#### 5.1 Test de signification des effets du modèle.

On appelle **effets** les coefficients des facteurs et ceux des interactions dans l'écriture du modèle.

Les calculs statistiques qui permettent de savoir si les effets sont significatifs, de calculer les intervalles de confiance ou de valider la linéarité du modèle font intervenir d'une part les résidus ei , c'est-à-dire la différence entre la valeur expérimentale et la valeur prédite par le modèle et, d'autre part un estimateur sans biais de la variance commune des résidus. Cet estimateur est donné par :

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| s² | = | 1 |  | ei² |
| n - p |

où n est le **nombre d'expériences réalisées** et p le **nombre de coefficients du modèle**. Dans ces conditions, on peut montrer que tous les effets ont la même variance donnée par :

|  |  |
| --- | --- |
| si² = | s² |
| n |

où n est le nombre d'expériences réalisées. Cela apporte une grande simplification au niveau des calculs.

**ATTENTION**

**Si l'on réalise un plan complet et que l'on calcule tous les effets, le calcul de s**2 **est impossible puisque alors n = p (un plan complet 2**3 **conduit à 8 expériences et 8 effets : 3 effets pour les facteurs, 3 effets pour les interactions d'ordre 2 et enfin 1 effet pour l'interaction d'ordre 3). C'est pour cela que, dans la pratique, il est d'usage de négliger les interaction d'ordre élevé (3 ou plus). C'est souvent le contexte et la connaissance de lois régissant le phénomène étudié qui permet de négliger certaines interactions et donc de pouvoir conduire des calculs statistiques.**

Si néanmoins on veut travailler avec tous les effets, une méthode efficace pour déterminer s2 est la méthode dite des << mesures au centre>>. On effectue alors plusieurs mesures au centre du domaine (tous les facteurs sont réglés à 0) et on détermine s2 à partir des résultats sur ces << points au centre>>.

#### 5.1.1 Réalisation du test de signification des effets.

Le test utilisé est le test << t>> de Student. Un effet sera dit significatif (c'est-à-dire que la variable ou l'interaction qui lui est associée a une influence sur la réponse), s'il est, pour un risque donné, significativement différent de 0. On testera donc l'hypothèse :

H0 = << ai = 0>>

contrer l'hypothèse :

H1 = << ai /= 0>>

Pour cela, on calcule :

|  |  |
| --- | --- |
| ti = | |ai| |
| si |

On utilise alors une table de Student à  = n - p  degrés de liberté (n est le nombre d'expériences réalisées et p le nombre d'effets y compris la constante).On choisit un risque de première espèce  (le plus souvent 5% ou 1%) et on lit dans cette table de Student la valeur tit(,), en utilisant la partie de la table relative à un test bilatéral. La règle du test est alors la suivante :

 Si ti > tcrit(), on rejette H0 au risque accepté.

 Si ti < tcrit(), on accepte H0 au risque accepté.

Si l'hypothèse H0 est acceptée, cela veut dire que l'effet en question n'est pas, au risque  significativement différent de 0 et donc que la variable qui lui est associée n'a pas d'influence sur la réponse.

#### ****5.1.2 Exemple****.

On considère une réaction chimique dont le rendement dépend de deux facteurs, la température et la pression. Le technicien décide d'effectuer un plan d'expérience avec le domaine expérimental suivant :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|   | Niveau bas : -1 | Niveau haut :+1 |
| Température : T | 60oC  | 80oC  |
| Pression : P  | 1 bar  | 2 bars  |

La réponse Y étudiée, rendement de l'expérience, est donnée par le tableau suivant :

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Exp | T  | P  |   | Y (Rend) |
| 1  | -1  | -1  |   | 60 |
| 2  | +1 | -1  |   | 65  |
| 3  | -1  | +1 |   | 75  |
| 4  | +1 | +1 |   | 85  |

 |

Déterminons une estimation ponctuelle des effets de chacune des variables.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Exp  | Moy  | T  | P  | Y (%) |
| 1  | +1  | -1  | -1  | 60  |
| 2  | +1  | +1  | -1  | 65  |
| 3  | +1  | -1  | +1  | 75  |
| 4  | +1  | +1  | + 1 | 85  |
|   |   |   |   |   |
| Diviseur | 4  | 4  | 4  |   |
| Effets  | a0 = 71,25 | a1 = 3,75 | a2 = 8,75 |   |

 |

le modèle s'écrit :

|  |
| --- |
| Y = 71, 25 + 3, 75T + 8, 75P |

**Test de signification des coefficients** :

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Exp | Moy | T  | P  | Y (%) | Yest  | ei  | ei2  |
| 1  | +1  | -1  | -1  | 60  | 58,75 | 1,25  | 1,5625 |
| 2  | +1  | +1 | -1  | 65  | 66,25 | -1,25 | 1,5625 |
| 3  | +1  | -1  | +1 | 75  | 76,25 | -1,25 | 1,5625 |
| 4  | +1  | +1 | +1 | 85  | 83,75 | 1,25  | 1,5625 |

 |

On cherche à tester la non influence d'une variable sur la réponse. On choisit un risque de 5 %.

La variance des résidus est :

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| s² | = | 1 |  | ei² = 6,25 |
| 4 - 3 |

La variance commune des estimateurs des coefficients du modèle est :

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| si² | =  | s² | =  | 6,25 | = 1,5625 |
| n  | 2 |

La statistique << t>> de Student associé vaut :

|  |  |
| --- | --- |
| ti = | |ai| |
| si |

La [table de Student](http://www.educnet.education.fr/rnchimie/math/benichou/tables/tstudent/tstudent.htm) donne, pour un risque de 5 % avec  = n - p = 4-3 = 1 :

tcrit(0,05 ; 1) = 12,71

Pour l'effet  a1 = 3, 75 de T on a t1 = 3  < 12,71. On accepte H0 au risque de 5 % et l'effet de la température T n'est pas significatif.

Pour l'effet  a2 = 8, 75 de P on a t2 = 7 < 12,71. On accepte H0 au risque de 5 % et l'effet de la pression P n'est pas significatif.

On peut donc considérer que les coefficients a1 et a2 ne sont   pas significativement différent de 0 ; leur valeur est probablement due à un << bruit>>.

La conclusion de cette étude est que l'on doit rejeter un modèle linéaire pour expliquer le rendement de cette réaction chimique. Il faudrait refaire une étude avec un modèle polynomial du second degré, ce qui sort du cadre de ce cours.