

# CHAPITRE 2

Année universitaire  
2023/2024

## Rappels sur les lois fondamentales de l'électricité

### (1-Régime sinusoïdal)

#### Electrotechnique Fondamentale 1

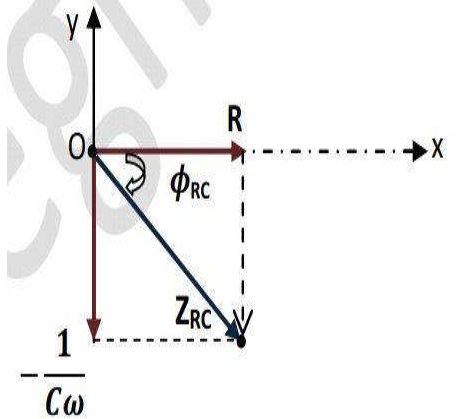
2<sup>ème</sup> année License tronc commun ST

Filières Génie électrique

**Prof. Megherbi Ahmed chaouki**  
Chargé de Cours

Département de Génie électrique

Université Mohammed Khider Biskra



#### Contenu du chapitre 2

Ce chapitre couvre les points suivants :

- Définitions valeur moyenne et efficace
- Représentation de Fresnel et notation complexes des grandeurs sinusoïdales
- Notion d'impédance, déphasage,...
- Etudes des circuits : R ; L et C, RL, RC en série
- Les puissances en monophasée

## Chapitre II Rappels sur les lois fondamentales de l'électricité

### II.2. Régime Sinusoïdal

Lorsque la tension aux bornes d'un dipôle n'est pas continue on dit que le régime **est dépendant du temps** : à l'instant  $t$ , la tension prend une valeur que l'on note  $v(t)$ .  $v(t)$  est donc une fonction mathématique. Si  $v(t)$  est une fonction **périodique** ou la tension reprend les mêmes valeurs après **une période  $T$**  on dit que c'est un **régime périodique**.

Le **régime alternatif sinusoïdal** est un régime périodique où les signaux périodiques possèdent une valeur moyenne nulle et décrivent une sinusoïde. Ce régime est appelé aussi **régime harmonique**.

#### II.4.1. Tension sinusoïdale

La forme générale d'une tension sinusoïdale est définie par l'équation :

$$v(t) = V_{max} \sin(\omega t + \varphi) \quad (1-20)$$

Dans laquelle :

- $V_{max}$  est l'**amplitude** de la tension
- $(\omega t + \varphi)$  est la phase instantanée
- $\varphi$  est la phase à l'origine
- $\omega$  est la pulsation  $\omega = 2\pi f$ , où  $f$  est la fréquence mesurée en hertz

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad (1-21)$$

Une telle tension a pour période  $T$ .

#### Remarque

- Comme  $-1 < \sin(\omega t + \varphi) < +1$  alors  $-V_{max} < v(t) < +V_{max}$  on appelle tension crête à crête l'écart  $V_c \text{ à } c = 2V_{max}$

#### II.4.2. Valeur moyenne et efficace d'une grandeur sinusoïdale :

### II.4.2.1. Valeur moyenne d'une tension sinusoïdale

Soit la valeur instantanée de la tension  $v(t)$  :  $v(t) = V_{max} \sin(\omega t)$

La tension moyenne se calcule selon la relation suivante sur une période  $T$  :

$$V_{moy} = \frac{1}{T} \int_0^T V_{max} \sin(\omega t) dt$$

Après calcul :

$$V_{moy} = 0 \quad (1-22)$$

### II.4.2.2. Valeur efficace d'une tension sinusoïdale

La valeur efficace d'une tension sinusoïdale est défini par :

$$V_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v(t)^2 dt}$$

$$V_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (V_{max} \sin(\omega t))^2 dt}$$

$$V_{eff} = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}} \quad (1-23)$$

- Dans un circuit, le **voltmètre** ou l'**ampèremètre** indique respectivement la **valeur efficace** de la **tension** et du **courant** mesurés.

## II.4.3.Représentation des grandeurs sinusoïdales (voir les détails dans les séances de cours):

### II.4.3.0.Représentation (Diagramme) de Fresnel

Pour faciliter les calculs lors de l'étude des associations de dipôles en série et en parallèle on utilise une représentation vectorielle des grandeurs sinusoïdales appelée diagramme de Fresnel.

La représentation de Fresnel c'est une représentation vectorielle permet de représenter la tension  $v(t)$  et le courant  $i(t)$  d'un circuit électrique par des vecteurs  $\vec{V}$  et  $\vec{I}$  dans une base orthonormée.

Ainsi pour un courant sinusoïdal :  $i(t) = I_{max} \sin(\omega t + \varphi_i) = I_{eff} \sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi_i)$

Dans le diagramme de Fresnel, on lui associer un vecteur  $\vec{I}$  défini par :

$$\begin{aligned} \|\vec{I}\| &= I_{eff} \\ (OX; \vec{I}) &= \varphi \end{aligned} \quad (1-24)$$

Le tracer de diagramme de Fresnel du courant  $i(t)$  après avoir défini un échelle :

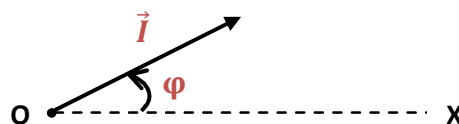


Fig.2.12. Le Diagramme de Fresnel du courant  $i(t)$

**Exemple**

Soit la valeur instantanée d'un courant sinusoïdal :

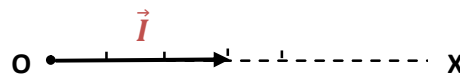
$$i(t) = 4.24 \sin(\omega t)$$

La représentation de Fresnel du courant  $i(t)$  est un vecteur  $\vec{I}$  défini :

$$\|\vec{I}\| = I_{eff} = \frac{4.24}{\sqrt{2}} = 2.99 \approx 3A$$

$$(OX; \vec{I}) = \varphi = 0^\circ$$

Une échelle de 1cm correspond à 1.5 cm permet de tracer la représentation de Fresnel :

**II.4.3.1. Représentation complexe**

La souplesse que présente le calcul dans le plan complexe fait recourir à une représentation d'une valeur instantanée sinusoïdale du courant ou d'une tension par un nombre complexe :

Dans ce qui suit on va adopter la notation  $j$  (avec  $j^2 = -1$ ) pour éviter toute confusion avec le courant  $i$ .

Considérant un courant sinusoïdal :  $i(t) = I_{max} \sin(\omega t + \varphi_i) = I_{eff} \sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi_i)$

On peut représenter  $i(t)$  dans le plan complexe par le courant  $\bar{I}$  complexe qui s'écrit :

$$\bar{I} = I_{eff} e^{j\varphi_i} = I_{eff} [\cos(\varphi_i) + j \sin(\varphi_i)] \quad (1-25)$$

**Exemple :**

Soit la valeur instantanée d'un courant sinusoïdal :

$$i(t) = 4\sqrt{2} \sin(\omega t + 30^\circ)$$

Dans le plan complexe  $i(t)$  est représenté par le courant  $\bar{I}$  complexe qui s'écrit :

$$\bar{I} = 4 e^{j30^\circ} = 4 [\cos(30^\circ) + j \sin(30^\circ)]$$

$$\bar{I} = 3.46 + j 2$$

**Notion d'Impédance complexe**

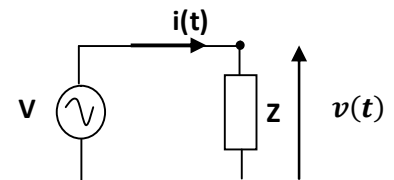
Dans le régime sinusoïdal on introduit une grandeur complexe notée  $Z$  et appelé **impédance complexe du circuit** :

$\bar{V} = Z * \bar{I}$  C'est la **loi d'ohm** dans le régime sinusoïdal

$$Z = \frac{\bar{V}}{\bar{I}}$$

Elle s'écrit sous la forme algébrique :

$$\bar{Z} = R + jX$$



(1-26)

Ou R est la résistance et X est la **réactance**

Sous la forme exponentielle Z s'écrit :

$$\bar{Z} = |Z|e^{j\varphi} \quad (1-27)$$

Ou :

$$|Z| = \sqrt{R^2 + X^2}$$

$$\varphi = \text{argument de } Z = \text{Arctg}\left(\frac{X}{R}\right)$$

**Remarque 1:**

$$\triangleright |Z| = \frac{V_{eff}}{I_{eff}}$$

(1-28)

$$\triangleright \text{argument de } Z = \varphi = \varphi_V - \varphi_i$$

$\varphi_V$  et  $\varphi_i$  sont respectivement les arguments des tension  $\bar{V}$  et courant  $\bar{I}$  complexes.

**Remarque 2:**

Dans un circuit alimenté par une tension sinusoïdale :

- Si la **réactance X** de l'impédance équivalente Z est de **signe positif** alors le **circuit est dit inductif**.
- Si la **réactance X** de l'impédance équivalente Z est de **signe négatif** alors le **circuit est dit Capacitif**.
- Si la **réactance X** de l'impédance équivalente Z est **nulle** alors le **circuit est dit purement résistif**.

**Remarque 3 :**

L'inverse de l'impédance complexe Z est appelé admittance et est noté Y.

$$Y = \frac{1}{Z} \quad (1-29)$$

**Les dipôles de résistance, inductance et condensateur dans le régime sinusoïdal :**

Pour simplifier, dans ce qui suit **on prend le courant comme référence**, la phase à l'origine est nulle. On a donc :

$$i(t) = I_{max} \sin(\omega t) = I_{eff} \sqrt{2} \sin(\omega t)$$

Appliquant la loi d'ohm pour chaque cas des dipôles de résistance, inductance et condensateur.

**II.4.3.1. Cas de la résistance R**

La tension aux bornes d'une résistance alimentée par une source sinusoïdale est de la forme:

$$v_R(t) = V_{max} \sin(\omega t + \varphi_R) = V_{eff} \sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi_{V_R}) \quad (1)$$

$\varphi_{V_R}$  : C'est la phase à l'origine de la tension  $v_R(t)$

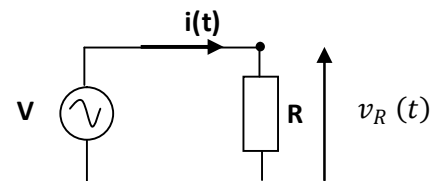
Selon la loi d'ohm on peut écrire :

$$v_R(t) = R i(t) = R I_{eff} \sqrt{2} \sin(\omega t) = V_{eff} \sqrt{2} \sin(\omega t) \quad (2)$$

Par comparaison des équations (1) et (2), on peut déduire que :

$$V_{R\,eff} = R I_{eff} \quad \text{et} \quad \varphi_{V_R} = 0 \quad (1-30)$$

La tension  $v_R(t)$  et le courant  $i(t)$  **sont en phase**



**Diagramme de Fresnel**

Le diagramme de Fresnel permet de représenter graphiquement la tension  $v_R(t)$  et le courant  $i(t)$  par des vecteurs  $\vec{I}$  et  $\vec{V}_R$  dans une base orthonormée.

**Représentation complexe (impédance d'une résistance  $Z_R$ )**

On considère  $\underline{I}$  est la représentation complexe d'un courant sinusoïdale  $i(t)$  pris comme référence (la phase à l'origine  $\varphi_i=0$ ) ayant comme expression instantanée :

$$i(t) = I_{max} \sin(\omega t + 0)$$

On peut écrire aussi :

$$i(t) = I_{eff} \sqrt{2} \sin(\omega t + 0)$$

La loi d'ohm au bornes d'une résistance R conduit à :

$$v_R(t) = R \cdot i(t)$$

$$v_R(t) = R \cdot I_{eff} \sqrt{2} \sin(\omega t + 0) \quad (1-31)$$

Or la forme de la valeur instantanée

$$v_R(t) = V_{eff} \sqrt{2} \sin(\omega t + 0) \quad (1-32)$$

Par comparaison les deux expressions (1-31) et (1-32) on peut déduire que :

$$V_{eff} = R I_{eff}$$

Donc : Le courant en nombre complexe s'écrit  $I = I_{eff} e^{j0}$

La tension  $v_R(t)$  en nombre complexe s'écrit  $v_R = R \cdot I_{eff} e^{j0}$

L'impédance complexe  $Z_R$  d'une résistance est définie par la relation suivante :

$$Z_R = \frac{U_R}{I} = \frac{R \cdot I_{eff} e^{j0}}{I_{eff} e^{j0}} = R \cdot e^{j0} = R \cdot [\cos(0) + j \sin(0)]$$

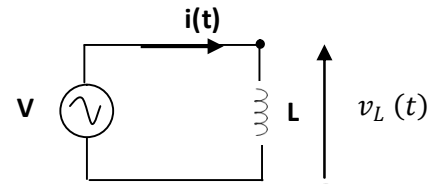
$$\underline{Z}_R = R + j 0 = R \quad (1-33)$$

**L'impédance Z d'une résistance est un nombre réel****II.4.3.2. Cas de la bobine d'inductance L**

La tension aux bornes d'une bobine d'inductance  $L$  alimentée par une source sinusoïdale est de la forme:

$$v_L(t) = V_{max} \sin(\omega t + \varphi_L) = V_{eff} \sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi_{V_L}) \quad (1)$$

$\varphi_{V_L}$  : C'est la phase à l'origine de la tension  $v_L(t)$



La tension aux bornes d'une bobine d'inductance  $L$  est donc :

$$v_L(t) = L \frac{di}{dt} = L \frac{d}{dt}(I_{eff} \sqrt{2} \sin(\omega t)) = L\omega I_{eff} \sqrt{2} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \quad (2)$$

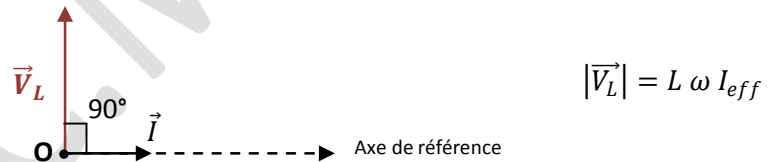
Par comparaison des équations (1) et (2), on peut déduire que :

$$V_{L\,eff} = L\omega I_{eff} \quad \text{et} \quad \varphi_{V_L} = \frac{\pi}{2} \quad (1-34)$$

Donc pour une bobine d'inductance  $L$ , la tension  $v_L(t)$  est en avance de  $90^\circ$  par rapport au courant  $i(t)$ . Ou bien le courant est en retard de  $90^\circ$  par rapport à la tension.

### Diagramme de Fresnel

Le diagramme de Fresnel permet de représenter graphiquement la tension  $v_L(t)$  et le courant  $i(t)$  par des vecteurs  $\vec{I}$  et  $\vec{V}_L$  dans une base orthonormée



### Représentation complexe (impédance d'une inductance $L$ : $Z_L$ )

Le courant sinusoïdal  $i(t)$  pris comme référence ayant comme expression instantanée :

$$i(t) = I_{max} \sin(\omega t + 0)$$

On peut écrire aussi :

$$i(t) = I_{eff} \sqrt{2} \sin(\omega t + 0)$$

La tension aux bornes d'une bobine d'inductance  $L$  conduit à :

$$v_L(t) = L \frac{di}{dt} = L \frac{d}{dt}(I_{eff} \sqrt{2} \sin(\omega t)) = L\omega I_{eff} \sqrt{2} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) = V_{eff} \sqrt{2} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

On peut déduire que  $V_{L\,eff} = L\omega I_{eff}$

En nombre complexe on a :  $I = I_{eff} e^{j0}$

La tension  $v_L(t)$  en nombre complexe s'écrit  $V_L = L\omega I_{eff} e^{j\frac{\pi}{2}}$

L'impédance complexe  $Z_L$  d'une inductance est défini par la relation suivante :

$$Z_L = \frac{V_L}{I} = \frac{L\omega \cdot I_{eff} e^{j\frac{\pi}{2}}}{I_{eff} e^{j0}} = L\omega \cdot e^{j\frac{\pi}{2}} = L\omega \cdot \left[ \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + j \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \right]$$

$$\mathbf{Z_L = 0 + j L\omega = j X_L} \quad (1-35)$$

$X_L$  est appelée **réactance inductance**

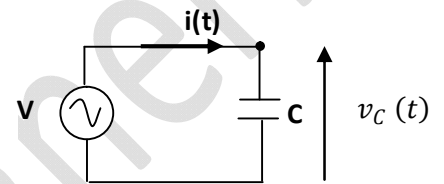
**L'angle de déphasage entre la tension et le courant est de  $\frac{\pi}{2}$**

### II.4.3.3. Cas de d'un condensateur de capacité C

La tension aux bornes d'un condensateur de capacité C alimenté par une source sinusoïdale est de la forme:

$$v_C(t) = V_{max} \sin(\omega t + \varphi_C) = V_{eff} \sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi_{V_C}) \quad (1)$$

$\varphi_{V_C}$  : C'est la phase à l'origine de la tension  $v_C(t)$



La tension aux bornes d'un condensateur de capacité C est donc :

$$v(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt = \frac{I_{eff}}{C\omega} \sqrt{2} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Par comparaison des équations (1) et (2), on peut déduire que :

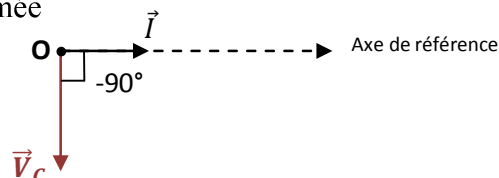
$$\mathbf{V_{C\,eff} = \frac{1}{C\omega} I_{eff}} \quad \text{et} \quad \mathbf{\varphi_{V_C} = -\frac{\pi}{2}} \quad (1-36)$$

Pour d'un condensateur de capacité C, **la tension  $v_C(t)$  est en retard de  $90^\circ$  par rapport au courant  $i(t)$ .**

Ou bien **le courant est en avance de  $90^\circ$  par rapport à la tension.**

### Diagramme de Fresnel

Le diagramme de Fresnel permet de représenter graphiquement la tension  $v_C(t)$  et le courant  $i(t)$  par des vecteurs  $\vec{I}$  et  $\vec{V}_C$  dans une base orthonormée



$$|\vec{V}_C| = \frac{I_{eff}}{C\omega}$$



**Représentation complexe (impédance d'une capacité C :  $Z_C$ )**

Le courant sinusoïdal  $i(t)$  pris comme référence ayant comme expression instantanée :

$$i(t) = I_{eff} \sqrt{2} \sin(\omega t + 0)$$

La tension aux bornes d'un condensateur de capacité C conduit à :

$$v_C(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt = \frac{I_{eff}}{C\omega} \sqrt{2} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$v_C(t) = V_{eff} \sqrt{2} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

On peut déduire que  $V_{eff} = \frac{I_{eff}}{C\omega}$  (1-37)

En nombre complexe on a :  $I = I_{eff} e^{j0}$

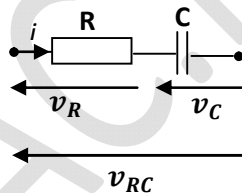
La tension  $v_C(t)$  en nombre complexe s'écrit  $V_C = \frac{I_{eff}}{C\omega} e^{-j\frac{\pi}{2}}$

L'impédance complexe  $Z_C$  d'un condensateur de capacité C est définie par la relation suivante :

$$Z_C = \frac{V_C}{I} = \frac{\frac{I_{eff}}{C\omega} e^{-j\frac{\pi}{2}}}{I_{eff} e^{j0}} = \frac{1}{C\omega} \cdot e^{-j\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{C\omega} \cdot \left[ \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + j \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) \right]$$

$$Z_L = 0 - j \frac{1}{C\omega} = -\frac{j}{C\omega} = -j X_C \quad (1-38)$$

$X_C$  est appelée **réactance** capacitive

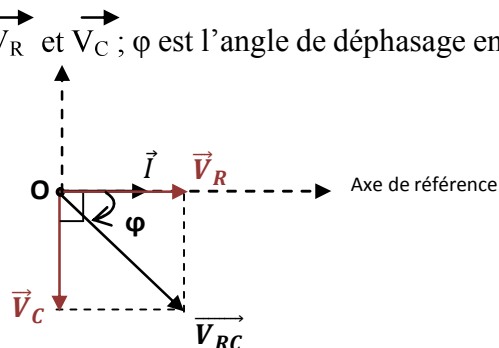
**II.4.3.4. Cas des dipôles de nature différente****a. Cas d'un dipôle R-C en série**

$$v_{RC}(t) = v_R + v_C = V_{eff R-C} \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi_{RC})$$

Le vecteur  $\vec{V}_{RC}$  est la somme des vecteurs  $\vec{V}_R$  et  $\vec{V}_C$ ;  $\varphi$  est l'angle de déphasage entre les vecteurs  $\vec{V}_{RC}$  et  $\vec{I}$ .

$$\vec{V}_{RC} = \vec{V}_R + \vec{V}_C$$

**Diagramme de Fresnel**



$$\varphi = \tan^{-1}\left(-\frac{1}{RC\omega}\right)$$

Le module du vecteur  $|\vec{V}_{RC}|$  n'est que la valeur efficace  $V_{RC\text{eff}}$

$$V_{RCeff}^2 = \sqrt{V_R^2 + V_C^2} = \sqrt{(R I_{eff})^2 + \left(\frac{I_{eff}}{C\omega}\right)^2}$$

$$V_{RCeff} = I_{eff} \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

(1-39)

L'angle  $\phi$  peut être déterminé :

A partir du diagramme de Fresnel :  $\tan(\varphi_{RC}) = \frac{-\frac{1}{C\omega}}{R} = -\frac{1}{RC\omega}$

$$\varphi_{RC} = \tan^{-1}\left(-\frac{1}{RC\omega}\right)$$

### Représentation complexe (impédance d'une Charge R-C série : $Z_{RC}$ )

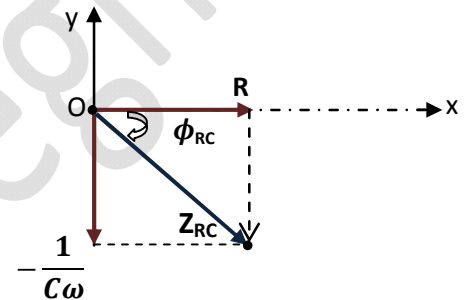
La valeur instantanée de la tension au bornes de la charge RC est définie par :

$$v_{RC}(t) = v_R + v_C = V_{eff R-C} \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi_{RC})$$

Cette équation en représentation complexe est définie par :

$$\bar{V}_{RC} = \bar{V}_R + \bar{V}_C$$

$$\bar{V}_{RC} = R I_{eff} e^{j0} + \frac{I_{eff}}{C\omega} e^{-j\frac{\pi}{2}} = I_{eff} \left[ R - j \frac{1}{C\omega} \right] = I_{eff} \bar{Z}_{RC}$$



### Impédance d'une Charge R-C série

$$\bar{Z}_{RC} = \frac{\bar{V}_{RC}}{\bar{I}} = \frac{I_{eff} \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2} e^{j\varphi_{RC}}}{I_{eff} e^{j0}} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2} e^{j\varphi_{RC}}$$

(1-40)

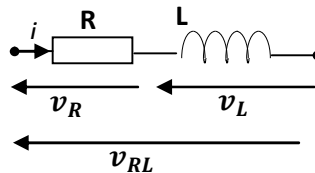
$$\bar{Z}_{RC} = \bar{Z}_R + \bar{Z}_C = R - j \frac{1}{C\omega}$$

### b. Cas d'un dipôle R-L en série

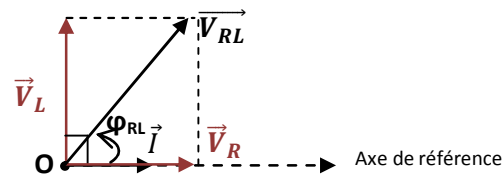
#### Représentation vectorielle (Fresnel)

Le vecteur  $\bar{V}_{RL}$  et la somme des vecteurs  $\bar{V}_R$  et  $\bar{V}_L$  ;  $\varphi_{RL}$  est l'angle de déphasage entre les vecteurs  $\bar{V}_{RL}$  et  $\bar{I}$ .

$$\bar{V}_{RL} = \bar{V}_R + \bar{V}_L$$



$$v_{RL}(t) = v_R + v_L = V_{eff R-L} \sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi) \quad (**)$$

**Diagramme de Fresnel diagramme vectoriel pour la charge R-L**

$$\varphi_{RL} = \tan^{-1} \left( \frac{L\omega}{R} \right)$$

D'après ce diagramme vectoriel on peut déterminer la valeur efficace  $V_{RL\text{eff}}$  et l'angle de déphasage  $\varphi_{RL}$

$$V_{RL\text{eff}}^2 = \sqrt{V_{R\text{eff}}^2 + V_{L\text{eff}}^2}$$

$$V_{RL\text{eff}} = \sqrt{(R I_{\text{eff}})^2 + (L\omega I_{\text{eff}})^2}$$

$$V_{RL\text{eff}} = I_{\text{eff}} \cdot \sqrt{(R)^2 + (L\omega)^2}$$

L'angle de déphasage  $\varphi_{RL}$

$$\tan(\varphi_{RL}) = \frac{V_L}{V_R} = \frac{L\omega I_{\text{eff}}}{R I_{\text{eff}}} = \frac{L\omega}{R}$$

$$\varphi_{RL} = \tan^{-1} \left( \frac{L\omega}{R} \right)$$

(1-41)

**Représentation complexe (impédance d'une Charge R-C série :  $Z_{RL}$ )**

L'équation (\*\*) en représentation complexe est définie par :

$$\bar{V}_{RL} = \bar{V}_R + \bar{V}_L$$

$$\bar{V}_{RL} = V_{RL\text{eff}} e^{j\varphi_{RL}}$$

**L'impédance complexe  $\bar{Z}_{RL}$** 

$$\bar{Z}_{RL} = \frac{\bar{V}_{RL}}{\bar{I}} = \frac{V_{RL\text{eff}} e^{j\varphi_{RL}}}{I_{\text{eff}} e^{j0}} = \frac{I_{\text{eff}} \cdot \sqrt{(R)^2 + (L\omega)^2} e^{j\varphi_{RL}}}{I_{\text{eff}} e^{j0}}$$

$$\bar{Z}_{RL} = \sqrt{(R)^2 + (L\omega)^2} \cdot e^{j\varphi_{RL}} \quad (1-42)$$

$$\bar{Z}_{RL} = \bar{Z}_R + \bar{Z}_L = R + jL\omega$$

**Les puissances en monophasée****La puissance instantanée**

On définit la puissance instantanée  $p(t)$  :

$$p(t) = v(t) * i(t) \quad (1-43)$$

La puissance instantanée dépend du temps  $t$  elle varie à chaque instant

### Puissance active

C'est la puissance réellement consommée elle s'exprime **en watt (W)** selon la formule suivante :

$$P = UI \cos(\varphi) \quad (1-44)$$

- $U$  et  $I$  sont respectivement les valeurs efficaces de la tension et du courant.
- $\cos(\varphi)$  est appelé facteur de puissance

### Puissance réactive

Elle s'exprime **en Voltampère réactive (var)** selon la formule suivante :

$$Q = UI \sin(\varphi) \quad (1-45)$$

### Puissance apparente

Elle s'exprime **en Voltampère (VA)** selon la formule suivante :

$$S = U \cdot I \quad (1-46)$$

On peut conclure que quelque soit  $\varphi$  on a :

$$S^2 = P^2 + Q^2$$

### Théorème de Boucherot

Si on considère une source de tension qui alimente  $N$  dipôles ou chacun absorbe une puissance active  $P_i$  et une puissance réactive  $Q_i$  :

La puissance active totale fournie par la source et absorbée par les  $N$  dipôles est égale à la somme des puissances actives absorbées par chacun de ces dipôles :

$$P_T = \sum_{i=1}^n P_i \quad (1-47)$$

La puissance réactive totale fournie par la source absorbée par les  $N$  dipôles est égale à la somme (algébrique) des puissances réactives absorbées par chaque dipôle :

$$Q_T = \sum_{i=1}^n Q_i \quad (1-48)$$

Pour la puissance apparente, le théorème de Boucherot ne s'applique pas :

$$S_T \neq \sum_{i=1}^n S_i \quad (1-49)$$

$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2}$$

### Puissance active, réactive et apparente dans les dipôles R, L et C

#### Résistance R (pure)

$$P = UI \cos(\varphi)$$

- $\varphi = 0 \Rightarrow \cos \varphi = 1 \Rightarrow P = UI$  or  $U = RI$   
Donc:  $P = R I^2 = \frac{U^2}{R}$  (1-50)
- $\varphi = 0 \Rightarrow \sin \varphi = 0 \Rightarrow Q = 0$

➤ Si l'impédance d'un circuit est purement résistive alors la puissance réactive est nulle  $Q = 0$ . Ainsi la résistance n'emmagasine pas l'énergie : elle la dissipe en chaleur et ne la restitue donc pas à la source.

#### Bobine parfaite d'inductance L (pure : on néglige la résistance propre de la bobine)

- $\varphi = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos \varphi = 0 \Rightarrow P = 0$
- $\varphi = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin \varphi = 1 \Rightarrow Q = UI$
- $U = L\omega I$  donc  $Q = L\omega I^2 = \frac{U^2}{L\omega}$  (1-51)
- Dans bobine parfaite d'inductance L (pure), la puissance réactive  $Q_L$  est positive ( $Q_L > 0$ ) : on dit que la bobine parfaite d'inductance L consomme de la puissance réactive)

#### Condensateur de capacité C

- $\varphi = -\frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos \varphi = 0 \Rightarrow P = 0$
- $\varphi = -\frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin \varphi = -1 \Rightarrow Q = -UI$
- $U = \frac{I}{C\omega}$  donc  $Q = -\frac{I^2}{C\omega} = -U^2 C\omega$  (1-52)

➤ Dans un condensateur, la puissance réactive  $Q_c$  est négative ( $Q_c < 0$ ) : on dit que le condensateur produit la puissance réactive)

- Si l'impédance d'un circuit est **purement réactive** (c-à-d. purement inductive ou purement capacitive) absence de résistance alors la puissance active est nulle  **$P = 0$** .

### Triangle de puissance

La puissance apparente peut s'écrire sous forme complexe, ainsi :

$$\bar{S} = P + j Q = \sqrt{(P^2 + Q^2)} e^{j\varphi}$$

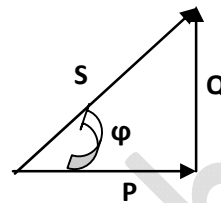
$$S = \sqrt{(P^2 + Q^2)} = V I$$

$$S = V_{eff} I_{eff}$$

$$P = S \cos(\varphi) \text{ et } Q = S \sin(\varphi)$$

$$\tan(\varphi) = \frac{Q}{P}$$

D'où on peut écrire :  **$Q = P \tan(\varphi)$**



(1-53)