

حل التمرين 1:

ننطلق من علاقة الجملة او الرصيد:  $S = C(1+in)$

$$S = 7743.64 = C(1 + 0.042 \times 162/360)$$

$$7743.64 = c(1.0189)$$

$$C = 7743.64 / 1.0189 = 7600$$

لدينا المعطيات التالية:

$$\text{المدة } n = 162 \text{ يوم} = 360/162$$

$$\text{المعدل } i = 4.2\%$$

$$\text{الجملة } S = 7743.64$$

حل التمرين 2: ملاحظة: عدد ايام الشهر يمكن اعتماد هذه الطريقة. او اعتبار كل شهر 30 يوم. كلاهما صحيح

لدينا:

$$C1 = 52600, C2 = 42700, C3 = 35800$$

$$\text{المدة } n1 = 31 - 10 + 30 + 24 = 75 \text{ يوم}$$

$$\text{المدة } n2 = 31 - 10 + 30 + 31 + 18 = 100 \text{ يوم}$$

$$\text{المدة } n3 = 31 - 10 + 30 + 31 + 30 + 8 = 120 \text{ يوم}$$

أولاً: وعليه نحسب أولاً الفائدة الإجمالية كالتالي:

$$I = C \times i \times n = (52600 \times 0.15 \times 75/360) + (42700 \times 0.15 \times 100/360) + (35800 \times 0.15 \times 120/360)$$

$$= 1643.75 + 1779.16 + 1790 = 5212.91$$

ثانياً: و لحساب الجملة النهائية لا بد أولاً من حساب الجملة عند تاريخ 6/8 ثم اكمال الحساب لغاية 7/8، بحيث المدة من 3/31 الى 6/8 هي 90 يوم كالتالي

$$S1 = c(1+in) = (52600 + 42700 + 35800)(1 + 0.15 \times 90/360) = 131100(1.0375) = 136016.25$$

الجملة في 7/8 هي

$$S2 = (136016.25 - 63000)(1 + 0.15 \times 30/360) = 73928.95$$

التمرين 3:

المدة	المعدل	المبالغ
-------	--------	---------

حل تمارين السلسلة رقم 01 / مقياس الرياضيات المالية 2024/2023

C1 الاكبر	0.06 سنوي	8 اشهر
C2 الاصغر	0.05 سنوي	6 اشهر

في هذا التمرين لدينا علاقات بين المبالغ و بين الفوائد، سنعتمد عليها لاستخراج المجاهيل

**بحيث:**

الفرق بين المبلغين الاكبر و الاصغر : 1 ..... C1-C2=250

2 ..... I<sub>1</sub> = 2I<sub>2</sub>

I<sub>1</sub>=C<sub>1</sub>.i.n<sub>1</sub>= C<sub>1</sub> . 0.06 .8/12 = 0.04 C<sub>1</sub>

I<sub>2</sub>=C<sub>2</sub>.i.n<sub>2</sub>= C<sub>2</sub> . 0.05 .6/12 = 0.025 C<sub>2</sub>

I<sub>1</sub> = 2I<sub>2</sub> ⇒ 0.04 C<sub>1</sub>=0.025 C<sub>2</sub>

و بتعويض العلاقة 1 في اخر علاقة نجد :

0.04(250+C<sub>2</sub>)=0.025 C<sub>2</sub> ⇒ 10+0.04 C<sub>2</sub> =0.025 C<sub>2</sub>

⇒ C<sub>2</sub> =1000 ⇒ C<sub>1</sub>=1000+250= 1250

بتعويض قيمة كل مبلغ في علاقة الفائدة نجد ان: I<sub>2</sub>=25 و I<sub>1</sub>=50

**حل التمرين 04:**

لدينا ما يلي:

معدل الفائدة i = 6%

S=2C

S=2C ..... S= C(1+in) =C(1+0.06n)

2C=C(1+0.06 n) أي 2C/C= C(1+0.06n)/C ..... 2= 1+0.06n

0.06n=1 اي n= 1/0.06 = 16.66

**حل التمرين 05:**

المبلغ	المدة	الجملة	العلاقة
C1	1 سنة	S1=6300	C <sub>2</sub> =5/6C <sub>1</sub> .....1
C2	1 سنة	?	C <sub>1</sub> +C <sub>2</sub> =13200.....2

<p>بتعويض 1 في 2 نجد: <math>5/6C_2+C_2=13200</math>  <math>C_2(1+5/6)=13200</math> أي  <math>C_2=13200/(11/6)</math> بتوحيد المقامات نجد  <math>C_2=7200</math> و بالتالي  نعوض بقيمة المبلغ في العلاقة 2 نجد:  <math>C_1=13200-7200=6000</math>  بعد تحديد المبالغ، وبتعويض النتيجة للمبلغ <math>C_1</math> في علاقة الجملة نجد:  <math>S_1=I_1+I_1 \Rightarrow I_1=S_1-C_1</math>  <math>I_1=S_1-C_1=6300-6000=300</math> اي  و لتحديد معدل الفائدة نحتاج الى العلاقة بين المعدلين:  <math>i_1=i_2+1 \dots \dots \dots 3</math>  لدينا: <math>I=C \cdot i \cdot n</math>  بتعويض المدة 1 سنة و المبلغ نجد: <math>I_1=300=6000 \cdot i_1 \cdot 1</math>  <math>300=6000 \cdot i_1 \Rightarrow i_1=5\%</math>  و نعوض النتيجة الاخيرة في العلاقة رقم 3 فنجد:  <math>i_1=i_2+1 \Rightarrow 5/100=i_2+1/100</math>  <math>i_2=4\%</math></p>			
--	--	--	--

حل التمرين 6:

النتيجة	الرصيد S	المدة	المعدل	المبلغ
<p>لدينا الفرق بين الجملتين هو الفرق في الفائدة . وهذا لان المبالغ متساوية و المعدل نفسه للجملتين .أي:  <math>S_1=C+I_1</math> , <math>S_2=C+I_2</math>  <math>S_2-S_1=I_2-I_1</math>  <math>1612.5-1575=37.5</math>  بما ان الفرق في المدة بين الجملتين هو 3 اشهر فان الفرق في الفائدة بينهما اي 37.5 هو الفائدة لمدة 3 اشهر  و بالتالي فائدة 6 اشهر هي <math>37.5 \cdot 2 = 75</math>  وانطلاقا من هذه العلاقة نجد:  <math>75=I=C_1 \cdot i \cdot 6/12 \dots \dots \dots 1</math>  كما لدينا <math>S_6 - C = I_6</math></p>	$S_1=1575$	6 اشهر	?	$C_1$

## حل تمارين السلسلة رقم 01 / مقياس الرياضيات المالية 2024/2023

و بالتالي نعوض بالجملة و الفائدة نجد $1575-C = 75$ $C=1575-75=1500$ بتعويض قيمة المبلغ في العلاقة 1 نجد: $75=1500.i.6/12 \Rightarrow i=0.6/6 =0.1 =10\%$	
---	--

حل التمرين 07:

المبلغ	المعدل	المدة	العمليات
$C_1$ ? 0.1 للبنك 1 0.13 للبنك 2		260 يوم في البنك 1 90 يوم في البنك 2	لدينا جملة المبلغ الاول تعطي فائدة $I_2=1568.125$ في البنك 2 اي: $S_1.i_2.90/360=I_2=1568.125$ $S_1 .0.13.90/360=1568.125$ و بالتالي $S_1=1568.125/0.0325 = 48250.$ و بالتالي لحساب المبلغ المستثمر في البنك الاول سنعتمد على معدل الفائدة و مدة البنك 1 كالتالي: $S_1=C_1(1+0.1.260/360)$ $48250=C_1(1.07222).....C_1=48250/1.07222=45000$

### حل التمرين 8:

لحل هذا التمرين نحتاج الى معرفة دور كل تاريخ من التواريخ التي تم توضيحها في المعطيات كما يلي:

لدينا في 6/10 اقتراض مبلغ 90000 على ان يسدد في 12/31 من نفس السنة.

و لدينا عمليات تسديد متفرقة في مواعيد مختلفة: تسديد 40000 في 7/14 ثم تسديد 20000 في 9/9 ثم تسديد 15000 في 11/2

و المطلوب: ما سيتم تسديده او الرصيد الواجب تسديده 12/31.

الطريقة التي سيتم بها حل التمرين تعتمد على معرفة الزمن او المدة الفاصلة بين كل فترة منذ يوم الاقتراض، اي:

اولا:  $n_1 =$  من 6/10 الى 7/14 و نجد عدد الايام  $= (30-10) = 20$  ) جوان + 14 يوم من جويلية = 34 يوم

ثانيا  $n_2 =$  من 7/14 الى 9/9  $= (31-14) = 17$  يوم من جويلية ) + 31 يوم من اوت + 9 ايام من سبتمبر = 57 يوم

ثالثا:  $n_3 =$  من 9/9 الى 11/2  $= (30-9) = 21$  يوم من سبتمبر ) + 31 يوم من اكتوبر + 2 يوم في نوفمبر = 54 يوم

رابعا:  $n_4 =$  من 11/2 الى 12/31: اي (  $30-2) = 28$  يوم في نوفمبر ) + 31 يوم في ديسمبر = 59 يوم

و بهذا نبدا الان حساب الرصيد في كل مرة يتم فيها التسديد الى غاية نهاية السنة كما يلي:

الفترة	المعطيات	العملية
6/10 — 7/14	$n_1 = 34$ يوم $C_1 = 90000$	$S_1 = C_1(1 + i n_1) = 90000(1 + 0.09 \times 34/360)$ $= 90765$

و بعد سحب مبلغ 40000 من هذا الرصيد يتبقى : $S1( \text{بعد السحب} ) = 90765 - 40000$ $= 50765$	$i=0.09$	
$S2=C2(1+in_2)=50765(1+0.09 \times 57/360)$ $= 51488.4$ و بعد سحب مبلغ 20000 من هذا الرصيد يتبقى : $S2( \text{بعد السحب} ) = 51488.4 - 20000$ $= 31488.4$	$n_2=57$ يوم $C2=S1=50765$ $i=0.09$	9/9—7/14
$S3=C3(1+in_3)=31488.4(1+0.09 \times 54/360)$ $= 31913.49$ و بعد سحب مبلغ 15000 من هذا الرصيد يتبقى : $S3( \text{بعد السحب} ) = 31913.49 - 15000$ $= 16913.49$	$n_3=54$ يوم $C3=S2=31488.4$ $i=0.09$	11/2—9/9
$S4=C4(1+in_4)=16913.49(1+0.09 \times 59/360)$ $= 17162.96$ وهذا هو الرصيد النهائي الذي يجب تسديده	$n_4=59$ يوم $C4=S3=16913.49$ $i=0.09$	12/31—11/2

ملاحظات:

- التمارين في هذا الجزء مرتبطة بجملة دفعات متساوية.
- هناك نوعين من الدفعات:  
فورية اي بداية الدورة او المدة.  
عادية اي نهاية الدورة او المدة
- حساب الجملة يحتاج دوما الى عملية حسابية اخرى و هي حساب مدة اول قسط  $n_1$  اي المدة الفاصلة بين يوم وضع القسط الاول و يوم السحب. و مدة اخر قسط  $n_n$ . اي المدة بين يوم وضع اخر قسط و يوم السحب .

حل التمرين 09: سيتم الاعتماد على العلاقة التالية في كل التمارين: المتبقية:

$$S = n \cdot c + n/2 \cdot c \cdot i \cdot (n_1 + n_n)$$

اولا: في حالة الدفعات العادية

لحساب الجملة نحتاج الى تطبيق العلاقة: $S = 13 \cdot 4500 + 13/2 \cdot 4500 \cdot i \cdot (36/12 + 0/12)$ $= 58500 + 87750i$	القسط: 4500
	الجملة $S = 79560$
	المعدل: $i = \%$
	الدفعة: كل 3 شهر. دفعة نهاية المدة. اي كل 3 اشهر او كل فصل دفعة و

$S=79560=58500+87750i$ $79560-58500=87750i$ $21060=87750i$ $i=21060/87750=0.24=24\%$	بالتالي في السنة 3 دفعات
	المدة 3 سنوات و 3 اشهر
	عدد الدفعات $n = 39 = 3 / 13$ دفعات
	$n_1=36/12$ $n_n=0/12$

ثانيا: في حالة الدفعات الفورية

<p>لحساب الجملة نحتاج الى تطبيق العلاقة:</p> $S=13.4500+13/2 \cdot 4500 \cdot i \cdot (39/12+3/12)$ $= 58500+102375i$ $S=79560=58500+102375i$ $79560-58500=102375i$ $21060=102375i$ $i=21060/102375=0.20=20\%$	القسط: 4500
	الجملة $S=79560$
	المعدل : $i = \%$
	الدفعة: كل 4 شهر. دفعة بداية المدة
	المدة 3 سنوات و 3 اشهر
	عدد الدفعات $n = 39 = 3 / 13$ دفعات
	$n_1=39/12$ $n_n=3/12$

**حل التمرين 10:**

دفعات  $n=8$ ,  $S=83500$ ,  $24/12$  اي سنتين  $N=10000$ ,  $C=10000$

$$S=83500=$$

$$S= 8 \times 10000 + 8/2 \times 10000 \times i \times (21/12 + 0/12)$$

$$83500 = 80000 + 40000(21/12)$$

$$= 80000 + 70000i$$

$$3500/70000 = 0.05 = i \dots \dots \dots i = 5\%$$

**حل التمرين 11:**

لدينا في هذ التمرين، نوعين من الدفعات:

اولا: دفعات متساوية بمبلغ 4000 كل بداية الشهر لمدة 5 اشهر أي:

$$\text{عدد الدفعات } n = 5 \text{ دفعات}$$

مدة الدفعة الأولى = من يوم 1/1 أول الشهر الأول إلى 12/31 يوم السحب = 12/12 أي 12 شهر

مدة الدفعة الأخيرة = من يوم 6/1 أول الشهر السادس إلى 12/31 يوم السحب = 12/8 أي 8 أشهر

$$\text{المعدل } i = 0.04$$

وعليه لحساب الجملة او الرصيد لمجموع الدفعات المتساوية بمبلغ 4000 نطبق القانون التالي:

$$S = n.c + n/2.c.i.(n_1+n_n)$$

$$S1 = 5 \times 4000 + 5/2 \times 4000 \times 0.04 \times (12/12 + 8/12) = 20000 + 666.66$$

$$S1 = 20666.66$$

ثانياً: دفعات متساوية بمبلغ 6000 كل بداية الشهر لمدة 7 اشهر المتبقية من السنة أي:

عدد الدفعات  $n = 7$  دفعات

مدة الدفعة الأولى  $n_1 =$  من يوم 6/1 الى 12/31 يوم السحب  $= 12/7$  اي 7 اشهر

مدة الدفعة الأخيرة  $n_n =$  من يوم 12/1 الى 12/31 يوم السحب  $= 12/1$  اي شهر واحد

المعدل  $i = 0.04$

وعليه لحساب الجملة الرصيد لمجموع الدفعات المتساوية بمبلغ 6000 نطبق القانون التالي:

$$S = n.c + n/2.c.i.(n_1+n_n)$$

$$S2 = 7 \times 6000 + 5/2 \times 6000 \times 0.04 \times (7/12 + 1/12) = 42000 + 560$$

$$S2 = 42560$$

$$S = S + S1 = 63226.67$$

حل التمرين 12:

في هذا التمرين لدينا: مدة 3 سنوات اي 36 شهر، هي مدة اقتراض مبلغ 40000. بمعدل  $i = 0.06$

بحيث يسدد هذا القرض بدفعات متساوية قيمة كل دفعة هي قيمة فائدة شهرين، اي يسدد نهاية كل شهرين نفس المبلغ.

المطلوب، حساب المبلغ الواجب دفعه بعد تاخير الموعد بثلاث اشهر؟

اولاً: لدينا بداية يجب ان نحدد ما دفعه المقترض و ما تبقى دون تسديد، بحيث سدد 3 فوائد فقط اي سدد 6 اشهر و بقي عليه فائدة 30 شهر: لذا نحسب اولاً الفائدة الدورية التي يدفعها كل 2 شهر اي:

$$I_{2\text{mois}} = C \times i \times n = 40000 \times 0.06 \times 2/12 = 400$$

ثم نحسب الفائدة التي دفعها لثلاث مرات اي فائدة 6 اشهر:

$$(I_{2\text{mois}}) \times 3 = 400 \times 3 = 1200 \text{ او } I_{6\text{mois}} = 40000 \times 0.06 \times 6/12 = 1200$$

1200 هي الفائدة المسددة. اي لم يسدد 15 دفعة متبقية من الفوائد، لانه لدينا 36 شهر سدد فائد 6 اشهر و تبقى فائدة 30 شهر، اي 15 دفعة لم تسدد . و نحسبها كما يلي:

$$I_{30\text{mois}} = 400 \times 15 = 6000 \quad \text{او} \quad I_{30\text{mois}} = 40000 \times 0.06 \times 30 / 12 = 6000$$

ثانيا: بعدما تاخر لمدة 3 اشهر اخرى، نحسب عليه كذلك فوائد التأخير بمعدل 0.08 و التي تحتسب على المبلغ المقترض و الفوائد التي عليه اي على مبلغ ( 46000 = 6000 + 40000 ) كما يلي:

$$\text{فوائد التأخير} = 46000 \times 0.08 \times 3 / 12 = 920$$

و بالتالي اصبح الدين الاجمالي او الرصيد الواجب دفعه هو:

$$S = C + I = C + I_{30\text{mois}} + I_{\text{التأخير}} = (40000 + 6000) + 920 = 46920$$