تطوّر جبر المنطق مع جورج بول

لقد ساهم جورج بول* في الدّفع بالمنطق وإخراجه من التأويلات الفلسفية ليضعه بين أيدي الرّياضيين. فبعد الرّكود الذي عرفه طيلة قرون، شهد المنطق انطلاقة جديدة منذ منتصف القرن التّاسع عشر، ساهم فيها الكثير من المناطقة أصحاب التّكوين الرياضي؛ خاصّة جورج بول وأوغوسطوس دي مورغان (*Augustus De Morgan*) [1806م-1871م]، ومع هذا الأخير شهد منطق العلاقات تطوُّرا كبيرا، استنتجه من النُّقص الملاحظ على منطق أرسطو فيما يخصّ اقتصاره على علاقة الحمل، وإهماله لعلاقات أخرى ممّا جعله عاجزا على استيعاب استنباطات أخرى. وقد تطوّر منطق العلاقات فيما بعد مع بيرس (*Peirce Charles Sanders*) [1839م -1914م] وشرودر.

لكنّ أعمال بول هي الجديرة بالاهتمام. لقد استوحى أعماله من الاستدلال الجبري الذي يقوم على الرّموز، "فبعد تصنيفه للرّموز حسب وظيفتها، بحث عن وظائفها في اللغة العادية، بحيث يمكن التّعبير عن هذه الوظائف برموز مماثلة للرّموز الجبرية، (...) فتوصّل إلى إنشاء ضرب خاص من الجبر الذي من حيث هو حساب صوري، لا يرتبط بأي تأويل مُعيّن، إلاّ أنّه يتلقّى مع ذلك تأويلا طبيعيا جدّا عندما نعتبره منطقا للأصناف. ولقد كان المنطق التقليدي هو أيضا منطقا للأصناف، إلاّ أنّ المعالجة الرّياضية التي عالجه بها بول منحته أمانا وسِعَة جعلا منه علما جديدا حقّا"[1].

إنّ الشّكل الجديد الذي ظهر به المنطق في تلك الفترة يُنسب إلى جورج بول. لقد عرض نسقا- كان من وحي الرّياضيات- وعلى الرّغم من "احتوائه على بعض النقائص،

---

* انجليزي من علماء المنطق والرياضيات، كان منذ عام 1849م حتى آخر حياته أستاذا للرياضيات في كلية الملكة في كورك. وقد بسط أوّل مذهب للمنطق الرّياضي عُرف في التاريخ، والذي أصبح معروفا فيما بعد باسم علم المنطق الجبري. وقد حدّدت فكرة المماثلة بين الجبر والمنطق اتّجاه جميع أبحاثه في المنطق التي ترِد في مؤلّفيه الرّئيسيّين: التّحليل الرياضي للمنطق سنة 1847م، وفحص لقوانين الفكر سنة 1854م. كما فحص نظريّة الاحتمال والتّحليل الرّياضي. أنظر: روزنتال – يودين. الموسوعة الفلسفية، مرجع سابق، ص: 94.

[1]- *Blanché (Robert): Introduction à la logique contemporaine, op cit, p: 32*.

فإنّه يقدّم لحل مشاكل منطقية تشمل وتتجاوز المشاكل التي يقف عندها المنطق التّقليدي، ما يمكن أن نسمّيه اليوم اجراءات في البتّ تسمح بحسابات فعّالة، فالتصوّر الجديد للمنطق في نظره لا علاقة له بالفلسفة بدراستها للوجود الواقعي وببحثها عن العلل، فالمنطق ينبغي أن نضمّه للرّياضيات، فهو مثل الهندسة يقوم على حقائق مُصادر عليها ومبرهناته تمّ إنشاؤها حسب النظرية العامة للتّرميز"[2].

هذا ورغم أنّ المنطق الحديث انطلق مع جورج بول الذي كان تأويله الأصلي والأقرب هو اعتباره منطقا للأصناف باعتبار ماصدقها، والذي يتقبّل أيضا تأويلا مقبولا في مقابل بعض الاحتياطات إذا ما نحن اعتبرنا متغيّريه (س) و (ص) لا رمزين لصنفين بل رمزين لقضيتين[3]. إلاّ أنّ منطق جورج بول لا يُمكن ادراجه ضمن المنطق الرياضي "فالمنطق الرياضي في القرن العشرين، والمنطق الرّياضي عند بول ليس شيئا واحدا، بل لا يمكن اعتباره حتى مجرّد تطوير له، وهذا رغم اشتراكهما في توسيعهما لمجال المنطق التقليدي"[4].

لكن يبدو اضافات جورج بول تمثّلت في عودته إلى قواعد المنطق التقليدي وأعاد بنائها حسب متطلّبات الرّياضيات، وبالتّالي فقد انطلق من قواعد غير التي انطلق منها المنطقيون المعاصرون على غرار فريجه وبيانو وراسل كما سنرى لاحقا. أما بالنّسبة للّغة الرّمزية فقد استخدمها جورج بول في حسابه الجبري المنطقي وسعى من خلالها إلى جعل المنطق علما رمزيا. وها هي ذي بعض التفاصيل عن ترميز بول. نضع أن:

1 = كل

وأن 0 = لا شيء

والصّنف الذي تحدّده الصّفة س يكون:

1 س

---

[2]- *Blanché (Robert): la logique et son histoire, op cit, P.P: 269-270.*

[3]– بلانشي(روبير): العقل والخطاب–دفاع عن المنطق الفكري، ترجمة محمود اليعقوبي، دار الكتاب الحديث، القاهرة، ط1، 2010م، ص: 155.

[4]- *Blanché (Robert): la logique et son histoire, op cit, p: 270.*

إنها كلّ الكائنات التي تحدّده الصفة س

لكن 1 س= س: ويكون ذلك مثلا هو التصوّر(حيوان). ويحصل التحديد المتزايد في الدّقة بواسطة إدخال صفات جديدة، ص، ع. وعلى سبيل المثال فإن عبارة (حيوان ناطق أبيض) تُكتب هكذا:

س ص ع

وبمقتضى ما يسمّيه بول الخاصيّة التّبديليّة فإنّ ترتيب العوامل عديم الأثر. وعلى هذا يكون:

س ع = ع س. وإذا افترضنا أنّ:

ع = س فإن:

س س = س

$س^2$ = س

وهكذا دواليك.

ويمكننا أيضا أن نفكّر أيضا في عملية الجمع والطرح، فنقول على سبيل المثال:

الفرنسيون والانجليز

الأوربيون ماعدا الانجليز

ونكتب ذلك: س + ص

س – ص

لكن بمقتضى الخاصيّة التّوزيعية فإنّ:

س + ص = ص + س

وكذلك إذا كانت (ع) تمثّل صفة أخص فإننا نكتب: ع(س + ص) = ع س + ع ص، إلخ[5]. ولم يكتف جورج بول باستخدام الرّموز، بل حاول ضبط القواعد التي تسمح بإنشاء الرّموز على غرار المنطق الرّياضي. ويميّز بين قسمين في إطار الحساب المنطقي، وهما

[5]– تريكو(جول): المنطق الصوري، مرجع سابق، ص ص: 390–391.

معا يؤلّفان ما يطلق عليه جبر المنطق البولي : حساب الفصول وحساب القضايا. ومن خلال القسمين تبدو نظرة بول الحسابية على اعتبار أنّه يستخدم علم العدد كنموذج لحسابه المنطقي[6]. وقد وصل بول من أفكاره السابقة؛ والمتمثّلة في السّعي إلى التأسيس لمنطق يقوم على نموذج الجبر إلى معادلات في منطق الأصناف، هي بمثابة قوانين أساسية لهذا المنطق وفيما يلي أهمها:

1- هـ و = و هـ

2- هـ + و = و + هـ

3- ى (هـ+و) =(ى هـ + ى و)

4- ى(هـ-و) = ي هـ- ي و

5- إذا كان هـ=و فإنّ ي هـ = ي و

6- إذا كان هـ=و فإنّ ى+هـ = ى+و

7- إذا كان هـ=و فإنّ هـ-ى =و-ى

8- هـ^2 = هـ [7].

ويمكن الوقوف على الكثير من النّقائص في هذا النّوع من المنطق "ففي جبر بول نجد بين الصيغة س ص=1 التي تُطابق القضية الكلّية الموجبة، والصيغة س ص=0 التي تطابق القضية الكلّية السالبة، الصيغة س ص= و، حيث تُمثّل (و) صنفا نحن نعرف عنه فقط أنّه وسط بين كلّ شيء ولا شيء. وبالفعل في منطق للأصناف حيث نفس الاندراج (جس = ~كم) ونفي الاخراج (جم = ~كس) يختلطان في التّقاطع (لا = ~كم. ~كس)، فإنّنا لا نرى بوضوح ما هو المكان الذي نخصّصه للقضايا الجزئيّة التّقليديّة (تلك القضايا المُزعجة) كما

---

[6]- محمد علي (ماهر عبد القادر): فلسفة العلوم -المنطق الرياضي، ج3، دار النهضة العربية للطباعة والنشر، بيروت، 1985م، ص: 23.

[7]- زيدان (محمود فهمي) : المنطق الرّمزي نشأته وتطوّره، مرجع سابق، ص: 83.

يصفها (ج. فن)"[8]. ومن جهة أخرى لاحظ بلانشي أنّ جبر المنطق لم يكن محلّ اتفاق بين المناطقة والرياضيين، فإذا كان الرّياضي يهتمّ به من حيث فائدته كحساب، فإنّ المنطقي يذهب إلى أكثر من ذلك؛ إنّه يتتبّع الاجراءات الأوّلية للاستدلال، وفي هذا الصدد يستعرض بلانشي الاختلاف حول هذه النقطة الجوهرية داخل عائلة بيرس "إنّ بيرس الذي بصفته منطقيا كان يتناقش طويلا مع أبيه الرّياضي بنيامين بيرس (*Benjamin Peirce*)، لقد عرّف هذا الأخير الرّياضيات بأنّها العلم الذي يستخلص نتائج ضرورية. وقد عارض ابنه هذا الطّرح؛ فاستخلاص النتائج الضرورية هي مهمة المنطق الاستنتاجي. الذي انفصل فيما بعد تدريجيا عن جبر بول ليأخذ صورة المنطق الرّياضي الحديث والذي سُمّي اللوجيستيقا"[9].

وعلى هذا الأساس يمكن تصنيف مذهب بول ضمن الجبر، أكثر مما يمكن عدّه منطقا في رموزه ومسائله ونتائجه التي تقبل فقط التفسير العددي لقيمتين هما الواحد والصفر (1، 0)، فكان جبرا محدود القيّم العددية. كما أنّ حلّ مسائل الجبر المنطقي كانت تُطبّق فيها قواعد الحساب دون قواعد المنطق وقوانينه، كما أنّ الخلط والازدواج في تفسير منطق وحساب الاحتمالات؛ فتارة يكون بلغة القضايا وتارة بلغة التصورات أو الفئات، دون مراعاة للتّمييز *William*بين المفهوم الرّياضي والمفهوم المنطقي[10]. وفي هذا الصّدد فقد عاب جيفونز ( ) [1835م-1882م] على أستاذه بول حينما حصر المنطق "الذي هو شيء *Stanley Jevons* للجميع، شيئا لبعض العارفين بالرّياضيات"[11]. إلاّ أنّ جبر المنطق لم يدم طويلا خاصّة بعد ظهور كتاب أصول الرّياضيات أين أصبح جبر المنطق مقابلا لحساب الفئات والذي هو مجرّد جزء من اللوجيستيقا.

---

[8]– بلانشي(روبير): البنيات العقليّة، مصدر سابق، ص: 61.

[9]- *Blanché (Robert): la logique et son histoire, op cit, p: 291.*

[10]– سالم (محمد عزيز نظمي): المنطق الصوري والرّياضي–دراسة تحليلية لنظريّة القياس وفلسفة اللّغة، المكتب العربي الحديث، الاسكندريّة، 2003م، ص: 172.

[11]– بلانشي (روبير): العقل والخطاب ، مصدر سابق، ص: 29.