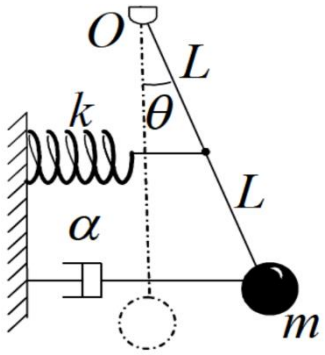
السلسلة رقم 03: الاهتزازات الحرة المتخامدة ذات درجة حرية واحدة

التمرين الأول :



الشكل 01

نظام مهتز (الشكل 01) يتكون من الكتلة (m) معلقة في ساق مهملة الكتلة طولها (l) و موصولة الى نابض ثابت مرونته k، تسحب عن موضع توازنها بزاوية قدرها (θ) وتترك تهتز حرة ، فإذا كان معامل التخامد α (≪ θ)

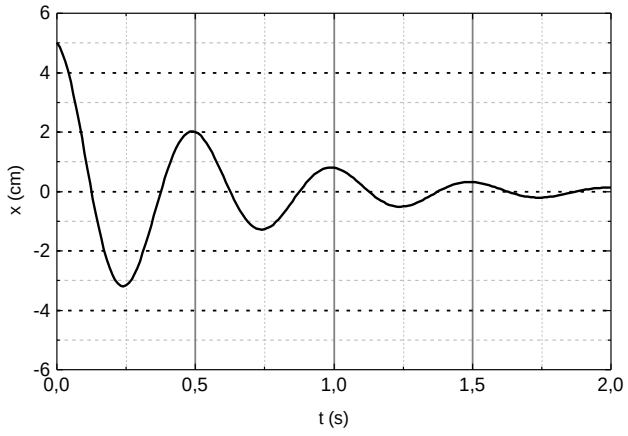
- اوجد الطاقة الحركية و الطاقة الكامنة ثم استنتج عبارة لاغرانج L للنظام
- اكتب عبارة دالة التبدد D ثم معادلة الحركة للنظام
- ما هو نوع التخامد من اجل α=2N.s/m ؟
- أكتب عبارة حل المعادلة التفاضلية للحركة ثم حدد الثوابت من خلال الشروط الابتدائية التالية :

$$\theta(0) = \frac{\pi}{16}, \dot{\theta}(0) = 0$$

k=2N/m. m=1Kg. L=1m. $g=10m/s^2$.

التمرين الثاني:

توضع كتلة $m = 25Kg$ فوق قاعدة مطاطية مهملة الكتلة لتنضغط بـ $6.1cm$. عند سحب الكتلة عن وضع توازنها بـ $5cm$ وتركها تهتز حرة، نقوم بتسجيل أوضاع الكتلة بواسطة جهاز خاص فنتحصل على الشكل المقابل، إذا اعتبرنا الجملة عبارة عن نابض ثابت مرونته K ومخمد لزوجي بثابت α.

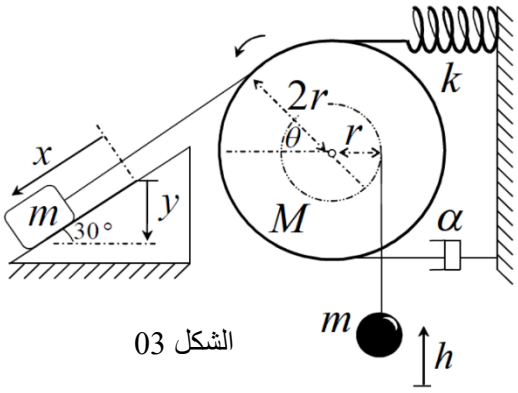


الشكل 02

المطلوب

1- مثل الشكل الميكانيكي المكافئ.
2- اكتب المعادلة التفاضلية والشكل العام للحل $x(t)$
3- باستعمال البيان احسب كل من K و α
4- تحقق من حساب K بطريقة أخرى تأخذ $g = 9.81m/s^2$
5- ارسم النظام الكهربائي المكافئ لهذا النظام مع حساب المقاومة الحرجة للنظام من اجل L=6H و C=2µF

التمرين الثالث:



الشكل 03

قرص كلته M ونصف قطره 2r متصل في محيطه بنابض ثابت مرونته k و مثبت بمخمد معامل احتكاكه α ، كتلة m موضوعة على سطح مائل متصلة بمحيط القرص بواسطة خيط (الاحتكاك على السطح مهمل) و كتلة أخرى m معلقة بخيط ملفوف حول القرص (الشكل 03)

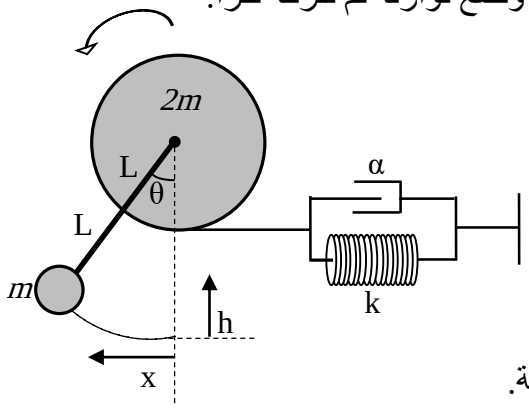
الخيوط غير قابلة للامتطاط و القرص يدور بحرية حول محوره الافقي و في حالة الاتزان الاستطالة الابتدائية معدومة

باعتبار الاهتزازات صغيرة ($\theta \ll$) :

- اكتب عبارة الطاقة الكامنة E_p و الطاقة الحركية E دالة التبدد D بدلالة θ.
- اكتب المعادلة التفاضلية لحركة النظام
- اذا علمت ان α=21N.s/m ، M=m=1kg و k=7N/m ما هي طبيعة حركة النظام ؟
- احسب القيمة التي يجب ان لا تتجاوزها α حتى يكون هناك اهتزاز للنظام.

التمرين الرابع:

في الشكل المقابل، النظام يهتز حول مهتز ثابت يمر بمركز القرص، الساق ذات كتلة مهملة معلقة في نهايتها كتلة m، في وضع التوازن تكون الساق في الوضعية الافقية، نزيح النظام بزاوية θ عن وضع توازنه ثم نتركه حرا.



الشكل 04

عبر عن الطاقة الكامنة E_p للنظام بدلالة θ.

- اثبت ان تشوه النابض الابتدائي x_0 معدوم.
- بسط عبارة E_p في هذه الحالة (من خلال شرط التوازن).
- اعط عبارة الطاقة الحركية E_c للنظام.
- اوجد عبارة لاغرانج، و اكتب المعادلة التفاضلية للحركة.
- ماهو الشرط اللازم توفره حتى يخضع النظام الى حركة شبه دورية.
- احسب القيمة العظمى ل α التي من اجلها تبقى الحركة شبه دورية.

k=4N/m. m=0,1Kg. L=0,5m. $g=10m/s^2$. $J= (1/2)MR^2$