ثالثا: المنطق الرياضي وظروف نشأته

1- المنطق الرياضي ومراحل تطوره

من الصعب جدا ايجاد تعريف موحّد للمنطق الرياضي قبل معرفته من الداخل، وهذا من خلال الموضوعات المتعدّدة التي يعالجها، إذْ يشمل المحاولات المتعدّدة التي بُذلت من أجل إصلاح المنطق التّقليدي التي بدأت مع لايبنيز وتُوِّجَت بصدور كتاب راسل–وايتهد (*Principia Mathematica*)، كما يشمل كل الأنساق المنطقية التي ظهرت خلال القرن العشرين والمستمرّة في الظّهور إلى أيامنا. وينقسم المنطق المعاصر بدوره إلى:

أ- المنطق الرياضي الكلاسيكي ويضمّ الأنساق المنطقية القائمة على قيمتي الصّدق والكذب، بالإضافة إلى قبول قانون نفي النّفي كإثبات، والاعتماد على البرهان بالخلف. ويبدأ المنطق الرّياضي في صورته الكلاسيكية مع فريغة، حيث "تعدّ سنة 1879م فترة عظيمة بظهور كتاب فريجه: كتابة التصورات(*Begriffsschrift*). إن هذا الكتاب قد خلّص المنطق من اقتران اصطناعي بالرّياضيات، بينما أعدّ في نفس الوقت ترابطا أعمقا بين هذين العلمين"[1].

ب- المنطق اللاكلاسيكي ويشمل كلّ الأنساق المنطقية الثلاثية القيّم، والمتعددة القيم مع امتداداتها المختلفة إلى منطق الجهة ومنطق الأوامر ومنطق الأسئلة ومنطق المعايير إلخ. وتضاف إليها الأنساق المنطقية الثنائية القيمة التي ترفض قانون النّفي المُضاعف في صورته الكلاسيكية؛ بحيث إذا كان صِدق القضيّة يلزم عنه نفي القضيّة الكاذبة فالعكس غير صحيح، أي أنّ نفي القضيّة الكاذبة لا يلزم عنه أنّها صادقة. وينتج عن ذلك بالنسبة إلى البرهنة رفض البرهنة بالخلف وقبول فقط قاعدة الرد إلى الخلف[2].

وقد انطلق المنطق الرّياضي الكلاسيكي في أواخر القرن التاسع عشر، ومن أهم المساهمين فيه فريجه بألمانيا، وبيانو ومدرسته بإيطاليا، وكانت أبرز مرحلة تجسّد المنطق الرّياضي في صورته الكلاسيكية هي صدور كتاب(*Principia Mathematica*) لراسل-

---

1- *Blanché (Robert): la logique et son histoire, op cit, p:* 309.

2- أنظر: موساوي(أحمد)، مدخل جديد إلى المنطق المعاصر، ج1، مرجع سابق، ص ص: 63-64.

وايتهد، وتتميّز هذه المرحلة بِتَكُوّن حساب القضايا، وبروز فكرة الدّالة القضويّة، وعندها أصبح المنطق يظهر في شكل نسق استنتاجي، بالإضافة إلى السّعي إلى التّأسيس المنطقي للرّياضيات[3]. أما المرحلة الثانية فتبدأ حوالي 1920م، أي مع ظهور كتاب فيتجينشتاين (رسالة منطقية فلسفية)، وتتميّز هذه المرحلة بالخصائص الثلاث التالية:

– إقامة الاجراءات الصّورية إذ انتقل المناطقة من البديهيات شبه العينيّة؛ أين تقترب الثّوابت المنطقيّة من معناها الحدسي، إلى المصادرات المُصورنة.

– تطوّر الأبحاث المنطقيّة الشّارحة، إذ لفت انتباه المناطقة إلى ضرورة التّمييز بين مستويين: مستوى المنطق، ومستوى ما حول المنطق أين وقع التّساؤل حول خصائص الحسابات بعد بنائها، (الاتّساق، والاكتمال، والقدرة على البتّ)، بالإضافة إلى التّساؤل حول علاقاتها المتبادلة.

– تَفَرُّق المنطق الرّياضي الكلاسيكي بظهور الحسابات اللاكلاسيكية مع لوكاشيفتش وبوست، بالإضافة إلى هايتنغ[4].

فبعد الرّكود الذي عرفه المنطق لقرون عدّة، شهد انطلاقة جديدة من خلال محاولة تجاوز المنطق الارسطي، والذي اتّضحت نقائصه بحكم نشأته في أحضان اللّغة الطّبيعية وما تفتقر إليه من دقّة في التّعبير، إضافة إلى اقتصاره على علاقة الحمل لوحدها، ممّا جعله عاجزا عن الإحاطة بكثير من الاستنباطات الأخرى. وفي مقابل ذلك لوحظ أن الدّقة الرياضية بلغتها الرّمزية ونسقها المتماسك تفرض نفسها على جميع العقول. إنّ الخصائص السّابقة للرّياضيات أوقعت المنطق في أيدي الرّياضيين أين حاولوا معالجته على نموذج لغة ومنهج الجبر.

إلاّ أنّ أزمة العلوم بصفة عامّة وأزمة الرّياضيات على وجه الخصوص في النّصف الثّاني من القرن التّاسع عشر، والتي عُرفت بأزمة الأسس فرضت انتقال المنطق إلى مرحلة أخرى؛ حيث تطلّب إعادة النّظر في مبادئ الرّياضيات إلى ملاحظة النُّقص المنطقي الذي

---

[3]- *Blanché (Robert): Introduction à la logique contemporaine, op cit, p:* 32.

4- *Ibid. p:* 33.

تشكو منه منطلقاتها، بدءا بالغموض الذي يكتنف مفهوم العدد، وهو السؤال الذي طرحه برتراند راسل. إنّ تلك الأزمة كانت نقطة التحوّل في تصوّر طبيعة العلاقة بين المنطق والرياضيات، وأسفر البحث حول هذه المسألة إلى بروز ثلاث اتجاهات رئيسية* أهمها المنطقانية.

إنّ الأزمة السابقة فتحت آفاقا جديدة أمام تطوّر المنطق نحو مرحلة اللوجيستيك (مرحلة المنطق الرّياضي الكلاسيكية)، إذ أصبح علما دقيقا يُجاوِر الرّياضيات بل تجاوزها في صوريته.

* مسألة أساس الرياضيات تتنازعها ثلاث اتجاهات: النزعة المنطقانية وترى أن الرّياضيات البحتة يمكن ردّها إلى المنطق. وهو ما ترفضه الحدسانية؛ إذ لا يمكن للمنطق أن يكون أساسا للرياضيات لكونها متطابقة مع الجزء الدّقيق من تفكيرنا. أمّا الصّورانية فتعتقد بإمكانية تجاوز مشكلة النّقائض دون التّضحية بأي شيء من الرياضيات الكلاسيكية.