المحور الثاني: عرض المعطيات

(6)

ينتمي عرض المعطيات الى المرحلة الثانية من مراحل المنهج الإحصائي، ويتم بكيفيتين: الكيفية الجدولية والكيفية البيانية:

I- العرض الجدولي للمعطيات (تبويب المعطيات): يتمثل في وضع المعطيات الخام المحصل عليها في شكل جداول احصائية تسمى "التوزيعات التكرارية"، وذلك بعد تنظيم هذه المعطيات وترتيبها.

1- التوزيعات التكرارية: التوزيع التكراري هو جدول إحصائي لخصت فيه المعطيات الخام في طوائف أو فئات، مع تحديد عدد العناصر المنتمية لكل فئة، وهو ما يسمى "بتكرار الفئة"، وفيما يلي أمثلة عن توزيعات تكرارية لمتغيرات كمية ونوعية:

* المثال 01: متغير كمي متقطع:

نفرض أننا رمينا زهرة نرد 10 مرات وحصلنا على النتائج التالية:

1، 1، 2، 2، 3، 4، 5، 5، 6.

الجدول رقم 01: نتائج رمي زهرة نرد 10 مرات

قيم المتغير x	1	2	3	4	5	6
التكرار ni	2	3	1	1	2	1

المصدر: فرضي.

تمثل هذه السلسلة العددية معطيات مرتبة تصاعديا، يمكن تلخيص هذه المعطيات في توزيع تكراري كما هو مبين في الجدول رقم 01.

* المثال 02: متغير كمي مستمر:

نفرض أننا حصلنا على أوزان 100 طالب من إحدى الجامعات، وبعد ترتيبها لخصت في التوزيع التكراري التالي: (أنظر الجدول رقم 02)

الجدول رقم 02

الفئات (كغ)	التكرارات لفئة
60 - 62	5
63 - 65	18
66 - 68	42
69 - 71	27
72 - 74	8
المجموع	100

* المثال 03: متغير نوعي:

وليكن "الجنس"، حيث سجلنا عدد المواليد من الذكور والإناث في إحدى المستشفيات خلال عام 2005، ولخصناها في التوزيع التكراري التالي: (أنظر الجدول رقم 03).

الجدول رقم 03.

صفة المتغير X	التكرار ni
ذكور	2055
إناث	2180
المجموع	4235

الأستاذ/
هاشمي عبابسة

2- الفئات :.

الفئة عبارة عن فضاء أو إطار يضم طائفة من المشاهدات المتقاربة (أو المتطابقة) في القيم (وفق معيار معين)، أو المشتركة في الصفة نفسها.
مثلاً، تمثل الفئة الأولى في الجدول رقم 02 الطلبة الذين تتراوح أوزانهم من 60كغ الى 62كغ، وعددهم 5 طلبة، وهذا ما يطلق عليه تكرار الفئة "n_1"

أ- الحدود العادية و الحدود الفعلية (الحقيقية) للفئات :.

تسمى الرقمان 60 و 62 الحدين العاديين للفئة الأولى من الجدول رقم 02، حيث يمثل الأول حدها الأدنى و الآخر حدّها الأعلى.
الأستاذ هاشمي عبابسة
لكن هذه الفئة تضم - نظريا - كل الأوزان من 59,5 كغ الى 62,5 كغ.
تسمى هذان الرقمان **الحدين الفعليين** الأدنى والاعلى للفئة الأولى على الترتيب.
فمثلاً لتحديد الحد الأعلى الفعلي لفئة ما نجمع حدها الاعلى مع الحد الأدنى للفئة الموالية و نقسم المجموع على 2 فنحصل على الحد الأعلى الفعلي الذي يمثل الحد الأدنى الفعلي للفئة الموالية، نرمز للحدين الفعليين الاعلى و الأدنى لفئة ما بالرمزين "B_{MAX}"، "B_{MIN}" على الترتيب.
قد نجد في بعض الحالات فئة ليس لها أحد حديها، مثلاً: "65سنة فأكثر" أو "أقل من 15سنة" وهما فئتان **مفتوحتان**.

ب- طول الفئة (L) (حجم الفئة). تساوي الفرق بين حديها الفعليين الاعلى والأدنى، فمثلا طول الفئة الأولى هو $L_1 = 62,5 - 59,5 = 3$كغ

ج- مركز الفئة (C) مركز الفئة هو منتصفها، وتحسب كما يلي :-

$$C = \text{مركز الفئة} = \frac{\text{الحد الادنى (أو الادنى الفعلي)} + \text{الحد الاعلى (أو الأعلى الفعلي)}}{2}$$

$$C_1 = \text{مركز الفئة 1} = \frac{60 + 62}{2} = \frac{59,5 + 62,5}{2} = 61 \text{كغ}.$$

3- التوزيع التكراري المتجمع :.(F)

أ- التوزيع التكراري المتجمع الصاعد :. يمكن الحصول على التكرار المتجمع الصاعد لأية فئة بحساب مجموع التكرارات لجميع الفئات التي تسبقها بما في ذلك تكرار هذه الفئة، وبعبارة أخرى يساوي مجموع القيم "الأقل من" حدها الأعلى الفعلي.
فمثلاً ت.م.ص. للفئة الثالثة من الجدول 02 هو 5 + 18 + 42 ويساوي 65 طالبا.

يسمى الجدول الذي يضم التكرارات الصاعدة لكل الفئات "التوزيع التكراري المتجمع الصاعد" أو التوزيع على أساس "الأقل من ...". (أنظر الجدول رقم 04 أدناه). يرمز عادة لـ ت.م.ص. للفئة n بالرمز "F_i". أو "$F\uparrow$".

ب - التوزيع التكراري المتجمع النازل: التكرار المتجمع النازل ت.م.ن. لأية فئة يساوي مجموع القيم التي تساوي حدّها الأدنى الفعلي "أو أكثر" أي يساوي تكرارها زائد تكرارات الفئات الموالية.

مثلا: ت.م.ن للفئة 3 = 8 + 27 + 42 = 77 طالبا.

= ت.م.ن للفئة 2 - التكرار المطلق للفئة 2 (n_2).

= 95 - 18 = 77 طالبا.

= المجموع التكرارات - ت.م.ص. للفئة 2.

= 100 - 23 = 77 طالبا.

الأستاذ / هاشمي عبابسة

يسمى الجدول الذي يضم التكرارات النازلة للفئات "التوزيع المتجمع النازل" أو التوزيع على أساس "... أو أكثر." يرمز له عادة بالرمز "$F\downarrow$" (أنظر الجدول رقم 04).

ج - التوزيع التكراري النسبي: (ت.ت.ن)

يمكن حساب التكرار النسبي "f_i" لأية فئة بقسمة تكرارها المطلق n_i على مجموع التكرارات ($\sum n_i = N$). ويمكن التعبير عنه بنسبة مئوية.

مثلا: f_3 للفئة 3 = $\frac{42}{100}$ = 0,42 = ٪42

ولهذا فإن مجموع التكرارات النسبية يجب أن يساوي 1 أو ٪100.

يسمى الجدول الذي نحصل عليه في الرهابة "التوزيع التكراري النسبي" (أنظر الجدول رقم 04).

* الجدول رقم 04 *

توزيع تكراري		ت.ت.ن.م.ص		ت.ت.ن.م.ن		ت.ت.ن	ت.ت.ن.م.
الفئات (كغ)	الحدود الفعلية	التكرار n_i	الحدود العليا الفعلية	$F\uparrow$ ت.م.ص	الحدود الدنيا الفعلية	$F\downarrow$ ت.م.ن	f_i	f_i %
60 - 62	59,5 - 62,5	5	أقل من 62,5	5	59,5 أو أكثر	100	0,05	٪5
63 - 65	62,5 - 65,5	18	" " 65,5	23	" " 62,5	95	0,18	٪18
66 - 68	65,5 - 68,5	42	" " 68,5	65	" " 65,5	77	0,42	٪42
69 - 71	68,5 - 71,5	27	" " 71,5	92	" " 68,5	35	0,27	٪27
72 - 74	71,5 - 74,5	8	" " 74,5	100	" " 71,5	8	0,08	٪8
المجموع	/	100	/	/	" " 74,5	0	1,00	%100

المصدر: الجدول رقم 02.

5- خطوات تكوين توزيع تكراري: لوضع سلسلة عددية ضمن توزيع تكراري، نتبع الخطوات التالية:-

أ- حساب مدى البيانات، والذي يساوي الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة.

ب- تحديد عدد ملائم من الفئات، والذي يتراوح عادة بين 4 الى 20 فئة.

ج- تحديد طول الفئات، وذلك بقسمة المدى على عدد الفئات المقترح، فنحصل على نتيجة تساعدنا في تحديد طول ملائم للفئات.

د- تحديد الحدود الحقيقية للفئات (يجب أن يكون الحد الأدنى للفئة الأولى أصغر من أو يساوي أقل قيمة في المعطيات، وأن يكون الحد الأعلى للفئة الأخيرة أكبر من أو يساوي أعلى قيمة في المعطيات).

هـ- حساب الحدود الفعلية للفئات. (يمكن أن نكتفي بالحدود الحقيقية للفئات).

و- تحديد عدد المشاهدات في كل فئة (تكرار الفئة n_i).

6- العرض الجدولي في حالة خاصيتين (التوزيع التكراري المزدوج).

نستخدم الجدول المزدوج عند دراسة خاصيتين (متغيرين) في الوقت نفسه للمجتمع الاحصائي نفسه، يرمز للخاصية الأولى بالرمز "X" (وقيمها x_i) ويرمز للخاصية الثانية بالرمز "Y" (وقيمها y_j). وفي هذا الإطار يمكن أن نميز ثلاث حالات:-

أ- الخاصيتان نوعيتان.

ب- إحدى الخاصيتين كمية والأخرى نوعية.

ج- الخاصيتان كميتان.

وجميعها يمكن تمثيل الجدول المزدوج كما يلي:-

الجدول رقم 05

x_i / y_j	y_1	y_2	...	y_L	المجموع
x_1	n_{11}	n_{12}	...	n_{1L}	$n_{1.}$
x_2	n_{21}	n_{22}	...	n_{2L}	$n_{2.}$
⋮	⋮	⋮		⋮	⋮
x_K	n_{K1}	n_{K2}	...	n_{KL}	$n_{K.}$
المجموع	$n_{.1}$	$n_{.2}$	...	$n_{.L}$	N

* نسمي التكرارات $n_{i.}$ التكرارات الحدية لـ X (أنظر العمود الأخير: $n_{1.}, n_{2.}, \dots$).

* نسمي التكرارات $n_{.j}$ التكرارات الحدية لـ Y (أنظر السطر الأخير: $n_{.1}, n_{.2}, \dots$).

$$n_{i.} = n_{i1} + n_{i2} + \dots + n_{iL} = \sum_{j=1}^{L} n_{ij}$$

(حيث L هو عدد الأعمدة).

$$n_{.j} = n_{1j} + n_{2j} + \dots + n_{Kj} = \sum_{i=1}^{K} n_{ij}$$

(حيث K هو عدد الأسطر).

الأستاذ / هاشمي عبابسة

$$n = \sum_{i=1}^{k} n_{i\cdot} = \sum_{i=1}^{k}\left(\sum_{j=1}^{L} n_{ij}\right) = n_{\cdot\cdot}$$

وكذلك ...

$$n = \sum_{j=1}^{L} n_{\cdot j} = \sum_{j=1}^{L}\left(\sum_{i=1}^{k} n_{ij}\right) = n_{\cdot\cdot}$$

أي أن مجموع قيم السطر الأخير يساوي مجموع قيم العمود الأخير ويساوي مجموع التكرارات.

* أمثلة:-

أ- الخاصيتان نوعيتان:-

لنفرض أننا سحبنا عينة مكونة من 130 طالبا ودرسنا خاصيتي لون الشعر ولون العينين، ثم أنشأنا التوزيع التكراري المقابل (انظر الجدول رقم 06).

- الجدول رقم 06 -

لون الشعر Y_j / لون العينين X_i	الأسود	الأشقر	البني	المجموع
الأسود	20	7	17	44
الأزرق	5	23	5	33
الأخضر	2	15	3	20
البني	13	5	15	33
المجموع	40	50	40	130

ب- خاصية كمية والأخرى نوعية:- ولنفرض أننا درسنا نقاط 30 طالبا بين ذكور وإناث.

- الجدول رقم 07 -

النقطة / الجنس	20 - 29	30 - 39	40 - 49	50 - 59	60 - 69	70 - 79	المجموع
- ذكور	1	1	4	4	2	1	13
- إناث	1	2	5	8	1	0	17
المجموع	2	3	9	12	3	1	30

ج- الخاصيتان كميتان:- مثلا، درسنا الطول والوزن لمائة طالب جامعي:-

الوزن (كغ) / الطول (سم)	150 - 159	160 - 169	170 - 179	180 - 189	190 - 199	المجموع
60 - 62	0	1	2	1	1	5
63 - 65	1	2	10	3	2	18
66 - 68	3	5	21	9	4	42
69 - 71	1	3	15	5	3	27
72 - 74	0	2	3	2	1	8
المجموع	5	13	51	20	11	100

- الجدول رقم 08 -

الأستاذ / هاشمي عبابسة