d'une source qui débite une puissance réactive, le vecteur Q est dirigé vers le bas ( $\downarrow$ ).



~~Exemple:~~

Un moteur à courant ~~alterna~~ alternatif absorbe une puissance active de 40 kW et une puissance de 30 kvar

Calculer: la valeur de la puissance apparente fournie au moteur.

on a:  $S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50 \text{ KVA.}$

• Facteur de puissance.

Par définition: le facteur de puissance d'un circuit alternatif est:

$$F_p = \frac{P}{S}$$

$F_p$ : facteur de puissance sans dimension  
 $P$ : puissance active  
 $S$ : " apparente

- le facteur de puissance indique le pourcentage de puissance apparente qui est active.
- Le facteur de puissance donne une information utile (à l'énergie).

$$F_p = \frac{P}{S} = \frac{I \cos \theta}{I} \times E \Rightarrow E I_p = E I \cos \theta$$

$|P = S \cos \theta|$  et  $\frac{P}{S}$ : facteur de puissance

ou  $|\theta = \arccos F_p|$

Donc, si on connaît le facteur de puissance d'un circuit, on connaît le déphasage entre la tension d'alimentation et le courant de ligne.

Exemple: voir verso  $\Rightarrow$   
~~Ex~~ Calculer le facteur de puissance du moteur et indiquer s'il est en avance ou en retard.  
- calculer l'angle entre la tension et le courant (voir l'exemple précédent).

on a: le facteur de puissance:

$$F_p = \frac{P}{S} = \frac{40}{50} = 0,8 = 80\%$$

Donc 80% de la puissance apparente fournie au moteur

$$\theta = \arccos F_p = \arccos 0,8 = 36,9^\circ$$

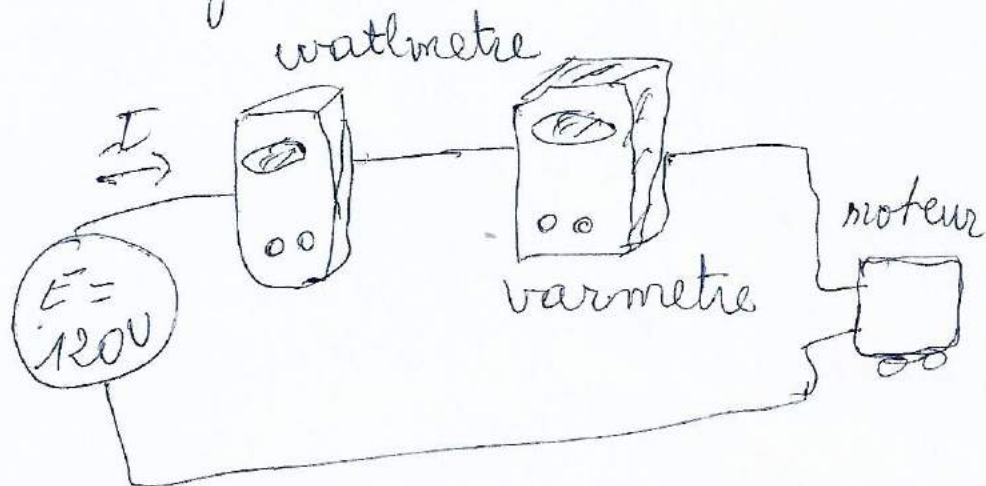
Exemple: ~~P. 240~~

Un wattmètre et un varmètre sont raccordés dans une ligne à 120V alimente un moteur. Les instruments indiquent respectivement 1800W et 960var.

Calculer:

- les composants  $I_p$ ,  $I_q$  du moteur
- la valeur du courant dans la ligne
- la puissance apparente fournie au moteur
- le facteur de puissance du moteur
- l'angle de déphasage entre la tension et le courant de ligne.

on a:



~~La charge~~ on a: d'après la figure précédente  
on remplace la charge par le moteur.

a) d'où:  $I_p = \frac{P}{E} = \frac{1800}{120} = 15 \text{ A}$

$$I_q = \frac{Q}{E} = \frac{960}{120} = 8 \text{ A}$$

b) du diagramme vectoriel on tire:

$$I = \sqrt{I_p^2 + I_q^2} = \sqrt{15^2 + 8^2}$$

$$\Rightarrow I = 17 \text{ A}$$

c) ~~la~~  $S = EI = 120 \cdot 17 = 2040 \text{ V.A}$

d)  $FP = \frac{P}{S} = \frac{1800}{2040} = 0,882$  soit 88,2%

e)  $\theta = \arccos FP = \arccos 0,882$

$$\Rightarrow \theta = 28,1^\circ$$

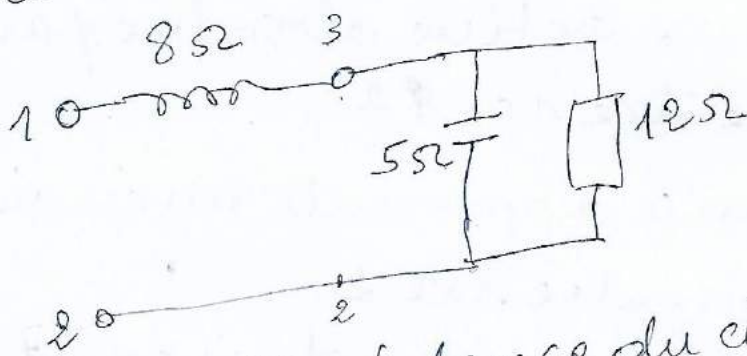
~~2040000~~  
~~13873600~~

Ⓢ Ⓟ

• Résolution des circuits par la méthode des puissances.

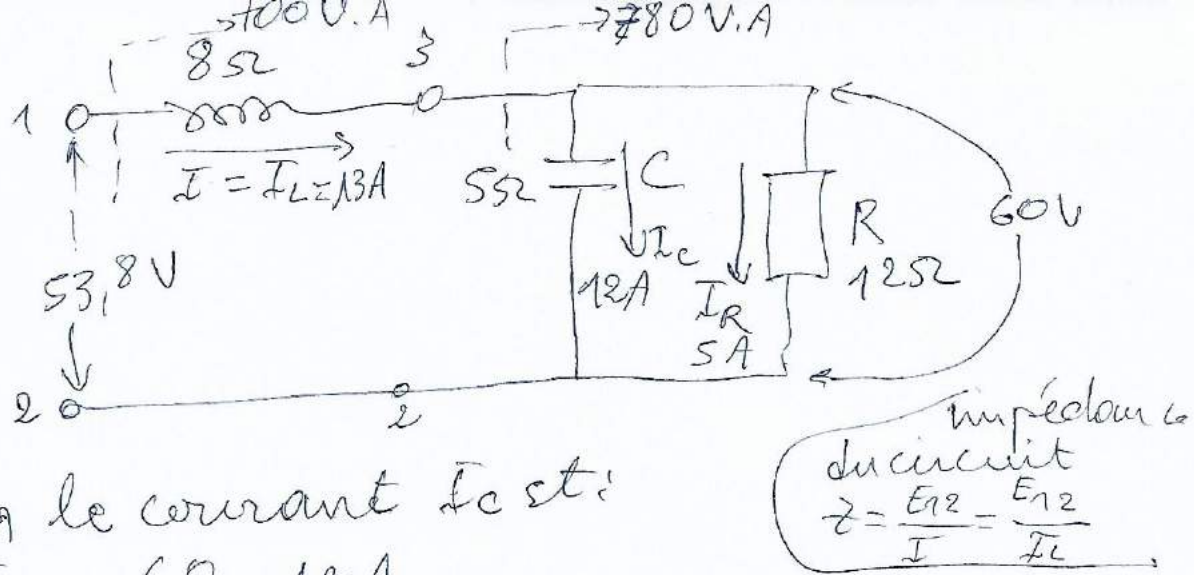
- Remarque: le condensateur (conductance) (important) délivre une puissance réactive négatif
- L'inductance absorbe une puissance réactive positif
  - la résistance absorbe une puissance active positif.

soit circuit électrique ci-dessous:  
la tension  $E_{32} = 60\text{ V}$



- Trouver l'impédance du circuit
- déterminer le courant circulant dans la résistance lorsque:  $E_{12} = 300\text{ V}$

onda:



1. ~~calculer~~ le courant  $I_C$  est:

$$I_C = \frac{E_{32}}{X_C} = \frac{60}{5} = 12A$$

2. la puissance réactive du condensateur

$$Q_C = -(I_C \cdot E_{32}) = -(12 \cdot 60) = -720 \text{ var}$$

3. le courant  $I_R$  est:

$$I_R = \frac{E_{32}}{R} = \frac{60}{12} = 5A$$

la puissance <sup>absorbée</sup> réactive de la résistance:

$$P = I_R E_{32} = 5 \cdot 60 = 300W$$

4. la puissance apparente entre 3 et 2.

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{300^2 + (-720)^2} = 780 \text{ V.A.}$$

5. le courant  $I_L$  est:  $S = E_{32} I_L ; I_L = I$

$$I_L = \frac{S}{E_{32}} = \frac{780}{60} = 13A$$

6. tension au borne de la réactance

$$E_{13} = X_L I_L = 8 \cdot 13 = 104V$$

7. puissance réactive absorbée par la réactance:

$$Q_2 = E_{13} \cdot I_L = 104 \cdot 13 = 1352 \text{ var}$$

7. puissance réactive totale absorbée par le circuit entre les points 1 et 2

$$Q = 1352 + (-720) = 632 \text{ var}$$

8. puissance active absorbée par le circuit entre les points 1 et 2 vu ↑

$$P = 300 \text{ W} \quad (\text{c'est la résist. } R \text{ qui absorbe})$$

9. Puissance apparente au circuit entre les points 1 et 2

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{300^2 + 632^2} = 700 \text{ V.A}$$

$$10. \text{ tension: } E_{1,2} = \frac{S}{I} = \frac{S}{I_L} = \frac{700}{13} = 53,8 \text{ V}$$

$$11. \text{ L'impédance entre 1,2. } Z = \frac{E_{1,2}}{I_L} = \frac{53,8}{13} = 4,14 \Omega$$

Le courant  $I'_R$ ;

$$\text{on a: } E_{1,2} = 53,2 \longrightarrow 5 \text{ A} \Rightarrow$$
$$300 \longrightarrow I'_R$$

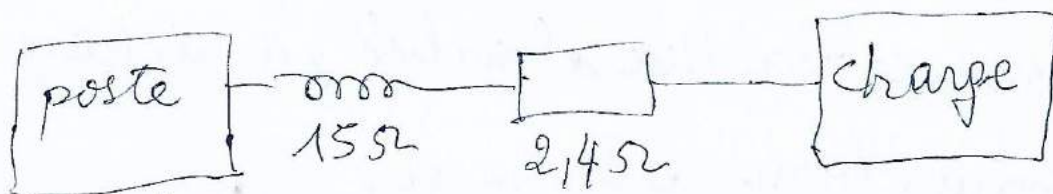
$$I'_R = 5 \cdot \frac{300}{53,2} = 27,9 \text{ A.}$$

Exemple :

une ligne monophasée à 12,47 KV portant d'un poste de transformation alimente une charge, situé quelques kilomètres plus loin (voir figure).

La ligne possède une réactance inductive de  $15 \Omega$  et une résistance de  $2,4 \Omega$ .

Au poste, les instruments indiquent qu'il débite une puissance active de 3 MW et une puissance réactive de 2 Mvar.



12,7 KV  
3 MW  
2 Mvar

ligne longue transportant une puissance.

Calculer :

- la valeur du courant de ligne et son déphasage par rapport à la tension poste
- la puissance active absorbée par la charge
- la puissance réactive absorbée par la charge
- la tension aux bornes de la charge
- l'angle  $\theta$  entre tension poste et celle de charge.



ona:

a) puissance apparente fournie à la ligne

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{3^2 + 2^2} = 3,6 \text{ MVA.}$$

$$\begin{array}{l} \text{méga} \\ 1 \text{ MV} \\ = 10^6 \text{ V} \end{array}$$

- courant de ligne:

$$I = \bar{I}_L = \frac{S}{E} = \frac{3600.000 \text{ V.A}}{12470 \text{ V}} \Rightarrow I = \cancel{3890} \cdot 289$$

- Facteur de puissance au poste:

$$Fp = \frac{P}{S} = \frac{3 \text{ MW}}{3,6 \text{ MVA}} = 0,833 \Rightarrow Fp = 83,3\%$$

- Angle entre la tension et le courant au poste:

$$\theta = \arccos 0,833 \Rightarrow \theta = 33,6^\circ$$

b) puissance dissipée dans la ligne

$$P_L = R I^2 = 2,4 \cdot 289^2 = 0,2 \cdot 10^6 = 0,2 \text{ MW}$$

- puissance active absorbée par la charge

$$P_c = P_{\text{poste}} - P_L = 3 \text{ MW} - 0,2 \text{ MW} \Rightarrow P_c = 2,8 \text{ MW}$$

c) puissance réactive absorbée par la ligne

$$Q_L = X_L I^2 = 15 \cdot 289^2 = 1,25 \cdot 10^6 \Rightarrow Q_L = 1,25 \text{ Mvar}$$

- puissance réactive absorbée par la charge

$$Q_c = Q_{\text{poste}} - Q_L = 2 \text{ Mvar} - 1,25 \text{ Mvar} \Rightarrow Q_c = 0,75 \text{ Mvar}$$

d) Puissance apparente de la charge

$$S_c = \sqrt{P_c^2 + Q_c^2} = \sqrt{2,8^2 + 0,75^2}$$

$$\Rightarrow S_c = 2,9 \text{ MVA.}$$

- Tension au borne de la charge

$$E_c = \frac{S_c}{I} = \frac{2,9 \text{ MVA}}{289 \text{ A}} \Rightarrow E_c = 10,03 \text{ kV}$$

e) Facteur de puissance de la charge

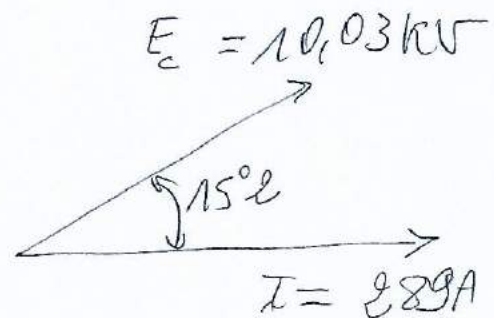
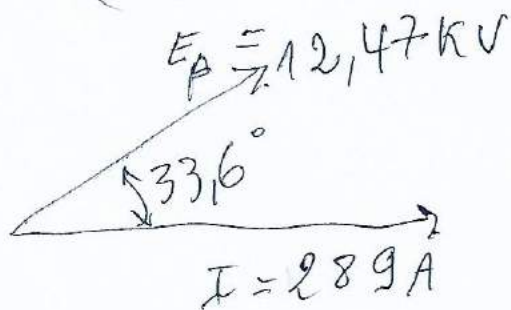
$$F_p = \frac{P_c}{S_c} = \frac{2,8 \text{ MW}}{2,9 \text{ MVA}} = 0,965 \Rightarrow F_p = 96,5\%$$

- déphasage (angle) entre le courant et la tension aux bornes de la charge

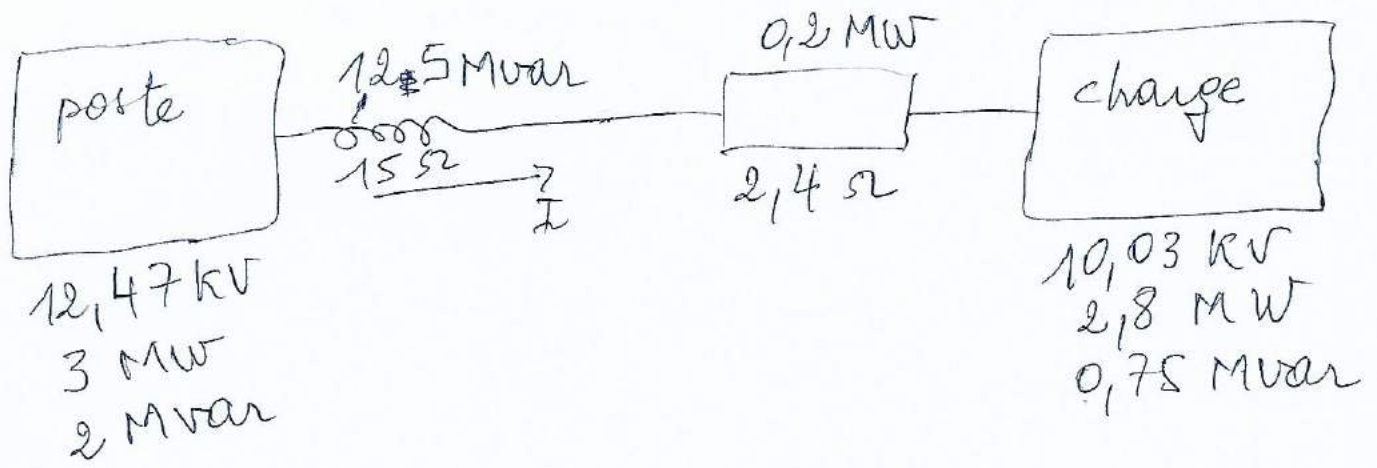
$$\theta_c = \arccos 0,965 \Rightarrow \theta_c = 15,2^\circ$$

Il s'ensuit (نتيجة) que la tension aux bornes de la charge est en retard sur celle au poste par

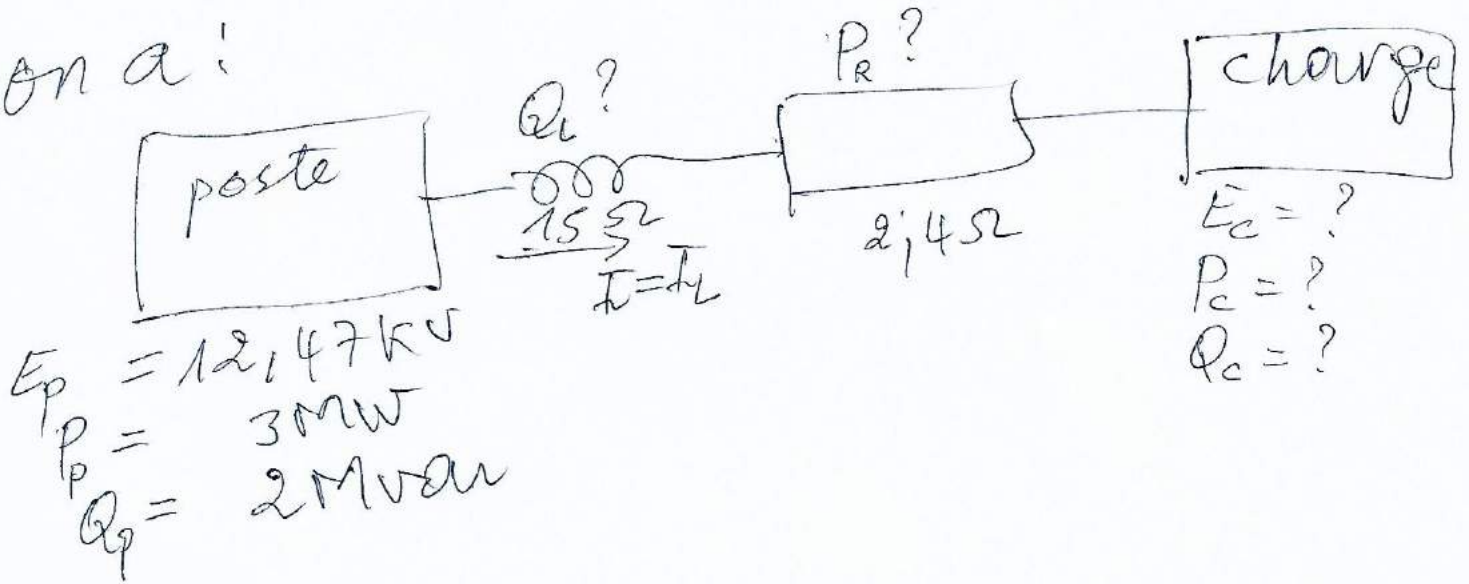
$$(33,6^\circ - 15,2^\circ) = 18,4^\circ$$



représentation courants, tensions et puissances sur le réseau (شبكة)



on a:



## mini-projet L3 (Licence)

- 1) Donner la nomenclature des éléments et but de l'électricité industriel.
- 2) Contacteurs (~~à~~ déf. principe, schéma et explication. (symbole))
- 3) Relais (déf. principe, schéma et son objectif (symbole))
- 4) Sectionneur (principe et schéma explication) (symbole)
- 5) appareils de mesures.
- 6) Disjoncteurs (schéma, explication, symbole)
- 7) installation électrique.
- 8) Temporisateur
- 9) armoire électrique.